

## □ VALCUOTO PLIENO DVITĖJINĖ SIJA

### □.1. UŽDUOTIS

Duotos dvi plieninės sijos, jų skaičiuojamoji schema patikta □.1 pav. Pirmosios sijos skerspjūvis – valcuoto plieno dvitėjinis profilis, antrosios sijos skerspjūvio forma – stačiakampis ( $b=60\text{ mm}$ ). Plieno projektinis stipris  $R=210\text{ MPa}$ , tamprumo modulis  $E=205\text{ GPa}$ .

Reikia:

- nustatyti pirmosios sijos dvitėjinio profilio numerį;
- parinkti antrosios sijos stačiakampio skerspjūvio aukštį (aukštis  $h$  kinta kas  $20\text{ mm}$ );
- nubrėžti pirmo ir ketinčio skerspjūvio, kurio lenkimo momentas ir skersinė jėga nelygūs nuliui, normalinių ir tangentinių įtempių diagramas, ir išnagrinėti taško  $K$  įtempių būvį (taškas  $K$  nutolęs per  $22\text{ mm}$  į apačią nuo centrinės ašies);
- užrašyti sijos ruošų įlinkių kreivės diferencialines lygtis ir kraštines sąlygas;
- apskaičiuoti pirmosios sijos laisvai pasirinkto skerspjūvio įlinkį ir deiviaciją.

### □.2. SKAIČIAVIMAI

#### □.2.1. Maksimalus lenkimo momentas

Skaičiuoju atraminių reakcijų komponentus (□.1 a pav.).

