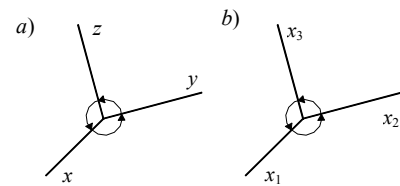


### 3. Pagrindinės sąvokos ir prielaidos

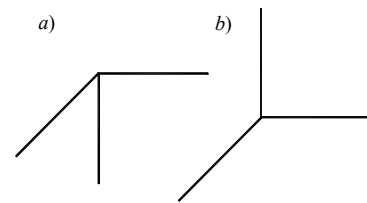
#### 3.1. Koordinatinių ašių sistema

■ VGTU Medžiagų atsparumo katedroje naudojama dešininė (tiesioginė) stačiakampė Dekarto koordinatinių sistema, t.y. koordinatinių sistema, kurioje ašis  $x$ , kad ji sutaptų su ašimi  $y$ , ašis  $y$ , kad ji sutaptų su ašimi  $z$ , ir ašis  $z$ , kad ji sutaptų su ašimi  $x$ , reikia sukti prieš laikrodžio rodyklės sukimosi kryptį. Kitaip sakant, dešininėje stačiakampėje Dekarto koordinatinių sistemoje iš pirmojo oktanto bet kurio taško teigiamos ašių kryptys yra matomos abėcėlės tvarka (arba indeksų didėjimo tvarka), apeinant jas prieš laikrodžio rodyklės sukimosi kryptį (3.1 pav.).



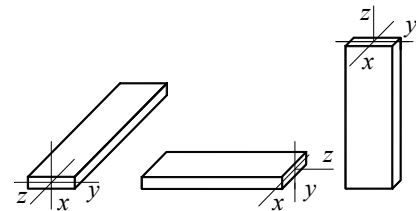
3.1 pav.

■ MM dažniausiai nagrinėja strypą. Todėl dabar įsidėmėkite tik įvairiai orientuoto strypo koordinatinių ašių žymėjimą (kiti koordinatinių ašių sistemos taikymo atvejai bus aptarti atskirai): horizontaliems strypams koordinatinės ašys nukreipiamos į žiūrą, į apačią ir į dešinę (3.2a pav.), vertikaliesiems – į žiūrą, į viršų ir į dešinę (3.2b pav.); abiem atvejais  $z$  ašis sutapdinama su strypo ašimi (3.3 pav.).



3.2 pav.

■ Ženklų taisyklės yra susitarimo dalykas, tačiau visada jos susiejamos su koordinatinių ašių sistema. Pagrindinių įtemptą ir deformuotą konstrukcijos būseną apibūdinančių dydžių (įrašų, įtempimų, poslinkių ir deformacijų) ženklų taisyklės bus aptartos toliau. Dabar prisiminkite apkrovų ženklų taisyklę (3.4 pav.):

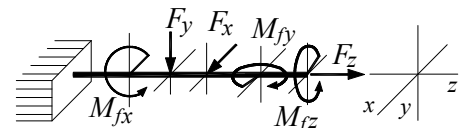


3.3 pav.

1) koncentruota apkrova (jėga) ir išskirstytoji apkrova yra teigiamos, jei veikia teigiama koordinatinės ašies kryptimi;

2) momentas (jėgų pora) yra teigiamas, jei veikia prieš laikrodžio rodyklės sukimosi kryptį; į plokštumą, kurioje veikia momentas, reikia žiūrėti iš normalės teigiamos pusės.

*Pastaba.* Konspekte, aiškinant sąvokas arba išvedant formules, priimama, kad visi dydžiai yra teigiami, ir tokie jie pateikiami atitinkamuose paveiksluose.



3.4 pav.

#### 3.2. Išorinės ir vidinės jėgos. Pjūvio metodas

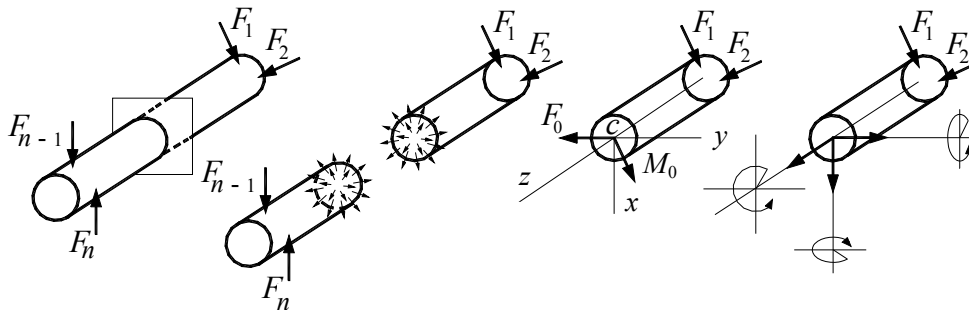
■ Realią konstrukciją (jos elementą) visada veikia aplinka. Šis poveikis gali būti mechaninis, temperatūrinis, cheminis, magnetinis ir t.t. MM nagrinėja tik mechaniškai (atskiru atveju temperatūros) veikiamas konstrukcijas. Jeigu konstrukcija nagrinėjama atsieta nuo aplinkos, tai aplinkos mechaninis poveikis konstrukcijai pakeičiamas jėgomis. Jos vadinamos išorinėmis jėgomis ir yra mechaninio poveikio konstrukcijai kiekybinis matas. Išorinės jėgos skirstomos į aktyviausias (apkrova) ir reakcines (atraminės reakcijos).

3.1 pvz.

\*\*\*

■ Išorinėms jėgoms veikiant konstrukciją, tarp atskirų jos dalelių atsiranda sąveikos: vienos dalelės nuo kitų tolsta, kitos artėja. Dėl to konstrukcija keičia savo matmenis bei formą, t.y. deformuojasi. Šios sąveikos kiekybinis matas yra vidinės jėgos. Taigi vidinės jėgos yra išorinėmis jėgomis veikiamos konstrukcijos atskirų dalelių sąveikos kiekybinis matas.

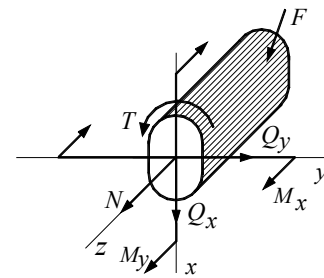
■ Vidinės jėgas patogiausia nagrinėti pjūvio metodu. Pagal jį tariamai perpjautos konstrukcijos ar jos elemento dalių poveikis vienos kitai pakeičiamas vidinėmis jėgomis, ir bet kuriai iš šių dalių užrašomos pusiausvyros lygtys. Paprastai vidinės jėgos suvedamos į pjūvio centrą. Taip gaunamas svarbiausiasis vektorius ir svarbiausiasis momentas, kurių komponentai pjūvio ašių atžvilgiu (įrašos) ir nustatomi iš nagrinėjamos dalies pusiausvyros sąlygų (3.5 pav.).



