

6 Šeštoji paskaita.

ARMA PROGNOZAVIMO MODELIS

Šioje paskaitoje taip pat trumpai supažindinama su autoregresiniu metodu, kuris kartu su slenkamųjų vidurkių metodu sudaro bendrą ARMA modelį.

Apibrėžimas 6.1. ARIMA – tai autoregresinis integruotas slenkamųjų vidurkių metodas. Jis sujungia autoregresinį (AR) prognozavimo metodą su slenkamųjų vidurkių (MA) metodu.

Dažnai šis metodas vadinamas Box-Jenkins prognozavimu. ARIMA modeliai gali būti taikomi tik stacionariesiems procesams. Dinamikos eilutė laikoma stacionariąja, jei jos vidurkis ir dispersija yra pastovūs, o stebėjimų kovariacija nepriklauso nuo laiko.

ARIMA modelio bendroji išraiška:

$$y_t = \sum_{i=1}^p \alpha_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^q \beta_i \varepsilon_{t-i} + \varepsilon_t.$$

Pirmoji modelio suma išreiškia autoregresiją, t. y. atskleidžia proceso ryšius su ankstesniais stebėjimais. Kelių laikotarpių ankstesnieji stebėjimai yra svarbūs prognozėms lemia parametras p . Antroji suma tenka slenkamiesiems vidurkiams. Ši modelio dalis rodo modelio paklaidų įtaką, t. y. matome kelių ankstesniųjų laikotarpių (laikotarpių skaičius nustatomas parametru q) modelio paklaidos įtaką procesą laiko momentu t .

Šių modelių taikymą sudaro kelios dalys:

- 1) laiko eilutės analizė (grafinis atvaizdavimas),
- 2) laiko eilutės stacionarizavimas,
- 3) autokoreliacinės funkcijos (ACF) ir dalinės koreliacijos funkcijos (PACF) analizė, modelio parametrų parinkimas,
- 4) ARIMA modelio sudarymas,
- 5) prognozavimas.

Pirmojoje dalyje tenka nustatyti laiko eilutės tendą, ištirti sezoniskumo ir atsitiktinės komponentės įtaką. Tik po šio tyrimo pereiname prie eilutės stacionarumo nustatymo. Atliekame anksčiau aptartus pertvarkymus, kurie leidžia nestacionarias eilutes pakeisti stacionariosiomis. Kartais tenka eilutes diferencijuoti ir du kartus.

Turėdami stacionariąją procesą, turime nustatyti autoregresinio prognozavimo (AR) lygties narių skaičių p ir slenkamųjų vidurkių (MA) narių skaičių q . ARIMA (p,q) žymi ARIMA modelį, turintį p autoregresinių narių ir q slenkamųjų vidurkių narių. Kaip jau žinome, bendrosios koreliacijos grafikas (ACF) parodo koreliacijas tarp dinamikos lygių skirtingais laiko tarpais. Bendrosios koreliacijos koeficientas apskaičiuojamas taip:

$$r_k = \frac{\sum_{t=k+1}^T (y_t - \bar{y})(y_{t-k} - \bar{y})}{\sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2}.$$

Autokoreliacijos koeficientas yra didelis tik tam tikram laiko periodų skaičiui.

Tuo tarpu dalinės autokoreliacijos funkcija (PACF) parodo koreliaciją tik su konkrečiu laiko periodu atmetant kitų tarpinių laiko periodų įtaką. AR procesui būdinga tai, kad dalinės autokoreliacijos koeficientas p laiko perioduose yra didelis, o likusiuose – labai nežymus. MA proceso narių skaičius nustatomas nagrinėjant autokoreliacijos koeficientą. Šiam procesui būdinga tai, kad autokoreliacijos koeficientas yra didelis tik q laiko perioduose, o likusiuose perioduose autokoreliacija yra nereikšminga.

Autokoreliacijos koeficientas ir dalinės autokoreliacijos koeficientas pirmuoju laiko momentu yra tarpusavyje lygūs.

Prognozuojant ARIMA modeliais prognozuojami pirmieji skirtumai ir į modelį įrašomos ne dinamikos lygių reikšmės, o pirmieji skirtumai. Turint prognozuotus pirmuosius skirtumus iš jų apskaičiuojamos ir absoliučiosios prognozuojamos dinamikos lygių reikšmės, t. y. iš

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$$

randame

$$y_t = y_{t-1} + \Delta y_t.$$

ARIMA(0,0) modeliuojamas baltasis triukšmas.

Bendruoju atveju ARIMA modeliai nustatomi 3 parametrais, t. y. turime ARIMA (p,d,q). Parametras d nustato diferencijavimų skaičių, kurį atliekame nestacionarųjį procesą keisdami stacionariuoju. Mes nagrinėsime tik stacionarius procesus, t. y. laikysime, kad $d = 0$, todėl apsiribosime tik ARMA (p,q) modeliais.