



UDK 53(075.8)  
Bo-99

A. Bogdanovičius. Fizikos pagrindai aplinkos inžinerijoje. 2 dalis. Vadovėlis. 2 laida. Vilnius: Technika, 2009.  
228 p.

Glaustai išdėstytas „Fizika 2“ kursas, atsižvelgiant į tai, kad dalis studentų mokyklinį fizikos kursą baigė 10 klasėje. Vadovėlyje taikomos paprasčiausios aukštosios matematikos formulės. Be teorinių klausimų, sprendžiami uždaviniai, daugiausia susiję su Aplinkos inžinerijos fakultete dėstomomis specialiosiomis disciplinomis. Ir teorija, ir pavyzdžiai iliustruojami nagrinėjamų vyksmų esmę atspindinčiais paveikslais bei grafikais. Pagrindinėje vadovėlio dalyje lentelėse ir grafikų pavidalų pateiktos kai kurių medžiagų elektrinės, magnetinės, optinės savybės. Vadovėlio priedai leidžia naudotis juo kaip trumpu fizikinių konstantų, dydžių žymenų bei dimensijų žinynu. Kai kurie išdėstyti klausimai galėtų būti naudingi ir magistrantams.

Vadovėlis skirtas VGTU studentams, studijuojantiems pagal „Fizika 2“ kurso programą (elektromagnetizmas, elektromagnetiniai virpesiai ir bangos, banginė ir kvantinė optika, kvantinės mechanikos ir kietojo kūno teorijos pradmenys, atomo bei branduolio fizikos pagrindai). Vadovėlis adaptuotas Aplinkos inžinerijos fakulteto studentams.

Vadovėlį rekomendavo VGTU Fundamentinių mokslų fakulteto studijų komitetas.

Recenzavo: VGTU prof. habil. dr. P. Baltrėnas,  
VGTU prof. habil. dr. D. Butkus,  
VGTU prof. V. Podvezko,  
VU doc. dr. S. Tamošiūnas,  
VGTU doc. dr. N. Astrauskienė.

VGTU leidyklos „Technika“ 897 mokomosios metodinės literatūros knyga  
1-oji laida, 2007

ISBN 978-9955-25-197-2

© Aleksėjus Bogdanovičius, 2007  
© VGTU leidykla „Technika“, 2007

## Turinys

PRATARMĖ .....	7
ELEKTROMAGNETIZMAS .....	8
26. MAGNETINIS LAUKAS VAKUUME.....	8
26.1. Lorencio jėga. Magnetinio lauko indukcija.....	8
26.2. Ampero dėsnis.....	9
26.3. Bio, Savaro ir Laplaso dėsnis. Jo taikymas .....	10
26.4. Lygiagrečių tiesinių elektros srovių magnetinė sąveika.....	15
26.5. Plokščiojo kontūro srovės magnetinis momentas .....	16
26.6. Krūvininkų judėjimas magnetiniame lauke.....	17
26.7. Žemės magnetinis laukas ir magnetosfera .....	20
26.8.* Magnetinės indukcijos vektoriaus cirkuliacija vakuume (pilnutinės srovės dėsnis).....	21
26.9. Magnetinis srautas. Gauso teorema, taikoma magnetiniam laukui .....	22
26.10. Darbas perkeliant laidininką, kuriuo teka srovė, magnetiniame lauke.....	23
27. MEDŽIAGŲ MAGNETINĖS SAVYBĖS.....	25
27.1. Atomo magnetinis momentas. Įmagnetėjimo vektorius.....	25
27.2. Atomas magnetiniame lauke .....	26
27.3. Magnetinis laukas magnetike. Magnetinio lauko stipris .....	27
27.4. Diamagnetikai ir paramagnetikai .....	29
27.5. Feromagnetikai.....	31
28. ELEKTROMAGNETINĖ INDUKCIJA.....	35
28.1. Faradėjaus (elektromagnetinės indukcijos) dėsnis. Lenco taisyklė.....	35
28.2.* Indukcijos elektrovaros atsiradimo mechanizmas.....	36
28.3. Saviindukcijos reiškinys.....	37
28.4. Abipusė indukcija.....	39
28.5. Fuko srovės. Paviršiaus efektas (skinefektas).....	40
28.6. Magnetinio lauko energija.....	41
29. ELEKTROMAGNETINIAI VIRPESIAI IR BANGOS .....	44
29.1. Laisvieji elektromagnetiniai virpesiai Tomsono kontūre .....	44
29.2.* Laisvieji slopinamieji elektromagnetiniai virpesiai .....	46
29.3.* Priverstiniai elektromagnetiniai virpesiai .....	48
29.4. Kintamoji elektros srovė .....	50
29.5.* Maksvelo lygtys .....	53
29.6. Elektromagnetinės bangos, jų lygtys ir parametrai .....	55
29.7. Elektromagnetinių bangų energija .....	56
29.8. Elektromagnetinių bangų spektras .....	58
29.9. Elektromagnetinių bangų ekologinio poveikio pavyzdžiai .....	58



