

1 skyrius

2 laboratorinio darbo temos

1.1. Paprastųjų diferencialinių lygčių kraštinis uždavinys

1 tema. Nagrinėkime uždavinį:

$$\begin{cases} -\frac{d}{dx} \left((1+x) \frac{du}{dx} \right) + x \cos x u = e^x, & 0 < x < 1, \\ u(0) = 2, & u'(1) = 0. \end{cases}$$

Išspręskite uždavinį naudodami

- antrosios tikslumo eilės baigtinių skirtumų schemą, kraštinę sąlygą taške $x = 1$ aproksimuokite paprasta baigtinių skirtumų formule;
- baigtinių tūrių algoritmu, kraštinę sąlygą taške $x = 1$ aproksimuokite baigtinių tūriu metodu;
- Galiorkino metodo baigtinių elementų algoritmą, bandomųjų funkcijų aibė – dalimis tiesinės funkcijos.

Integravimo žingsnį imkite $h = 0.02, 0.01, 0.005$, naudodami Rungės taisyklę įvertinkite diskrečiojo sprendinio paklaidos dydį.

2 tema. Nagrinėkime uždavinį:

$$\begin{cases} -\frac{d}{dx} \left((1+2x) \frac{du}{dx} \right) + x^2 \sin x u = e^{-x^2}, & 0 < x < 1, \\ u'(0) = 0, & 3u'(1) + u(1) = 1. \end{cases}$$

Išspręskite uždavinį naudodami

- antrosios tikslumo eilės baigtinių skirtumų schemą, kraštines sąlygas aproksimuokite paprasta baigtinių skirtumų formule;
- baigtinių tūrių algoritmu, kraštines sąlygas irgi aproksimuokite baigtinių tūrių metodu;
- Uždavinį išspręskite Galiorkino metodu, kai bandomosios funkcijos $\{\varphi_j\}$ yra dalimis tiesinės interpoliacinės funkcijos. Tiesinės lygčių sistemos koeficientus apskaičiuokite Simpsono metodu.

Integravimo žingsnį imkite $h = 0.02, 0.01, 0.005$, naudodami Rungės taisyklę įvertinkite diskrečiojo sprendinio paklaidos dydį.

3 tema. Nagrinėkime uždavinį:

$$\begin{cases} -\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r e^r \frac{du}{dr} \right) + \frac{1}{1+r^2} u = e^{-r}, & 0 < r < 2, \\ \lim_{r \rightarrow 0} r e^r \frac{du}{dr} = 0, \\ u(2) = \mu_1. \end{cases}$$

Išspręskite uždavinį naudodami

- antrosios tikslumo eilės baigtinių skirtumų schemą, kraštines sąlygas aproksimuokite paprasta baigtinių skirtumų formule;
- baigtinių tūrių algoritmu, kraštines sąlygas irgi aproksimuokite baigtinių tūrių metodu.
- Uždavinį išspręskite Galiorkino metodu, kai bandomosios funkcijos $\{\varphi_j\}$ yra dalimis tiesinės interpoliacinės funkcijos. Tiesinės lygčių sistemos koeficientus apskaičiuokite Simpsono metodu.

Integravimo žingsnį imkite $h = 0.02, 0.01, 0.005$, naudodami Rungės taisyklę įvertinkite diskrečiojo sprendinio paklaidos dydį.

4 tema. Nagrinėkime uždavinį:

$$\begin{cases} -4\frac{d^2u}{dx^2} + 5u = e^{x^2}, & 0 < x < 2, \\ u(0) = 0, & u(2) = 0. \end{cases}$$

Išspręskite uždavinį naudodami

- a) Galiorkino metodo spektrinį algoritmą. Tiesinės lygčių sistemos koeficientus apskaičiuokite naudodami greitąją Furjė transformaciją.
- b) Galiorkino metodą, kai bandomosios funkcijos $\{\varphi_j\}$ yra dalimis tiesinės interpoliacinės funkcijos.

Integravimo žingsnį imkite $h = 1/64, 1/128, 1/256$, naudodami Rungės taisyklę įvertinkite diskrečiojo sprendinio paklaidos dydį.