$$\sum M_{\alpha} = 0;$$

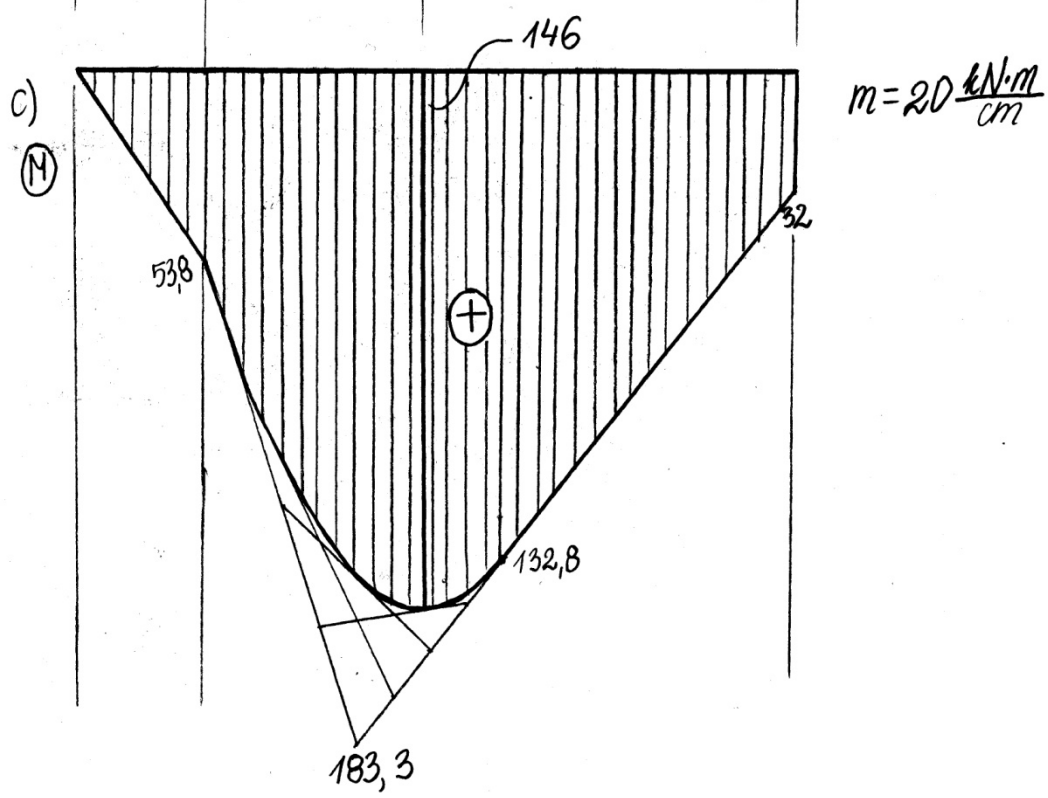
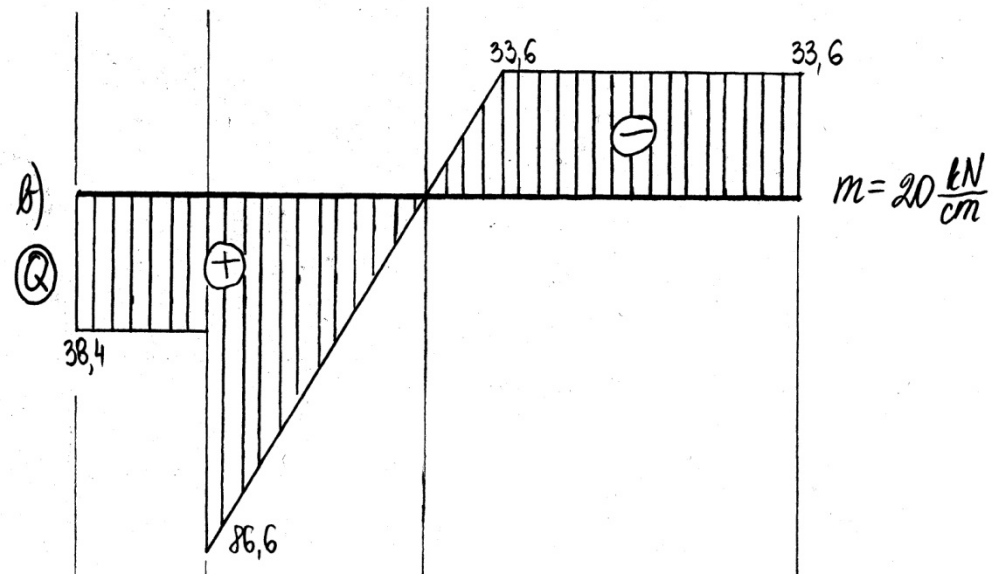
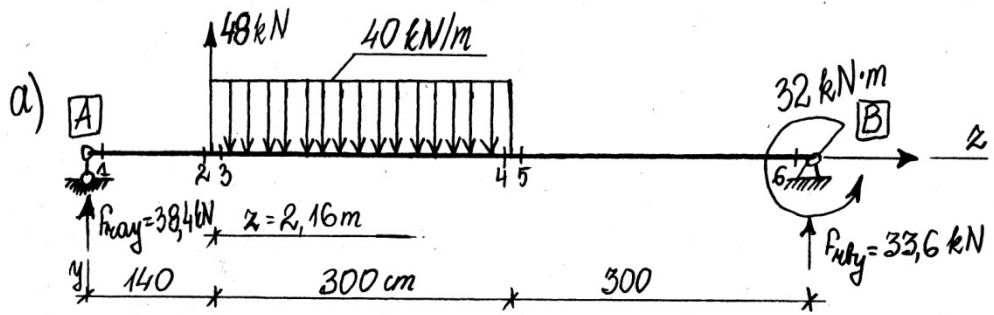
$$48 \cdot 1,40 - 40 \cdot 3,00 \left( 3,00 \cdot \frac{1}{2} + 1,40 \right) + 32 + F_{\text{ray}} \cdot (3,00 + 3,00 + 1,40) = 0,$$

$$F_{\text{ray}} = 33,6\text{ kN.}$$

$$\sum M_{\beta} = 0;$$

$$32 + 40 \cdot 3,00 \left( 3,00 \cdot \frac{1}{2} + 3,00 \right) - 48 \left( 3,00 + 3,00 \right) - F_{\text{ray}} \left( 1,40 + 3,00 + 3,00 \right) = 0,$$

$$F_{\text{ray}} = 38,4\text{ kN.}$$



□. 1 part.