BANGINĖ OPTIKA .....	63
30. ŠVIESOS ATSPINDYS IR LŪŽIMAS .....	63
30.1. Hiuigenso principas. Šviesos atspindžio ir lūžimo dėsniai .....	63
30.2. Visiškas vidaus atspindys .....	65
30.3. * Šviesos bangos atspindžio ir pralaidumo koeficientai .....	67
31. ŠVIESOS INTERFERENCIJA .....	71
31.1. Šviesos bangų koherentiškumas .....	71
31.2. Šviesos interferencijos maksimumų ir minimumų sąlygos .....	72
31.3. Šviesos interferencijos gavimo būdai .....	73
31.4. Šviesos interferencija plonoje plėvelėje .....	74
31.5. Interferencijos taikymas .....	76
32. ŠVIESOS DIFRAKCIJA .....	78
32.1. Hiuigenso ir Frenelio principas. Frenelio zonų metodas .....	78
32.2. Difrakcija apskritoje angoje ir diske (Frenelio difrakcija) .....	80
32.3. Difrakcija plyšyje (Fraunhoferio difrakcija) .....	80
32.4. Difrakcija vienmatėje difrakcinėje gardelėje .....	82
32.5. Difrakcija erdvinėje difrakcinėje gardelėje .....	83
32.6. Holografijos esmė .....	84
33. ŠVIESOS SKLIDIMAS MEDŽIAGOJE .....	85
33.1. Normalioji ir anomalioji dispersija .....	85
33.2.*. Klasikinė elektroninė šviesos dispersijos teorija .....	86
33.3. Šviesos sugertis (absorbicija) .....	89
33.4. Šviesos sklaida .....	90
34. ŠVIESOS POLIARIZACIJA .....	92
34.1. Natūralioji ir poliarizuotoji šviesa .....	92
34.2. Dvejopas šviesos lūžimas kristaluose. Nikolio prizmė .....	93
34.3. Maliu dėsnis .....	94
34.4.*. Atspindėjusios ir lūžusios šviesos poliarizacija .....	94
34.5. Dirbtinė optinė anizotropija .....	96
34.6. Optiškai aktyvios medžiagos .....	97
35. FOTOMETRIJOS PAGRINDAI .....	98
35.1. Žmogaus akies santykinis spektrinis jautris .....	98
35.2. Fotometrijos energiniai ir šviesiniai dydžiai .....	98
35.3. Žmogaus akis ir kūnų spalvos .....	103
35.4. Kūnų albedas .....	104
KVANTINĖ OPTIKA .....	106
36. PUSIAUSVIRASIS ŠILUMINIS SPINDULIAVIMAS .....	106
36.1. Šiluminis spinduliavimas ir jo charakteristikos. Absoliučiai juodas kūnas .....	106
36.2. Kirchhofo dėsnis .....	108
36.3. Stefano ir Bolcmano dėsnis .....	109