3.5 pav.

### 3.3. Įrašos

■ Įrašas yra skerspjūvio vidinių jėgų svarbiausiųjų vektorių, einančių per skerspjūvio centrą, komponentas ašies  $x$ ,  $y$  arba  $z$  atžvilgiu (žr. 3.2 poskyrį). Įrašos yra šešios (3.6 pav.): ašinė jėga (žymima simboliu  $N$ ), dvi skersinės jėgos ( $Q_x$ ,  $Q_y$ ), du lenkimo momentai ( $M_x$ ,  $M_y$ ) ir sukimosi momentas ( $T$ ). Joms skaičiuoti naudojamos tariamai atpjautos strypo dalies pusiausvyros lygtys:



3.6 pav.

$$\left. \begin{array}{l} \sum F_z = 0; \quad \text{gaunama } N, \\ \sum F_x = 0; \quad \text{gaunama } Q_x, \\ \sum F_y = 0; \quad \text{gaunama } Q_y, \\ \sum M_{fx} = 0; \quad \text{gaunamas } M_x, \\ \sum M_{fy} = 0; \quad \text{gaunamas } M_y, \\ \sum M_{fz} = 0; \quad \text{gaunamas } T. \end{array} \right\} \quad (3.1)$$

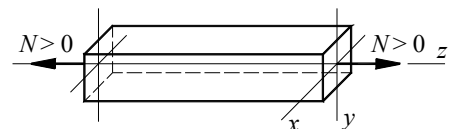
■ Aptarsime įrašų ženklų taisykles. Atkreipkite dėmesį, kad ašinės jėgos ir sukimosi momento ženklų taisyklės nepriklauso nuo koordinatinių ašių sistemos.

Ašinė jėga teigiama, kai jos veikiamas strypas ilgėja, t.y. kai tempia (3.7 pav.).

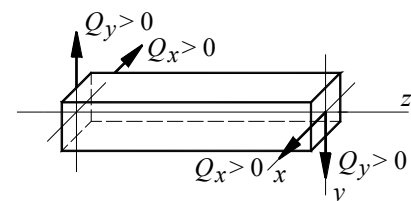
Skersinė jėga teigiama, kai šliejamo strypo skerspjūvis, matomas iš teigiamos  $z$  ašies pusės, pasislenka teigiama skerspjūvio ašies ( $x$  arba  $y$ ) kryptimi (3.8 pav.).

Lenkimo momentas yra teigiamas, kai lenkiamo strypo tempiami sluoksniai yra teigiamoje skerspjūvio ašies ( $x$  arba  $y$ ) pusėje (3.9 pav.).

Sukimo momentas yra teigiamas, kai sukamo strypo skerspjūvis, į kurį žiūrima iš išorės (iš tariamai atmetosios strypo dalies pusės), pasisuka prieš laikrodžio rodyklės sukimosi kryptį (3.10 pav.).



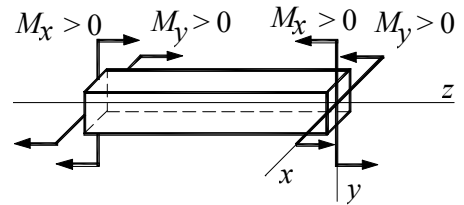
3.7 pav.



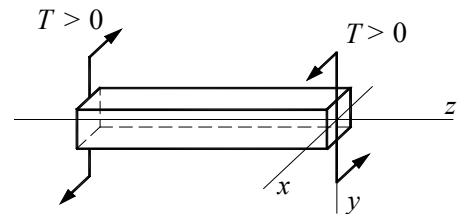
3.8 pav.

*Pastaba.* Konspekte teigiamos įrašos parodytos tiktai horizontaliam strypui, kurio  $z$  ašis nukreipta į dešinę. Kitaip orientuotiems strypams atitinkamas iliustracijas galima rasti "Aiškinamajame medžiagų atsparumo uždavinyne" (A.Čižas, V.Viršilas, J.Žekevičius. V.: Mokslas, 1985), p. 259-261.

■ Norint įvertinti konstrukcijos patikimumą, reikia žinoti kiekvieno konstrukcijos pjūvio įrašas, mokėti nustatyti ekstremines jų reikšmes. Tam tikslui sudaromos įrašų diagramos – grafikai, vaizduojantys įrašų pasiskirstymą konstrukcijoje. Sudarant įrašų diagramas, pirmiausia strype sužymimi skaičiuojamieji skerspjūviai, t.y. skerspjūviai, kuriuose keičiasi įrašos didumas arba jos kitimo dėsnis. Tokiu būdu skaičiuojamaisiais tampa skerspjūviai ties atramomis ir laisvaisiais strypų galais, skerspjūviai iš abiejų jėgos arba momento pridėties taško pusių ir skerspjūviai ties išskirstytos apkrovos pradžios ir pabaigos taškais. Vėliau skaičiuojamuosiuose skerspjūviuose pjūvio metodu apskaičiuojamos įrašų reikšmės. Jos pasirinktu masteliu atidedamos strypo ašyje, ir gautų atkarpų galai sujungiami, remiantis įrašų ir apkrovos ryšio priklausomybėmis. Galiausiai diagrama užbrūkšniuojama statmenais strypo ašiai brūkšneliais, pažymint teigiamus ir neigiamus jos ruožus.



3.9 pav.



3.10 pav.

Sudarant įrašų diagramas, daugiausia laiko sugaištama skaičiuojant skaičiuojamųjų skerspjūvių įrašas. Jas galima skaičiuoti dvejopai. Pirmuoju atveju prie nagrinėjamo skerspjūvio pridėdamos teigiamos, kol kas nežinomos įrašos, ir tai strypo daliai, kuriai priklauso nagrinėjamas skerspjūvis, užrašomos atitinkamos pusiausvyros lygtys. Jei, išsprendus atitinkamą pusiausvyros lygtį, gaunamas pliuso ženklas, tai reiškia, kad atitinkama įraša yra teigiama, jei minuso ženklas – reiškia, kad atitinkama įraša yra neigiama. Antruoju atveju įrašos skaičiuojamos įvertinant išorines jėgas, veikiančias tą strypo dalį, kuriai nepriklauso nagrinėjamas skerspjūvis. Vadovaujamosi šiomis taisyklėmis:

a) ašinė jėga savo skaitine reikšme lygi visų išorinių jėgų, veikiančių tą strypo dalį, kuriai nepriklauso nagrinėjamas skerspjūvis, projekcijų į strypo ašį sumai; jei išorinės jėgos projekcija strypą ties nagrinėjamu skerspjūviu tempia, tai ji sumuojama su pliuso ženklu, jei gniuždo – su minuso ženklu;

b) skersinė jėga savo skaitine reikšme lygi visų išorinių jėgų, veikiančių tą strypo dalį, kuriai nepriklauso nagrinėjamas skerspjūvis, projekcijų į atitinkamą skerspjūvio ašį ( $x$  arba  $y$ ) sumai; jei išorinės jėgos projekcijos veikiamas nagrinėjamas skerspjūvis, žiūrint į jį iš teigiamos  $z$  ašies pusės, pasilenka teigiama atitinkamos savo ašies kryptimi, tai ji sumuojama su pliuso ženklu, jei neigiama kryptimi – su minuso ženklu;