Pikrinu atraminių reakcijų komponentų skaičiavimą.

$$\sum F_y = -38,4 - 48 + 40 \cdot 3,00 - 33,6 = -120,0 + 120,0 = 0.$$

Skaičiuoju skersines jėgas (□. 1 b par.).

$$Q_1 = 38,4 \text{ kN},$$

$$Q_2 = Q_3 = 38,4 + 48 = 86,6 \text{ kN},$$

$$Q_4 = Q_5 = 38,4 + 48 - 40 \cdot 3,00 = -33,6 \text{ kN},$$

$$Q_6 = -33,6 \text{ kN}.$$

Skaičiuoju lenkimo momentus (□. 1 c par.).

$$M_1 = 0,$$

$$M_2 = M_3 = 38,4 \cdot 1,40 = 53,8 \text{ kN}\cdot\text{m},$$

$$M_4 = M_5 = 32 + 33,6 \cdot 3,00 = 132,8 \text{ kN}\cdot\text{m},$$

$$M_6 = 32 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Skaičiuoju tariamą lenkimo momentą.

$$M_{3/4}^* = \frac{53,8 + 132,8}{2} + \frac{40 \cdot 3,00^2}{4} = 183,3 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

Skaičiuoju 3-4 ruošio ekstreminį lenkimo momentą.

$$Q_2 = 38,4 + 48 - 40x,$$

$$x = 2,16 \text{ m}.$$

$$M_{2x} = 38,4(2,16 + 1,40) + 48 \cdot 2,16 - 40 \cdot 2,16 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2,16 = 146 \text{ kN}\cdot\text{m}.$$

□. 2.2. Pirmosios sąjos dvitejinio profilio numerus

Skaitant dvitejinio profilio numerus (□. 2 par.).

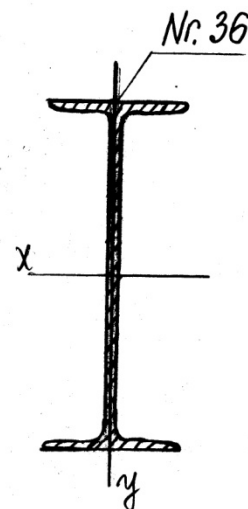
$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_x|}{W_x} \leq R,$$

$$W_x \geq \frac{|M_x|}{R} = \frac{146 \cdot 10^{-3}}{210} = 0,695 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 0,695 \text{ dm}^3.$$

Imu dvitejinį profilį Nr. 36, kurio  $W_x = 0,743 \text{ dm}^3$ .

Pikrinu skaičiavimą.

$$|\sigma|_{\max} = \frac{146 \cdot 10^{-3}}{0,743 \cdot 10^{-6}} = 196,5 \text{ MPa} < R = 210 \text{ MPa}.$$



□. 2. par.

□. 2.3. Stačiakampis skerspjūvis

Nustatant stačiakampio skerspjūvio aukštį  $h$  (□.3 part.)

$$|\sigma|_{\max} = \frac{|M_x|}{W_x} \leq R,$$

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{0,60 \cdot h^2}{6} \geq 0,695 \text{ dm}^3,$$

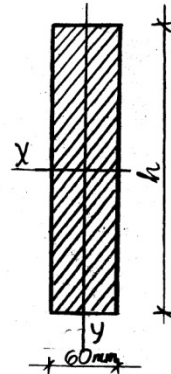
$$h \geq 2,63 \text{ dm}.$$

Imu  $h = 280 \text{ mm}$ .

Tiksliau stačioning.

$$W_x = \frac{0,60 \cdot 2,80^2}{6} = 0,48 \text{ dm}^3,$$

$$|\sigma|_{\max} = \frac{146 \cdot 10^{-3}}{0,48 \cdot 10^{-3}} = 186 \text{ MPa} < R = 210 \text{ MPa}.$$



□.3 part.

□. 2.4. Stačiakampio skerspjūvio sijos įtempimų diagramos

Pasirenku trečiajį skerspjūvį, kuriame veikia  $M_x = 53,8 \text{ kN}\cdot\text{m}$ ,  
 $Q_y = -38,4 \text{ kN}$ .