36.4. Vyno poslinkio dėsnis .....	111
36.5. Planko formulė. Kvanto sąvoka .....	112
36.6. Optinė pirometrija .....	114
36.7. Šiluminis Saulės spinduliavimas .....	115
36.8. Žemės šilumos balansas .....	116
36.9. Šiluminė tarša. Šiltnamio efektas .....	119
36.10. Ozono problemos esmė .....	120
37. IŠORINIS FOTOEFEKTAS .....	123
38. ŠVIESOS SLĖGIS .....	127
39.*. KOMPTONO REIŠKINYS .....	129
ATOMO TEORIJOS IR KVANTINĖS MECHANIKOS PAGRINDAI .....	130
40. VANDENILIŠKŲJŲ JONŲ BORO TEORIJA .....	130
40.1. Vandenilio atomo linijinis spektras .....	130
40.2. Vandeniliškieji jonai ir jų spektrų kilmė Boro teorijoje .....	131
40.3. Eksperimentinis Boro postulatų tikrinimas .....	134
40.4. Boro teorijos trūkumai .....	135
41. KVANTINĖS MECHANIKOS PRADMENYS .....	136
41.1. De Broilio formulė. Medžiagos dvejopa (korpuskulinė ir banginė) prigimtis .....	136
41.2. Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšis .....	137
41.3. Banginė funkcija ( $\Psi$ funkcija) ir jos savybės .....	139
41.4. Šrėdingerio lygtis .....	140
41.5.*. Mikrodalėlė vienmatėje be galo gilioje stačiakampėje potencialo duobėje .....	141
41.6. Vandenilio ir vandeniliškųjų jonų Šrėdingerio lygties sprendimo rezultatai. Kvantiniai skaičiai .....	144
41.7. Šterno ir Gerlacho bandymas. Elektronų sukinyvis .....	146
41.8. Vienodų mikrodalelių tapatumo principas .....	147
41.9. Paulio principas. Periodinė elementų sistema .....	147
41.10. Daugiaelektroninių atomų spektrai. Atrankos taisyklės .....	150
41.11. Rentgeno spinduliuotės spektras. Mozlio dėsnis .....	151
41.12. Rentgeno spinduliuotės sugertis ir taikymas .....	152
41.13.*. Molekulinių spektrų kilmė .....	154
42. KIETOJO KŪNO TEORIJOS ELEMENTAI .....	157
42.1. Energijos juostų susidarymas kietuosiuose kūnuose .....	157
42.2. Metalai ir dielektrikai juostinės teorijos požiūriu .....	159
42.3. Puslaidininkų juostinės teorijos esmė .....	160
43. LAZERIAI (OPTINIAI KVANTINIAI GENERATORIAI) .....	164
43.1.*. Savaiminis ir priverstinis spinduliavimas .....	164
43.2. Lazerių veikimas ir taikymas .....	164
BRANDUOLIO IR ELEMENTARIŲJŲ DALELIŲ FIZIKOS PAGRINDAI .....	168
44. BRANDUOLIO FIZIKOS ELEMENTAI .....	168



44.1. Atomo branduolio sandara ir pagrindinės savybės.....	168
44.2. Branduolinės jėgos. Branduolių modeliai.....	171
44.3. Masės defektas. Branduolio ryšio energija.....	172
44.4. Branduolių radioaktyvumas.....	174
44.5. $\alpha$ skilimas.....	174
44.6. $\beta$ skilimas.....	175
44.7. Neutrinai ir antineutrinai.....	176
44.8. Radioaktyviojo skilimo dėsnis. Skilimo kiekybinės charakteristikos.....	177
44.9. Izotopų aktyvumas.....	180
44.10. Radioaktyviosios sekos.....	181
44.11. Radioaktyviųjų izotopų taikymas.....	184
44.12. $\gamma$ spinduliuotė.....	185
44.13. Meshauerio efektas ir jo taikymas.....	187
44.14. Jonizuojančiosios spinduliuotės sąveika su medžiaga.....	188
44.15. Jonizuojančiosios spinduliuotės poveikio matavimo vienetai.....	192
44.16. Jonizuojančiosios spinduliuotės biologinis poveikis. Radiacinė sauga.....	194
44.17. Jonizuojančiosios spinduliuotės registravimo ir matavimo būdai.....	197
44.18. Branduolinės reakcijos.....	200
44.19. Neutronai ir jų sąveika su medžiagos branduoliais.....	201
44.20. Grandininė branduolių dalijimosi reakcija.....	203
44.21. Branduoliniai reaktoriai.....	204
44.22. Termobranduolinės sintezės reakcija.....	206
44.23*. Termobranduolinė sintezė gamtoje.....	206
45. ELEMENTARIOSIOS DALELĖS.....	208
45.1. Elementariųjų dalelių savybės ir klasifikacija.....	208
45.2*. Kosminė spinduliuotė.....	210
DALYKINĖ RODYKLĖ.....	212
I PRIEDAS. Vadovėlyje taikomos fundamentinės fizikinės konstantos.....	218
II PRIEDAS. Pagrindinių vadovėlyje taikomų fizikinių dydžių žymenys ir SI matavimo vienetai.....	219
III PRIEDAS. Elementariųjų dalelių žymenys ir charakteristikos.....	223
IV PRIEDAS. Vadovėlio lentelių sąrašas.....	225
V PRIEDAS. Pagrindinės diferencijavimo ir integravimo formulės.....	226
LITERATŪRA.....	227