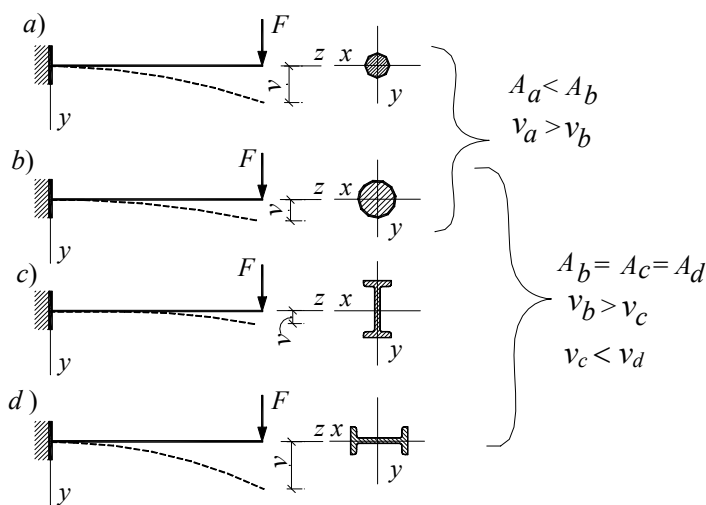
c) sukimo momentas savo skaitine reikšme lygus visų išorinių jėgų, veikiančių tą strypo dalį, kuriai nepriklauso nagrinėjamas skerspjūvis, momentų strypo ašies atžvilgiu sumai: jei išorinė jėga sukelia momentą, sukantį nagrinėjamą skerspjūvį prieš laikrodžio rodyklės sukimosi kryptį, tai jos momentas sumuojamas su pliuso ženklu, jei pagal – su minuso ženklu;

d) lenkimo momentas savo skaitine reikšme lygus visų išorinių jėgų, veikiančių tą strypo dalį, kuriai nepriklauso nagrinėjamas skerspjūvis, momentų atitinkamos skerspjūvio ašies ( $x$  arba  $y$ ) atžvilgiu sumai; jei išorinė jėga sukelia momentą, tempiantį nagrinėjamo skerspjūvio sluoksnius, esančius teigiamoje atitinkamos jo ašies pusėje, tai jos momentas sumuojamas su pliuso ženklu, jei neigiamoje – su minuso ženklu.

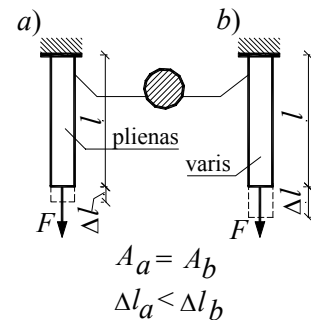
3.2, 3.3, 3.4, 3.5 pvz. ■■■

### 3.4. Įtempimai

■ Įrašos tik kiekybiškai apibūdina konstrukcijos vidines jėgas, todėl jų nustatymas tėra pirmas žingsnis siekiant įvertinti konstrukcijos stiprumą, standumą ir stabilumą. Nesunku pastebėti, kad dvi vienodai apkrautos (turinčios vienodas įrašas) sijos yra nevienodai stiprios, standžios ir stabilios, jei, pirma, yra skirtingi jų skerspjūvių matmenys, forma ar orientacija (3.11 pav.), ir, antra, jei jos yra pagamintos iš skirtingų medžiagų (3.12 pav.). Todėl, skaičiuojant konstrukcijas, reikia ne tik mokėti nustatyti įrašas, bet ir žinoti vidinių jėgų pasiskirstymo skerspjūvyje pobūdį bei medžiagų mechaninių savybių rodiklius. Medžiagų mechaninių savybių įtaka konstrukcijos patikimumui bus išnagrinėta 5 ir 6 skyriuose. Dabar aptarsime vidinių jėgų pasiskirstymą skerspjūvyje, kuris priklauso nuo skerspjūvio matmenų ir (atskiris atvejais) nuo formos bei orientacijos. Jis yra visiškai apibrėžtas, jei yra žinomas kiekviename skerspjūvio elementariajame plotelyje veikiančių vidinių jėgų didumas ir kryptis, t.y., jei yra žinomas vidinių jėgų intensyvumas ir kryptis. Taigi įrašas kiekybiškai apibūdina viso skerspjūvio, o vidinių jėgų intensyvumas – jo kiekvieno taško apkrovimą.



3.11 pav.



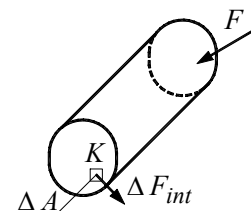
3.12 pav.

■ Nagrinėsime bet kaip apkrauto strypo pjūvį, kuriame veikia vienokiu ar kitokiu būdu pasiskirsčiusios vidinės jėgos (3.13 pav.). Laisvai pasirinkto taško  $K$  aplinkoje išskirsime plotelį  $\Delta A$ . Tarkime, kad jame veikia tam tikros krypties vidinių jėgų atstatomoji  $\Delta F_{int}$ . Tada plotelyje veikiančių vidinių jėgų intensyvumas

$$p = \frac{\Delta F_{int}}{\Delta A}. \quad (3.2)$$

Atsižvelgdami į priimtą medžiagos vientisumo prielaidą, užrašykime (3.2) santykio ribą:

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_{int}}{\Delta A}. \quad (3.3)$$



3.13 pav.

Vektorinis dydis  $p$  yra vidinių jėgų intensyvumas taške  $K$ . Jis dar vadinamas taško  $K$  įtempimu. Taigi įtempimas yra vidinių jėgų, atsiradusių dėl mechaninio poveikio konstrukcijai, intensyvumas. Jo dimensija – jėga, padalinta iš ploto. SI vienetas – Paskalis ( $\text{Pa} = \text{N/m}^2$ ).