Skaičiuoju normalinius įtempimus (□.4 a, c part.).

$$I_x = \frac{0,60 \cdot 2,80^3}{12} = 4,10 \text{ dm}^4,$$

$$\sigma_a = \frac{53,8 \cdot 10^{-3}}{4,10 \cdot 10^{-4}} \cdot (-0,140) = -68,5 \text{ MPa},$$

$$\sigma_b = 0,$$

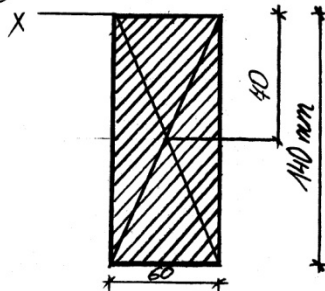
$$\sigma_c = \frac{53,8 \cdot 10^{-3}}{4,10 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,140 = 68,5 \text{ MPa}.$$

Skaičiuoju tangentinius įtempimus (□.4 a, d part.).

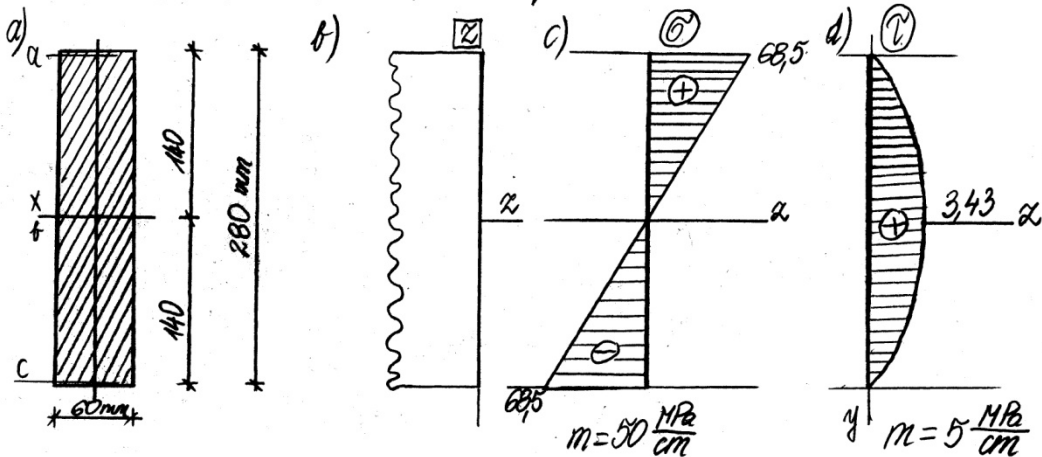
$$\tau_a = 0,$$

$$\tau_b = \frac{38,4 \cdot 10^{-3} \cdot 0,59 \cdot 10^{-3}}{4,10 \cdot 10^{-4} \cdot 0,060} = 3,43 \text{ MPa},$$

$$\tau_c = 0.$$



$$S_x = 0,60 \cdot 1,40 \cdot 0,70 = 0,59 \text{ dm}^3$$



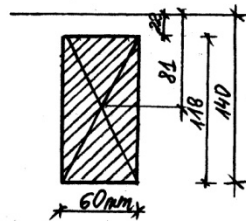
2.4 pav.

□. 2.5. Stačiakampio skerspjūvio rijos trečiojo skerspjūvio taško K įtempimų būvis

Skaičiuoju taško K įtempimus (□.5 a pav.).

$$\sigma_K = \frac{53,8 \cdot 10^{-3}}{1,10 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,022 = 10,74 \text{ MPa},$$

$$\tau_K = \frac{38,4 \cdot 10^{-3} \cdot 0,54 \cdot 10^{-3}}{1,10 \cdot 10^{-4} \cdot 0,060} = 3,3 \text{ MPa}.$$



$$S_x = 0,60 \cdot 1,18 \cdot 0,81 = 0,54 \text{ dm}^3$$

Skaičiuoju maksimaliąją atitį pasirinkimo kampą ir maksimaliuosius įtempimus (□.5 a, c pav.).