## PRATARMĖ

Ši knyga yra vadovėlio „Fizikos pagrindai aplinkos inžinerijoje“ antroji dalis. Joje nagrinėjama elektromagnetizmas, elektromagnetiniai virpesiai ir bangos, banginė ir kvantinė optika, kvantinės mechanikos ir kietojo kūno teorijos pradmenys, atomo bei branduolio fizika. Dėl dėstomo fizikos kurso vientisumo ir kai kurių temų sąsajų medžiagos įsisavinimui palengvinti pateikiama daug nuorodų, nukreipiančių skaitytoją į vadovėlio pirmojoje dalyje nagrinėtus klausimus, tad skyrių bei paveikslų numeracija tęsiama.

Remiantis pirmosios vadovėlio dalies priede pateikta pagrindinių bendrosios fizikos skyrių ir aplinkosauginių disciplinų sąsajų schema stengiasi nagrinėjamus klausimus kuo labiau susieti su Aplinkos inžinerijos fakultete dėstomomis specialiosiomis disciplinomis, atskleisti daugelio fizikos klausimų taikomąjį pobūdį, kartu nevengta fizikos kurso programos numatyto esminių fizikinių reiškinių nagrinėjimo, pateikiama pavyzdžių sprendinių, grafinės bei iliustracinės medžiagos, terpių savybių lentelės. Vadovėlyje taikoma SI matavimo vienetų sistema, tačiau atomo ir branduolio fizikai skirtuose skyriuose primenami ir mokslinėje bei mokomojoje literatūroje labiausiai paplitę nesisteminiai vienetai.

Išlaikytas pirmosios vadovėlio dalies dėstymo stilius, taikomos tik pagrindinės aukštosios matematikos formulės. Keli teorijos požiūriu sudėtingesni poskyriai pažymėti žvaigždute (\*).

Prieduose pateikta vadovėlyje taikomų fundamentinių fizikinių konstantų, fizikinių dydžių žymenų bei SI matavimo vienetų lentelės, galė – vadovėlio antrosios dalies lentelių sąrašas. Dalykinė rodyklė leidžia skaitytojams operatyviai rasti reikiamą fizikinį dėsnį, dydį ar vyksmo aprašymą.

Tikimasi, kad vadovėlis bus naudingas ne tik Aplinkos inžinerijos, bet ir kitų specialybių studentams.

Autorius nuoširdžiai dėkingas VGTU Aplinkos inžinerijos fakulteto dekanui profesorui D. Čygui už idėjos vadovėlį rengti palaikymą ir paramą, šio fakulteto profesoriams P. Baltrėnui, D. Butkui, Fundamentinių mokslų fakulteto profesorui V. Podvezko ir docentei N. Astrauskienai, VVU Fizikos katedros docentui S. Tamošiūnui už vadovėlio recenzavimą ir vertingas pastabas bei pasiūlymus.