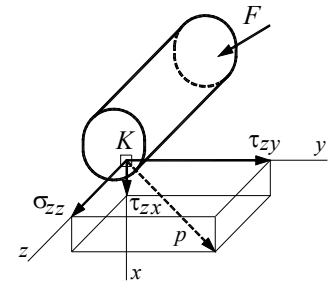
Suprojektavus įtempimą į koordinatinių sistemos ašis, išvestas per tašką  $K$ , gaunami trys jo komponentai (3.14 pav.): a) normalinis įtempimas ( $\sigma_{zz} = \sigma_z = \sigma$ ) – įtempimo projekcija į pjūvio normalę; b) tangentiniai įtempimai ( $\tau_{zx}, \tau_{zy}$ ) – įtempimo projekcijos į atitinkamas pjūvio ašis.

*Pastabos.*

1. Pirmasis tiek normalinio įtempimo, tiek tangentių įtempimų indeksas sutampa su pjūvio normalės indeksu, antrasis – su ašies, kuriai lygiagrečiai veikia įtempimas, indeksu.

2. Normalinis įtempimas yra teigiamas, kai veikia nuo pjūvio.

3. Tangentinis įtempimas yra teigiamas, kai jo veikiamas pjūvis, matomas iš jo normalės teigiamo galo, pasislenka kurios nors kitos savo ašies teigiama kryptimi.



3.14 pav.

3.1 tekstas, 3.15 pav.

\*\*\*

■ Nustatysime įrašų ir įtempimų ryšį. Nagrinėsime bet kaip apkrauto strypo skerspjūvį (3.16 pav.). Bendruoju atveju tokio skerspjūvio elementariajame plotelyje veikia:

1) elementarioji ašinė jėga  $dN$  ( $dN = \sigma \cdot dA$ );

2) elementarioji skersinė jėga, veikianti  $x$  ašies kryptimi,  $dQ_x$  ( $dQ_x = \tau_{zx} \cdot dA$ );

3) elementarioji skersinė jėga, veikianti  $y$  ašies kryptimi,  $dQ_y$  ( $dQ_y = \tau_{zy} \cdot dA$ ).

Šios elementariosios jėgos skerspjūvio centrinių  $x, y, z$  ašių atžvilgiu sukelia:

1) elementarųjį lenkimo momentą, veikiantį  $x$  ašies atžvilgiu,  $dM_x$  ( $dM_x = y \cdot dN = y \cdot \sigma \cdot dA$ );

2) elementarųjį lenkimo momentą, veikiantį  $y$  ašies atžvilgiu,  $dM_y$  ( $dM_y = x \cdot \sigma \cdot dA$ );

3) elementarųjį sukimo momentą  $dT$  ( $dT = x \cdot dQ_y - y \cdot dQ_x = x \cdot \tau_{zy} \cdot dA - y \cdot \tau_{zx} \cdot dA$ ).

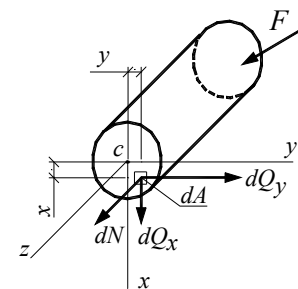
Visame skerspjūvio plote susumavę elementariausias jėgas ir elementariusius momentus, gauname skerspjūvyje veikiančias įrašas:

$$\left. \begin{aligned} N &= \int_A \sigma \cdot dA, \\ Q_x &= \int_A \tau_{zx} \cdot dA, \\ Q_y &= \int_A \tau_{zy} \cdot dA, \\ M_x &= \int_A y \cdot \sigma \cdot dA, \\ M_y &= \int_A x \cdot \sigma \cdot dA, \\ T &= \int_A (x \cdot \tau_{zy} - y \cdot \tau_{zx}) \cdot dA. \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

■ Lygtys (3.4), išreiškiančios įrašas per įtempimus, vadinamos statikos integralinėmis lygtimis. Praktikoje dažniau tenka spręsti atvirkštinį uždavinį, t. y. skaičiuoti įtempimus, kai yra žinomos įrašos. Deja, išreikšti įtempimus iš lygčių (3.4) negalima, nes nežinomi jų pasiskirstymo skerspjūvyje dėsniai. Šiam uždaviniui išspręsti papildomai reikalingos geometrinės ir fizinės lygtys.

### 3.5. Poslinkiai

■ Visi realūs kūnai (konstrukcijos), veikiami aplinkos, keičia savo formą bei geometrinius matmenis, t. y. deformuojasi. Kūniui deformuojantis atskiri jo taškai pakeičia savo vietą erdvėje, t. y. pasislenka.



3.16 pav.

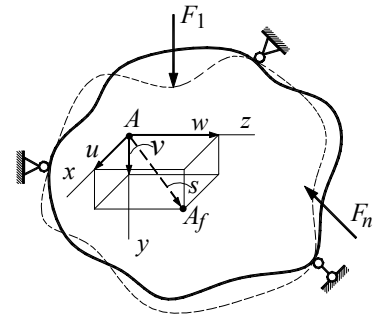
Pasislinkimas (taško arba kūno padėties pasikeitimas) yra procesas. Šio proceso parametrai yra linijinis ir kampinis poslinkiai (arba jų komponentai).

Linijiniu poslinkiu vadinamas vektorius, jungiantis pasislinkusio taško pradinę ir galinę padėtis, arba (kai nagrinėjamas deformuojamas kietasis kūnas) – vektorius, kurio pradžia yra nedeformuoto kūno taške, o galas (viršūnė) tame pačiame deformuoto kūno taške. Jis žymimas mažąja lotynų abėcėlės raide  $s$  (3.17 pav.). Jo dimensija – ilgis, SI vienetas – metras. Stačiakampėje Dekarto koordinatinių sistemoje nauja taško padėtis dažnai išreiškiama trimis linijinio poslinkio komponentais:  $u=s_x$ ,  $v=s_y$ ,  $w=s_z$ .

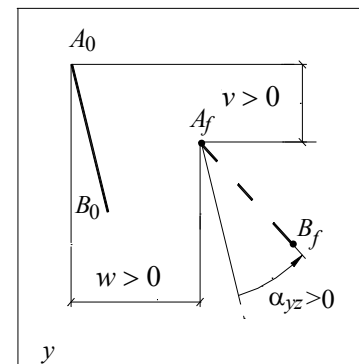
Kampiniu poslinkiu vadinamas kampinis vektorius, kuriuo pasisuka pasislinkdamas kūnas, pjūvis ar atkarpa. Jis žymimas mažąja graikų abėcėlės raide  $\alpha$ , komponentai koordinatinėse plokštumose –  $\alpha_{xy}$ ,  $\alpha_{yz}$ ,  $\alpha_{zx}$ . Jo dimensija – vienetas, SI vienetas – radianai.