$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2 \cdot 3,3}{10,74 - 0} = -0,61,$$

$$2\alpha_0 = -31^\circ,$$

$$\alpha_0 = -15,5^\circ.$$

$$\begin{aligned} \sigma_w &= \sigma_x \cos^2 \alpha_0 + \sigma_y \sin^2 \alpha_0 - \tau_{xy} \sin 2\alpha_0 = \\ &= 10,74 \cdot \cos^2(-15,5^\circ) + 0 - 3,3 \sin(-31^\circ) = 11,4 \text{ MPa}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tilde{\sigma}_v &= \tilde{\sigma}_x \sin^2 \alpha_0 + \tilde{\sigma}_y \cos^2 \alpha_0 + \tau_{xy} \sin 2\alpha_0 = \\ &= 10,74 \sin^2(-15,5^\circ) + 0 + 3,3 \sin(-31^\circ) = -0,9 \text{ MPa}.\end{aligned}$$

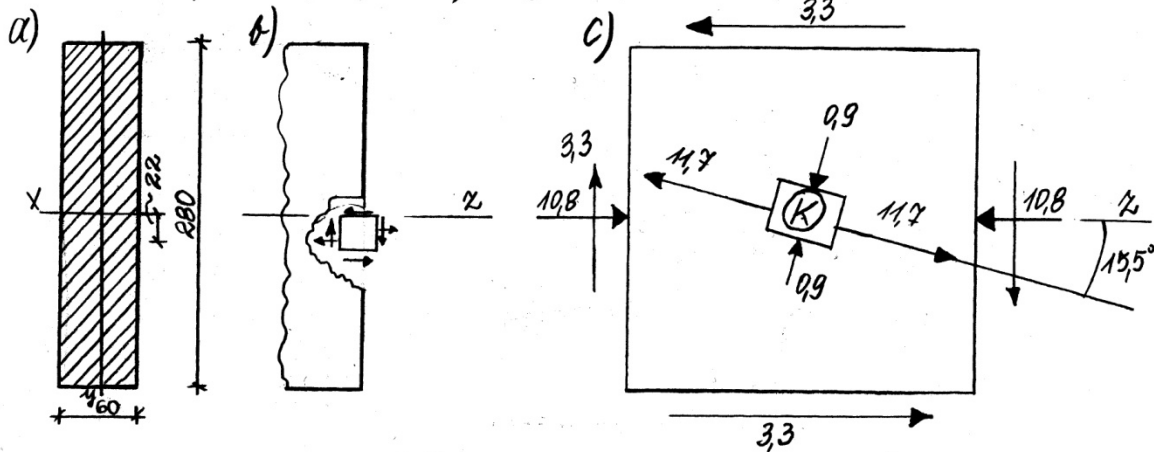
Pārbaudi skaiļdarbību.

$$\tilde{\sigma}_x + \tilde{\sigma}_y = 10,74 - 0 = 10,74 \text{ MPa},$$

$$\tilde{\sigma}_w + \tilde{\sigma}_v = 11,7 + (-0,9) = 10,8 \text{ MPa},$$

Tātad

$$\tilde{\sigma}_1 = -0,9 \text{ MPa}, \quad \tilde{\sigma}_2 = 0, \quad \tilde{\sigma}_3 = 11,7 \text{ MPa}.$$



□.5 part.

□.2.6. Sijas ielinku krīvēs diferencālās lygtys

Sudarau ielinku krīvēs diferencālās lygtys (□.6 part.).

Ruožas 1-2 ( $0 \leq x \leq 1,40 \text{ m}$ ).

$$M(x) = 38,4x,$$

$$EI_x \frac{d^2 v}{dx^2} = -38,4x.$$

Ruožas 3-4 ( $1,40 \text{ m} \leq x \leq 4,40 \text{ m}$ ).

$$\begin{aligned}M(x) &= 38,4x + 48(x - 1,40) - 40 \cdot (x - 1,40) \cdot \frac{1}{2} (x - 1,40) = \\ &= -20x^2 + 142x - 106,\end{aligned}$$

$$EI_x \frac{d^2 v}{dx^2} = 20x^2 - 142x + 106.$$

Ruožas 5-6 ( $4,40 \text{ m} \leq x \leq 7,40 \text{ m}$ ).