## ELEKTROMAGNETIZMAS

### 26. MAGNETINIS LAUKAS VAKUUME

Nuolatiniai magnetai, traukiantys geležinius daiktus ir galintys orientuotis pietų – šiaurės kryptimi, buvo žinomi dar prieš tūkstančius metų. Kinijoje kompasas navigacijai jau buvo taikomas XI amžiuje. Tačiau tik XIX amžiuje – nuo elektros ir magnetinių reiškinių sąsajų tyrimo prasidėjo elektromagnetizmo kaip klasikinės fizikos dalies kūrimas. Elektromagnetiniai reiškiniai – elektrotechnikos, elektronikos, nuotolinių ryšių, informatikos įrenginių pagrindas ir turi nemažos įtakos mūsų šiuolaikinės civilizacijos raidai.

Šiame skyriuje nagrinėjami magnetiniai laukai vakuumė, tačiau formulės pateikiamos taip, kad galėtų būti taikomos ir tada, kai reiškiniai vyksta terpėse. Jei nagrinėjamas reiškinys vakuumė, formulėse taikoma santykinė magnetinė skvarba  $\mu = 1$ . Dydžio  $\mu$  fizikinė prasmė aiškina 27.3 poskyryje.

#### 26.1. Lorencio jėga. Magnetinio lauko indukcija

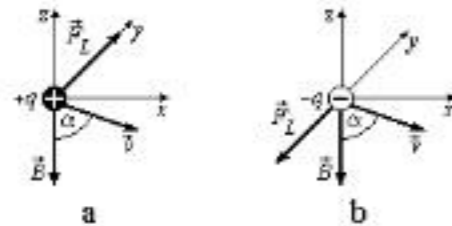
Vadovėlio pirmojoje dalyje (23 skyriuje) aptarėme nejudančių elektros krūvių kuriamo elektrostatinio lauko savybes ir tokių krūvių sąveiką nusakėme Kulono dėsnio (23.2). Bandymais įrodyta, kad krūviams judant jų sąveikos jėga pakinta, prie elektrostatinės jėgos prisideda judančių elektros krūvių kuriamų magnetinių laukų sąveikos jėga. Taigi tarp judančių krūvių, kartu ir tarp elektros srovių, egzistuoja elektromagnetinė sąveika. Toliau (27 skyriuje) parodoma, kad nuolatinių magnetų magnetinius laukus irgi kuria krūvininkai – elektronai, tik ne laisvieji, o esantys atomuose.

Kaip rodo bandymai, magnetiniame lauke greičiu  $\vec{v}$  judantį krūvį  $q$  veikia Lorencio jėga

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (26.1)$$

čia  $\vec{B}$  – magnetinio lauko charakteristika, vadinama magnetinio lauko indukcija, arba magnetine indukcija.

Jei krūvis yra teigiamasis, vektoriai  $\vec{F}_L$ ,  $\vec{v}$  ir  $\vec{B}$  sudaro dešininę vektorių sistemą (žr. 6.1 poskyrį), jei neigiamasis – kairinę. Šių vektorių kryptys Dekarto stačiakampėje koordinatų sistemoje  $x$ ,  $y$ ,  $z$  pavaizduotos 210 pav., a ir b. Teigiamąjį (neigiamąjį) krūvį veikiančios Lorencio jėgos kryptį lengva nustatyti pagal kairiosios (dešinėsios) rankos taisyklę: ranka laikoma taip, kad vektorius  $\vec{B}$  įeity į delną, o keturi pirštai rodytų krūvio greičio kryptį, tada atlenktas nykštis rodytų Lorencio jėgos kryptį. Pagal vektorinės sandaugos taisyklę



210 pav. Lorencio jėga, veikiant teigiamąjį (a) ir neigiamąjį (b) krūvius.  $\vec{F}_L$  yra  $y$  ašyje,  $\vec{B}$  –  $z$  ašyje,  $\vec{v}$  –  $xz$  plokštumoje

Lorencio jėga  $\vec{F}_L$  visada statmena plokštumai, kurioje yra vektoriai  $\vec{v}$  ir  $\vec{B}$ .