3.2 tekstas, 3.18 pav.    ✖ ✖ ✖

Linijinio ir kampinio poslinkių komponentų ženklai priklauso nuo koordinatinių ašių sistemos (3.19 pav.): linijinio poslinkio komponentas yra teigiamas, kai taškas pasislenka atitinkamos koordinatinės ašies kryptimi; kampinio poslinkio komponentas yra teigiamas, kai kūnas atitinkamoje koordinatinėje plokštumoje, žiūrint į ją iš jos normalės teigiamos pusės, pasisuka prieš laikrodžio rodyklės sukimosi kryptį.



3.17 pav.



3.19 pav.

### 3.6. Deformacijos

3.3 tekstas, 3.20 pav.    ✖ ✖ ✖

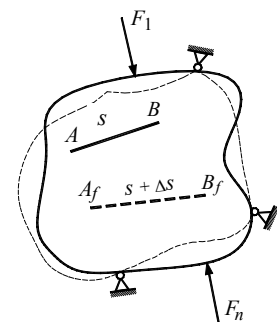
■ Nagrinėsime bet kokios formos deformuojamą kietąjį kūną (3.21 pav.). Tarkime, kad, veikiant išorinėms jėgoms, jis deformavosi, ir atstumas  $s$  tarp dviejų taškų  $A$  ir  $B$  pasikeitė dydžiu  $\Delta s$ . Tada vidutinis atkarpos  $AB$  ilgio pokytis

$$\varepsilon_m = \frac{\Delta s}{s}. \quad (3.5)$$

Atsižvelgdami į priimtą medžiagos vientisumo prielaidą, užrašykime (3.5) santykio ribą (tašką  $B$  artinkime prie taško  $A$ ):

$$\varepsilon = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{s}. \quad (3.6)$$

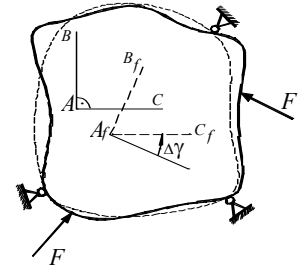
Dydis  $\varepsilon$  yra atkarpos ilgio kitimo intensyvumas taške  $A$  kryptimi  $AB$ . Jis vadinamas linijine deformacija. Taiigi linijinė deformacija yra kūno, veikiamo aplinka, matmenų kitimo intensyvumas. Jos dimensija – vienetas.



3.21 pav.

Kūno formos kitimą apibūdina kampinė deformacija. Tarkime, kad, veikiant aplinkai, kūnas (3.22 pav.) deformavosi ir status kampas tarp atkarpų  $AB$  ir  $AC$  pasikeitė dydžiu  $\gamma$ . Tada plokštumos  $BAC$  taško  $A$  kampinė deformacija

$$\gamma = \lim_{AB \rightarrow 0, AC \rightarrow 0} (\hat{BAC} - B_f \hat{A}_f C_f). \quad (3.7)$$



3.22 pav.

Kampinės deformacijos dimensija – vienetas, SI vienetas – radianas (rad).

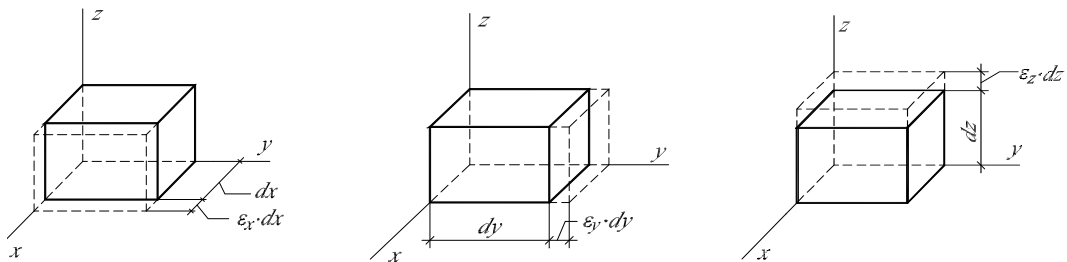
Jei per tašką  $A$  nubrėztume kitą tiesę arba plokštumą, tai kitos būtų ir atitinkamos deformacijos. Tokių tiesių ir plokštumų galima nubrėžti daugybę, tačiau dažniausiai naudojamos tiesės, lygiagrečios koordinatiniams ašims, ir plokštumos, statmenos šiems ašims. Labai patogiu tokiais plokštumomis nagrinėjamo taško aplinkoje išskirti elementarųjį stačiakampį gretasienį ir dėl jo mažumo laikyti, kad deformuotoji būseną (visuma linijinių ir kampinių deformacijų, atsirandančių įvairiomis kryptimis ir įvairiose plokštumose nagrinėjamo taško aplinkoje) visuose jo taškuose yra tokia pati, kaip ir nagrinėjamo taško deformuotoji būseną. Toks taško modelis padeda geriau suprasti deformuotosios būsenos rodiklio – deformacijų būvio taške – sąvoką. Šiuo atveju linijinė deformacija yra ne kas kita, kaip elementariojo stačiakampio gretasienio briaunų ilgio kitimo intensyvumas ( $\varepsilon_x = \frac{\Delta dx}{dx}$ ,  $\varepsilon_y = \frac{\Delta dy}{dy}$ ,  $\varepsilon_z = \frac{\Delta dz}{dz}$ , 3.23 pav.), o kampinė deformacija – kampų tarp briaunų pokytis (3.24 pav.). Taigi deformacijų būvis taške apibūdinamas šešiais parametrais – trimis linijinės ir trimis kampinės deformacijos komponentais:  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$ ,  $\varepsilon_z$ ,  $\gamma_{xy}$ ,  $\gamma_{yz}$ ,  $\gamma_{zx}$ . Viso kūno deformavimasis aprašomas šių komponentų funkcijomis:  $\varepsilon_x(x, y, z)$ ,  $\varepsilon_y(x, y, z)$ ,  $\varepsilon_z(x, y, z)$ .

