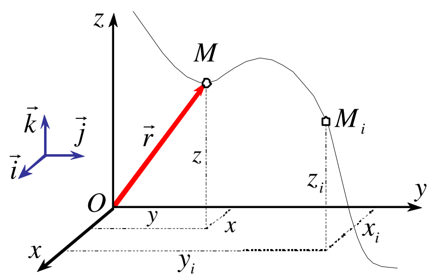
Koordinatinis taško judėjimo aprašymo būdas

Tarp taško M padėties aprašymo koordinatiniu ir vektoriniu būdu (25 pav.), remiantis vektorine algebra, išvesta priklausomybė $\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Taško padėtis erdvėje apibrėžiama funkcijomis:

$$x = x(t),$$
$$y = y(t),$$
$$z = z(t),$$

čia x, y, z – laiko atžvilgiu kintančios taško koordinatės. Matematinės priklausomybės turi būti be trūkių, vienareikšmės ir du kartus diferencijuojamos laiko atžvilgiu.



25 pav. Judančio taško koordinatės

Ieškant trajektorijos, reikia į taško judėjimo lygtis įrašyti keletą augančio laiko t reikšmių ir rasti atitinkamas taško M padėtis. Sujungę taškus M sklandžiąja kreive, gausime taško judėjimo trajektoriją.

Kai taškas juda plokštumoje, judėjimui aprašyti pakanka dviejų judėjimo lygčių:

Taško greitis. Greitis, kaip vektorius, gali būti išreikštas dedamosiomis koordinačių ašių atžvilgiu $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$, o greičio dedamųjų moduliai skaičiuojami taip: $v_x = \frac{dx}{dt}, v_y = \frac{dy}{dt}, v_z = \frac{dz}{dt}$. Greičio vektoriaus modulis randamas iš formulės $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$.

Greičio vektoriaus krypties kosinusai randami iš formulių: $\cos\alpha = \frac{v_x}{v}, \cos\beta = \frac{v_y}{v}, \cos\gamma = \frac{v_z}{v}$,

čia α, β, γ – greičio vektoriaus kampai su atitinkamomis koordinačių ašimis.

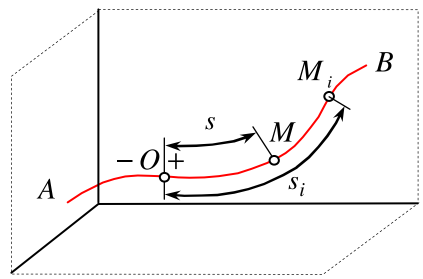
Taško pagreitis. Pagreitis, kaip vektorinis dydis, gali būti išreikštas dedamosiomis koordinačių ašių atžvilgiu $\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$, o pagreičio dedamųjų moduliai skaičiuojami: $a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}, a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}, a_z = \frac{dv_z}{dt} = \frac{d^2z}{dt^2}$. Pagreičio vektoriaus modulis apskaičiuojamas iš formulės: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$. Pagreičio vektoriaus krypties kosinusai randami iš formulių: $\cos\alpha = \frac{a_x}{a}, \cos\beta = \frac{a_y}{a}, \cos\gamma = \frac{a_z}{a}$, čia α, β, γ – pagreičio vektoriaus kampai su atitinkamomis koordinačių ašimis.

Natūralusis taško judėjimo aprašymo būdas

Kai iš anksto žinoma taško judėjimo trajektorija erdvėje, taško judėjimą patogu apibrėžti natūraliuoju būdu.

Tarkime taškas M juda trajektorija AB (26 pav.).

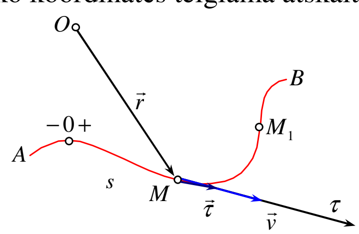
Trajektorijoje laisvai parenkame atskaitos pradžią O ir judesio kryptį (teigiama „+“ ir neigiama „–“). Taško M padėtį trajektorijoje nurodysime naudodamiesi lanko koordinate s. Taškui judant, jo lanko koordinatė s keičiasi. Taško padėtis trajektorijoje bus apibrėžta, jeigu turėsime laiko funkciją: $s = s(t)$.



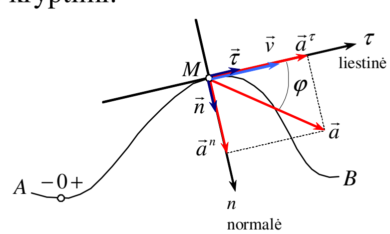
26 pav. Judančio taško lanko koordinatės

Įrašę konkrečią fiksuotą laiko reikšmę t į paminėtą išraišką, gausime lanko koordinatę s_i, kuri trajektorijoje nurodys taško M_i padėtį. Matematinė paminėtos išraiškos priklausomybė turi būti be trūkių, vienareikšmė ir du kartus diferencijuojama funkcija.

Taško greičio modulis skaičiuojamas kaip lanko koordinatės pirmoji išvestinė laiko atžvilgiu $v = \dfrac{ds}{dt}$, o greičio vektorius nukreiptas trajektorijos liestine judėjimo kryptimi (27 pav.). Greičio vektoriaus kryptį nusako greičio ženklas. Jeigu ženklas teigiamas, greičio vektoriaus kryptis sutampa su lanko koordinatės teigiama atskaitos kryptimi.



27 pav. Judančio taško greitis



28 pav. Judančio taško pagreitis

Taško pagreičio vektorius turi dvi dedamąsias (28 pav.): $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$.

Tangentinis pagreitis $\vec{a}_\tau = \dfrac{d^2 s}{dt^2}\vec{\tau} = \dfrac{dv}{dt}\vec{\tau} = a_\tau \vec{\tau}$ nukreiptas trajektorijos liestine, normalinis pagreitis $\vec{a}_n = \dfrac{v^2}{\rho}\vec{n} = a_n \vec{n}$ nukreiptas trajektorijos normalės kryptimi (čia ρ – trajektorijos kreivumo spindulys). Pagreičio $\vec{a}$ modulis skaičiuojamas $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$.

Pagreičio vektoriaus $\vec{a}$ kryptį nusako kampas φ tarp vektorių $\vec{a}$ ir $\vec{a}_\tau$: $tg\,\varphi = \dfrac{a_n}{a_\tau}$.

Taško tangentinis pagreitis ir greitis yra nukreipti ta pačia tiese (liestine), todėl tangentinis pagreitis turi įtakos greičio moduliui: kai kryptys sutampa – greitis didėja, kai priešingos – mažėja.

Normalinis pagreitis parodo greičio vektoriaus krypties pokyčio greitį trajektorijos link.