$$M(x) = 32 + 33,6(7,40 - x) = 33,6x + 281,$$

$$EI_x \frac{d^2 v}{dx^2} = -33,6x - 281.$$

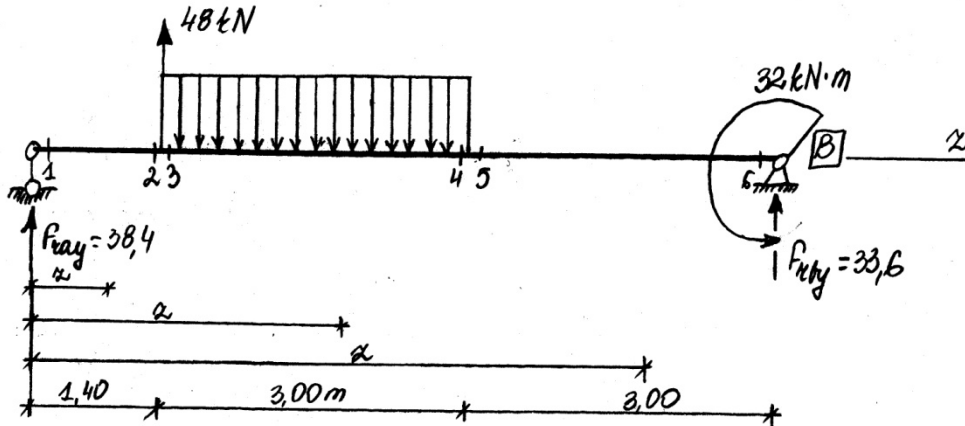
Užrašyti kraštines sąlygas (□.6 pav.).

Kai  $x=0$ , tai  $v=v_1=0$ .

Kai  $x=1,40$ , tai  $\varphi=\varphi_2=\varphi_3$ ,  $v=v_2=v_3$ .

Kai  $x=4,40$ , tai  $\varphi=\varphi_4=\varphi_5$ ,  $v=v_4=v_5$ .

Kai  $x=7,40$ , tai  $v=v_6=0$ .



□.6 pav.

□.2.7 Valcuoto plieno sijos antrojo skerspjūvio ilkinis

Sudaryti lenkimo momentų diagramą nuo vienetinės jėgos (□.7 a, b pav.).