Deformacijų ženklų taisyklės:

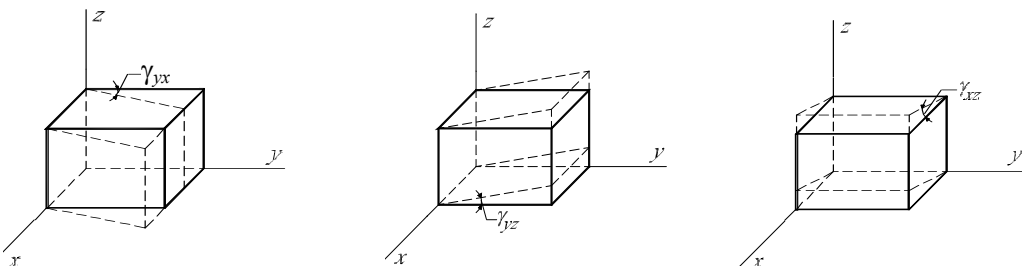
a) linijinės deformacijos komponentas yra teigiamas, kai atstumas tarp dviejų deformavimo linijoje esančių taškų padidėja (žr. 3.23 pav., kuriame  $\varepsilon_x > 0$ ,  $\varepsilon_y > 0$ ,  $\varepsilon_z > 0$ );

b) kampinės deformacijos komponentas yra teigiamas, kai jis atitinka teigiamą tangentinių įtempimų kryptį (žr. 3.24 pav., kuriame parodyti trys teigiami kampinės deformacijos komponentai:  $\gamma_{xy} > 0$ ,  $\gamma_{yz} > 0$  ir  $\gamma_{zx} > 0$ ).

■ Geometriškai nagrinėjant deformuotas konstrukcijas, galima užrašyti lygtis, susiejančias deformacijas ir poslinkius. Šios lygtys vadinamos geometrinėmis lygtimis.



3.23 pav.



3.24 pav.

### 3.7. Fizinės lygtys

■ Skaičiuojant konstrukcijas, būtina žinoti priežasties ir pasekmės ryšį (pvz., apkrovos ir poslinkio, įtempimo ir deformacijos ryšius). Pastebėta, kad dauguma atveju, kai priežastis neviršija tam tikrų ribų, šis ryšys yra tiesinis. Tai daugiau kaip prieš 300 metų (1660 m.) nustatė anglų mokslininkas Robertas Hukas, todėl tiesinis priežasties ir pasekmės ryšys vadinamas Huko dėsnium. Paprastai jis išreiškiamas per įtempimus ir deformacijas:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon, \quad (3.8)$$

$$\tau = G \cdot \gamma. \quad (3.9)$$

Proporcingumo koeficientai – tamprumo modulis  $E$  ir šlyties modulis  $G$  – yra medžiagos tamprumo rodikliai, todėl (3.8) ir (3.9) lygtys vadinamos fizinėmis lygtimis.

Tamprumo ir šlyties moduliai kiekvienai medžiagai nustatomi eksperimentiškai: nustatant tamprumo modulį tempiamas strypas, nustatant šlyties modulį sukamas plonasienis vamzdis (žr. 5 skyrių).

### 3.8. Įtempimų pasiskirstymo skerspjūvyje formulės išvedimo bendroji tvarka

■ Vienas iš svarbiausių MM uždavinių yra įtempimų pasiskirstymo skerspjūvyje formulės išvedimas, t.y. įtempimų išreiškimas per įrašas (žr. (3.4) integralines išraiškas). Tai nėra paprastas uždavinys, nes bendruoju atveju nėra žinomas įtempimų pasiskirstymo skerspjūvyje dėsniumas. Metodika pagrįsta statikos integralinių, geometrinių deformavimo ir fizinių lygčių sudarymu:

Įrašos	<----->	Įtempimai	
Poslinkiai	<----->	Deformacijos	(3.10)
Įtempimai	<----->	Deformacijos	

Pirmiausia, geometriškai nagrinėjant deformuotą konstrukciją, gaunamos geometrinės deformavimo arba iš karto deformacijų darnos lygtys. Vėliau, panaudojus fizines lygtis, deformacijos išreiškiamos per įtempimus. Gautos įtempimų išraiškos įrašomos į atitinkamas statikos integralines lygtis, kurias išsprendžiamos įtempimų atžvilgiu. Taigi, išsprendus lygčių sistemą (3.10) įtempimų atžvilgiu, gaunama įtempimų pasiskirstymo skerspjūvyje formulė.

### 3.9. Deformavimo tipai

■ Strypo skerspjūvyje nuo išorinių jėgų veikimo bendruoju atveju gali atsirasti šešios įrašos ( $N$ ,  $Q_x$ ,  $Q_y$ ,  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $T$ ). Dažnai tikrai viena iš jų būna nelygi nuliui. Priklausomai nuo to, kaip deformuoja strypą nelygi nuliui įrašas, skiriami keturi deformavimo tipai: tempimas-gniuždymas, kirpimas, sukimas ir lenkimas.

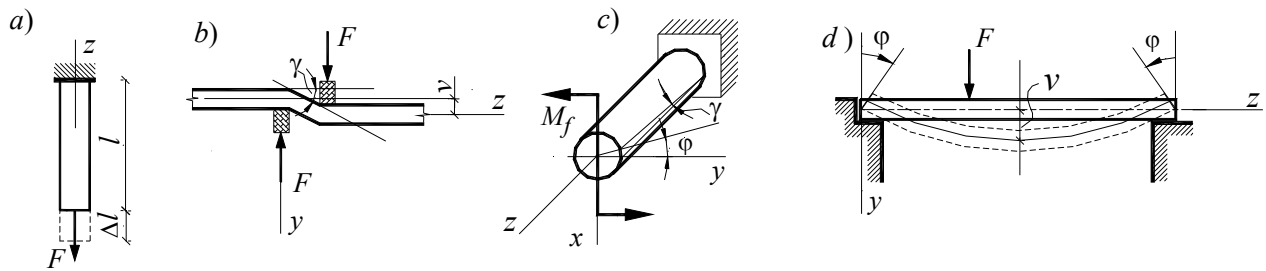
Tempimu-gniuždymu vadinamas deformavimo tipas, apibūdinamas strypo ilgio pasikeitimu nuo ašinės jėgos (3.25a pav.).

Kirpimu vadinamas deformavimo tipas, apibūdinamas gretimų strypo skerspjūvių pasislinkimu vienas kito atžvilgiu kryptimi, lygiagrečia kerpančių jėgų veikimo kryptimi (3.25b pav.).

Sukimu vadinamas deformavimo tipas, apibūdinamas skerspjūvių pasisukimu strypo ašies atžvilgiu nuo sukimo momento (3.25c pav.).



Lenkimu vadinamas deformavimo tipas, apibūdinamas strypo ašies išsikreivimu nuo lenkimo momento (skersinio lenkimo atveju strypo ašies išsikreivimo priežastis yra ir lenkimo momentas ir skersinė jėga; 3.25d pav.).



3.25 pav.

### 3.10. Konstrukcijos ir jų klasifikacija

■ Konstrukcija (lot. sustatymas, sandara) yra pastato ar mašinos sudedamoji dalis, turinti tik jai vienai būdingų savybių, pvz., kolona, santvara, rėmas, arka ir pan. Konstrukcijos klasifikuojamos labai įvairiai, pvz., pagal paskirtį į atitvarines ir laikančiąsias, pagal gaminimo būdą į surenkamąsias ir monolitines, pagal medžiagą į medines, metalines, gelžbetonines ir t.t. Mums labiausiai rūpi, kaip klasifikuojamos konstrukcijos pagal požymius, susietus su jų skaičiavimo metodika.

■ Pagal įrašų nustatymo būdą konstrukcijos skirstomos į statiskai išsprendžiamas ir statiskai neišsprendžiamas. Statiškai išsprendžiama vadinama konstrukcija, kurios įrašos nustatomos iš pusiausvyros lygčių. Statiškai neišsprendžiama vadinama konstrukcija, kurios įrašoms nustatyti pusiausvyros lygčių nepakanka (bendruoju atveju reikia spręsti pusiausvyros, geometrinių ir fizinių lygčių sistemą).

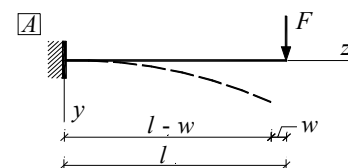
■ Pagal priežasties ir pasekmės ryšį (įrašų ir poslinkių arba įtempimų ir deformacijų ryšį) konstrukcijos skirstomos į tiesines ir netiesines. Pastarosios skirstomos į fiziškai netiesines ir geometriškai netiesines. Tiesinėmis vadinamos konstrukcijos, kuriose priežasties ir pasekmės ryšys yra tiesinis (kurioms galioja Huko dėsnis), pvz., plieninės konstrukcijos, jei apkrovos neviršija tam tikrų ribų. Fiziškai netiesinėmis vadinamos konstrukcijos, kuriose priežasties ir pasekmės ryšys yra netiesinis dėl medžiagos savybių (kurioms negalioja Huko dėsnis), pvz., plieninės konstrukcijos, kai apkrovos viršija tam tikras ribas). Geometriškai netiesinėmis vadinamos konstrukcijos, kuriose priežasties ir pasekmės ryšys yra netiesinis dėl didelių deformuotos konstrukcijos matmenų pokyčių (Huko dėsnis gali ir galioti), pvz., meškerykotis, plieninė liniuotė.

■ Pagal sandarą konstrukcijos skirstomos į kontinualiąsias (plokštė, kevalas) ir strypines (santvara, rėmas). Pagal strypų išsidėstymą strypinės sistemos būna linijinės, plokščiosios ir erdvinės.

### 3.11. Pagrindinės medžiagų mechanikos prielaidos

■ Skaičiuojant realias konstrukcijas, vien schematizuoti jų geometriją, medžiagą ir apkrovas, t.y. sudaryti skaičiuojamąsias schemas, nepakanka. Reikia priimti dar kelias skaičiavimo metodikos prielaidas. Jos palengvina uždavinių sprendimą ir užtikrina pakankamą praktikai tikslumą.

■ Poslinkių mažumo (pradinių matmenų) principas teigia, kad deformuojamos konstrukcijos forma ir matmenys dažniausiai keičiasi taip nežymiai, kad sudarant pusiausvyros lygtis galima naudoti nedeformuotos konstrukcijos matmenis. Pavyzdžiui, 3.26 pav. parodytos sijos atraminis lenkimo momentas yra skaičiuojamas neatsižvelgiant į jėgos  $F$  peties sutrumpėjimą:  $M_a = -F(l - w) = -F \cdot l$ .

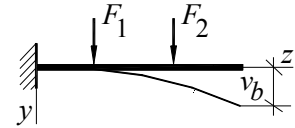


3.26 pav.

Principas galioja tiesinėms ir fiziškai netiesinėms konstrukcijoms. Jis netaikomas geometriškai netiesinėms

konstrukcijoms.

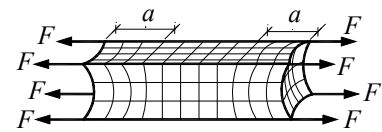
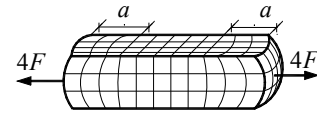
■ Nepriklausomo jėgų veikimo (superpozicijos) principas teigia, kad tampriai deformuojamos konstrukcijos įtemptąjį ir deformuotąjį būvį apibūdinantys dydžiai nepriklauso nuo apkrovos pridėjimo eiliškumo. Pavyzdžiui, 3.27 pav. parodytos sijos  $B$  pjūvio poslinkis, atsiradęs dėl dviejų jėgų vienkartinio poveikio, yra lygus sumai poslinkių, atsiradusių dėl atskirų kiekvienos jėgos poveikių:  $v_b(F_1 + F_2) = v_b(F_1) + v_b(F_2)$ .



3.27 pav.

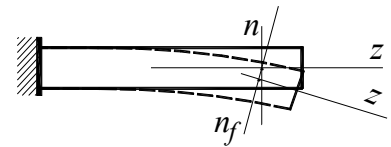
Principas galioja tik tiesinėms konstrukcijoms.

■ Sen Venano principas teigia, kad deformuojamos konstrukcijos taškuose, pakankamai nutolusiuose nuo apkrovos pridėjimo vietos, jos įtemptąją ir deformuotąją būseną apibūdinantys dydžiai nepriklauso nuo apkrovos pridėjimo pobūdžio. Apkrovos pridėjimo ypatumai pasireiškia tik taškuose, nutolusiuose nuo apkrovos pridėjimo vietos atstumu, mažesniu už būdinguosius nagrinėjamos srities matmenis, pvz., už atstumą  $a$ , apytiksliai lygų stačiakampio skerspjūvio ilgesniosios kraštinės matmeniui (3.28 pav.).



3.28 pav.

Principas leidžia prie konstrukcijos pridėtą apkrovą pakeisti statiškai ekvivalentiška apkrova, t.y. apkrova, turinčia tokį patį svarbiausiąjį vektorių ir svarbiausiąjį momentą. Principas netaikomas, kai sprendžiami kontaktiniai uždaviniai, nagrinėjama įtempimų koncentracija arba vietiniai įtempimai. Atskirai principo galiojimo sritis aptariama, kai nagrinėjami plonasieniai strypai.



3.29 pav.

■ Plokščių pjūvių (Bernulio) hipotezė teigia, kad strypui deformuojantis jo skerspjūviai visame deformavimo procese lieka plokšti ir statmeni strypo ašiai; jie pasilenka, pasisuka, bet nesusimėto (3.29 pav.).