$$\sum \bar{M}_{4a} = 0;$$

$$-1 \cdot 1,40 + \bar{P}_{1ay} \cdot 7,40 = 0,$$

$$\bar{P}_{1ay} = 0,1892.$$

$$\sum \bar{M}_{4b} = 0;$$

$$1 \cdot 6,00 - \bar{P}_{1ay} \cdot 7,40 = 0,$$

$$\bar{P}_{1ay} = 0,811.$$

$$\sum \bar{F}_y = -0,811 + 1 - 0,1892 = -0,0002 \approx 0.$$

$$\bar{M}_1 = 0,$$

$$\bar{M}_2 = \bar{M}_3 = 0,811 \cdot 1,40 = 1,135 \text{ m},$$

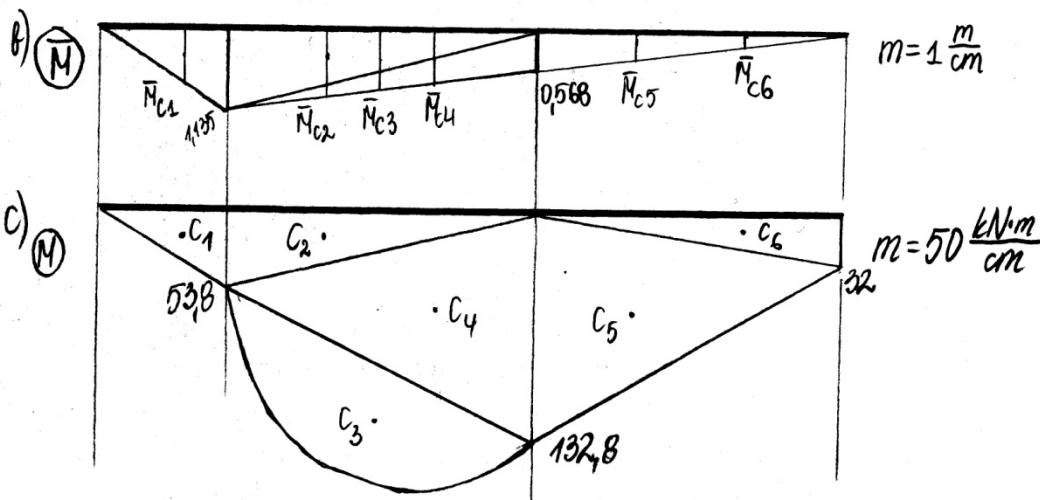
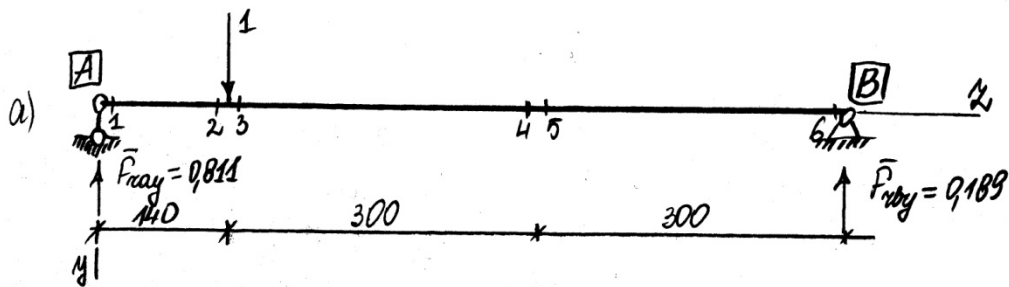
$$\bar{M}_4 = \bar{M}_5 = 0,1892 \cdot 3,00 = 0,568 \text{ m},$$

$$\bar{M}_6 = 0.$$

Škaičiuojame įlinkį (□.7 b, c part.).

$$EI_x V_2 = \sum_{i=1}^6 W_i \cdot \bar{N}_{ci} = \frac{1}{2} \cdot 53,8 \cdot 1,40 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,135 + \frac{1}{2} \cdot 53,8 \cdot 3,00 \left( \frac{2}{3} \cdot 1,135 + \frac{1}{3} \cdot 0,568 \right) + 132,8 \cdot 3,00 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( 0,568 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \cdot 1,135 \right) + \frac{40 \cdot 3,00^3}{12} \left( 0,568 \cdot \frac{1}{2} + 1,135 \cdot \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \cdot 132,8 \cdot 3,00 \cdot 0,568 \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 3,00 \cdot 0,568 \cdot \frac{1}{3} = 417 \text{ kN} \cdot \text{m}^3$$

$$V_2 = \frac{417}{205 \cdot 10^6 \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = 0,01520 \text{ m} = 15,20 \text{ mm}$$



□.7 part.

□.2.8. Valcuoto plieno sijos antrojo skerspjūvio deivacija

Sudareme lenkimo momentų diagramą nuo vienutinio momento (□.8 part.).

$$\begin{aligned} \sum \bar{M}_{\uparrow a} &= 0; \\ -1 + 7,40 \cdot \bar{F}_{ray} &= 0, \\ \bar{F}_{ray} &= 0,1351 \frac{1}{m}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum \bar{M}_{\uparrow b} &= 0; \\ -1 - \bar{F}_{ray} \cdot 7,40 &= 0, \\ \bar{F}_{ray} &= -0,1351 \frac{1}{m}. \end{aligned}$$