3.1 lentelė    ✖ ✖ ✖

### Kontroliniai klausimai

- |   |  |
|---|--|
| 3.1. Kokia stačiakampė Dekarto koordinatų sistema vadinama tiesiogine (dešinine)? Kaip ji gaunama? Brėžinys.  | svarbiausiasis momentas bei jų komponentai.                          |
| 3.2. Nubraižykite trejopai orientuotą strypą, parodykite jo koordinatines ašis.   | 3.10. Kas yra įrąža?   |
| 3.3. Nubraižykite erdvinį konstrukcijos elementą, apkraukite jį teigiamomis jėgomis, veikiančiomis visų koordinatinių ašių kryptimi, ir teigiamais momentais, veikiančiais visose koordinatinėse plokštumose. | 3.11. Nubraižykite skerspjūvį; parodykite visas įrąžas.              |
| 3.4. Kaip apibrėžiama išorinių jėgų sąvoka?   | 3.12. Kokia yra ašinės jėgos ženklo taisyklė? Brėžinys.              |
| 3.5. Kaip apibrėžiama vidinių jėgų sąvoka?  | 3.13. Kokia yra skersinės jėgos ženklo taisyklė? Brėžinys.           |
| 3.6. Kokia yra pjūvio metodo esmė?  | 3.14. Kokia yra lenkimo momento ženklo taisyklė? Brėžinys.           |
| 3.7. Kas yra svarbiausiasis vektorius?  | 3.15. Kokia yra sukimo momento ženklo taisyklė? Brėžinys.            |
| 3.8. Kas yra svarbiausiasis momentas?   | 3.16. Kas yra įrąžų diagrama?  |
| 3.9. Grafiškai parodykite, kaip pjūvio metodu gaunamas svarbiausiasis vektorius ir  | 3.17. Kas yra įtempimas? Užrašykite analitinę jo išraišką. Brėžinys. |
|   | 3.18. Kas yra normalinis įtempimas?                                  |
|   | 3.19. Kas yra tangentinis įtempimas?                                 |

- 3.20. Nubraižykite skerspjūvį, parodykite bet kuriame jo taške veikiančią tempimą ir jo komponentus.
- 3.21. Kas yra įtempimų būvis?
- 3.22. Keli ir kokie parametrai apibūdina taško įtempimų būvį?
- 3.23. Nubraižykite elementarųjį stačiakampį gretasienį, parodykite jo sienelėse veikiančius įtempimus.
- 3.24. Kas apibūdina konstrukcijos (jos elemento) įtempimų būvį?
- 3.25. Kokios lygtys susieja įrašas su įtempimais?
- 3.26. Užrašykite lygtį, susiejusią ašinę jėgą su įtempimais. Brėžinys.
- 3.27. Užrašykite lygtį, susiejančią skersinę jėgą, veikiančią  $x$  ašies kryptimi, su įtempimais. Brėžinys.
- 3.28. Užrašykite lygtį, susiejančią skersinę jėgą, veikiančią  $y$  ašies kryptimi, su įtempimais. Brėžinys.
- 3.29. Užrašykite lygtį, susiejančią lenkimo momentą, veikiančią  $x$  ašies atžvilgiu, su įtempimais. Brėžinys.
- 3.30. Užrašykite lygtį, susiejančią lenkimo momentą, veikiančią  $y$  ašies atžvilgiu, su įtempimais. Brėžinys.
- 3.31. Užrašykite lygtį, susiejančią sukimo momentą su įtempimais. Brėžinys.
- 3.32. Kas yra pasislinkimas?
- 3.33. Kas yra poslinkis?
- 3.34. Ką vadiname linijiniu poslinkiu?
- 3.35. Ką vadiname kampiniu poslinkiu?
- 3.36. Kiek ir kokie parametrai apibūdina naują absoliučiai kieto kūno padėtį?
- 3.37. Kas apibūdina naują deformuojamo kietojo kūno padėtį?
- 3.38. Kas yra deformavimas?
- 3.39. Kas yra deformacija?
- 3.40. Ką vadiname linijine deformacija? Užrašykite analitinę jos išraišką. Brėžinys.
- 3.41. Ką vadiname kampine deformacija? Užrašykite analitinę jos išraišką. Brėžinys.
- 3.42. Kas yra deformacijų būvis?
- 3.43. Keli ir kokie parametrai apibūdina kūno deformavimąsi nagrinėjamo taško aplinkoje?
- 3.44. Nubraižykite absoliučiai standų elementą, parodykite bent vienos briaunos ilgio pokytį.
- 3.45. Nubraižykite absoliučiai standų elementą, parodykite kampinę deformaciją bent vienoje plokštumoje.
- 3.46. Kokios lygtys susieja poslinkius ir deformacijas?
- 3.47. Kokios lygtys susieja priežastį ir pasekmę (įtempimus ir deformacijas)?
- 3.48. Užrašykite Huko dėsnį.
- 3.49. Užrašykite lygčių sistemos, kurią išsprendus gaunama įtempimų pasiskirstymo skerspjūvyje formulė, bendrąją išraišką.
- 3.50. Kas yra tempimas-gniuždymas? Brėžinys.
- 3.51. Kas yra kirpimas? Brėžinys.
- 3.52. Kas yra sukimas? Brėžinys.
- 3.53. Kas yra lenkimas? Brėžinys.
- 3.54. Kas yra konstrukcija?
- 3.55. Kaip skirstomos konstrukcijos pagal įrašų nustatymo būdą?
- 3.56. Kokia konstrukcija vadinama statiškai išsprendžiama?
- 3.57. Kokia konstrukcija vadinama statiškai neišsprendžiama?
- 3.58. Kaip skirstomos konstrukcijos pagal priežasties ir pasekmės ryšį?
- 3.59. Kokios konstrukcijos vadinamos tiesinėmis?
- 3.60. Kokios konstrukcijos vadinamos fiziškai netiesinėmis?
- 3.61. Kokios konstrukcijos vadinamos geometriškai netiesinėmis?
- 3.62. Kaip skirstomos konstrukcijos pagal sandarą?
- 3.63. Kokius principus ir hipotezes naudoja MM?
- 3.64. Ką teigia poslinkių mažumo principas? Kokioms konstrukcijoms jis naudojamas? Brėžinys.
- 3.65. Ką teigia nepriklausomo jėgų veikimo principas? Kokioms konstrukcijoms jis naudojamas? Brėžinys.
- 3.66. Ką teigia Sen Venano principas? Kada jis netaikomas? Brėžinys.
- 3.67. Ką teigia plokščių pjūvių hipotezė?