$$\sum \bar{F}_y = 0,1351 - 0,1351 = 0.$$

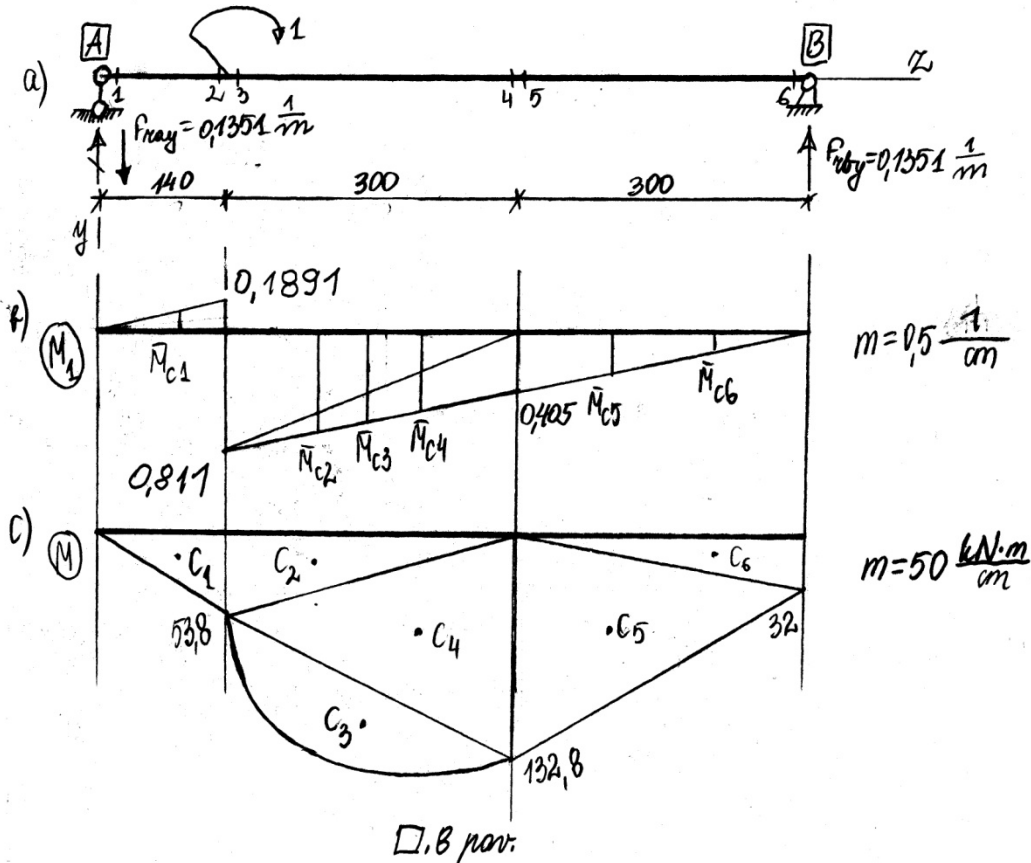
$$\bar{N}_1 = 0,$$

$$\bar{N}_2 = -0,1351 \cdot 1,40 = -0,1891,$$

$$\bar{N}_3 = 0,1351 \cdot 6,00 = 0,811,$$

$$\bar{N}_4 = \bar{N}_5 = 0,1351 \cdot 3,00 = 0,405,$$

$$\bar{N}_6 = 0.$$



Skaičiuojame valcuoto plieno sijos stačiakampio skerspjūvio dviraiją.

$$EI_x \varphi_2 = \sum_{i=1}^6 w_i \bar{N}_i = \frac{1}{2} \cdot 53,8 \cdot 1,40 \cdot \frac{2}{3} (-0,1891) + \frac{1}{2} \cdot 53,8 \cdot 3,00 \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{2}{3} \cdot 0,811 + \frac{1}{3} \cdot 0,405 \right) + \frac{1}{2} \cdot 132,8 \cdot 3,00 \left( \frac{2}{3} \cdot 0,405 + \frac{1}{3} \cdot 0,811 \right) + \frac{40 \cdot 3,00^3}{12} (0,811 \cdot \frac{1}{2} + 0,405 \cdot \frac{1}{2}) + \frac{1}{2} \cdot 132,8 \cdot 3,00 \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,405 + \frac{1}{2} \cdot 32 \cdot 3,00 \cdot \frac{1}{3} \cdot 0,405 = 272 \text{ kN} \cdot \text{m}^2,$$

$$\varphi_2 = \frac{272}{205 \cdot 10^6 \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} = 0,00992 \text{ rad} = 9,92 \text{ mrad}.$$

### □.3 REZULTATAI

Įtempimų diagramos pateiktos □.1 par.; valcuoto plieno dvitėjinio profilio Nr. 36 ( $\sigma_{1 \max} = 196,5 \text{ MPa} < R = 210 \text{ MPa}$ ); tempimų diagramos pateiktos □.4 par.; sijos poslinkiai:  $\varphi_2 = 9,92 \text{ mrad}$ ,  $v_2 = 15,20 \text{ mm}$ .