Greičiui statmena jėga vadinama įcentrine (žr. 8.1 poskyrį), ji keičia kūno greičio kryptį, bet ne modulį, todėl Lorencio jėga darbo neatlieka.

(26.1) lygties skaliarinė forma:

$$F_L = qvB \sin \alpha, \quad (26.2)$$

čia  $\alpha$  – kampas tarp vektorių  $\vec{v}$  ir  $\vec{B}$ .

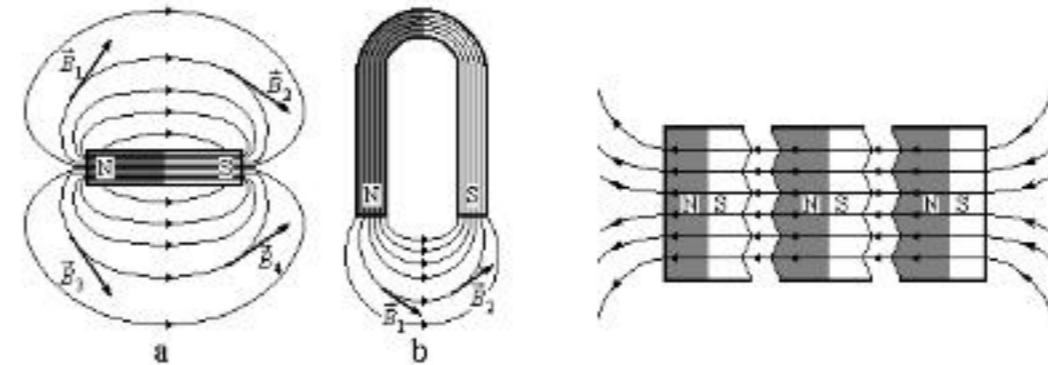
Akivaizdu, kad Lorencio jėgos modulis pasiekia didžiausią reikšmę  $F_{Lmax}$ , kai  $|\sin \alpha| = 1$ . Iš (26.2) gauname, kad magnetinė indukcija lygi jėgai, veikiančiai vienetinį krūvį, kuris juda magnetiniame lauke statmenai magnetinės indukcijos vektoriui vienetiniu greičiu:

$$B = \frac{F_{Lmax}}{qv}. \quad (26.3)$$

Magnetinės indukcijos SI matavimo vienetas yra tesla:  $[B] = T = \frac{N \cdot s}{C \cdot m} = \frac{N}{A \cdot m}$ .

Magnetinis laukas vadinamas vienalyčiu, jei visuose jo taškuose magnetinės indukcijos vektorius yra vienodas.

Magnetinio lauko konfigūracija vaizduojama magnetinėmis jėgų linijomis, kurios braižomos taip, kad kiekviename lauko taške liestinės į jėgų liniją kryptis sutaptų su magnetinės indukcijos vektoriumi šiam taške. Jėgų linijas galima įsivaizduoti kaip susidedančias iš be galo mažų magnetinės indukcijos vektorių. Magnetinė indukcija didesnė ten, kur jėgų linijos tankesnės. Kadangi „magnetiniai krūviai“ neegzistuoja, magnetinis laukas yra sukūrinis, t. y. jo jėgų linijos visada uždarosios. Vienalyčio lauko jėgų linijos yra lygiagrečios tiesės, išsidėsčiusios viena nuo kitos vienodais atstumais.



211 pav. Strypinio (a) ir pasagiškojo (b) magnetų laukų jėgų linijos ir magnetinės indukcijos vektoriai. 212 pav. Strypinio magneto „skaidymas“ rodo, kad „magnetiniai krūviai“ neegzistuoja

211 pav. pavaizduotos kelios strypinio ir pasagiškojo magnetų laukų jėgų linijos ir magnetinio lauko indukcijos vektoriai įvairiuose taškuose. Jėgų linijos visada nukreiptos iš šiaurės magnetinio poliaus (N) į pietų (S). Kadangi „magnetinių krūvių“ nėra, magnetinių polių atskirti neįmanoma. Magneto skaidymas į mažesnes dalis, iki vieno atomo imtinai, reiškia tiesiog magnetų skaičiaus didinimą (212 pav.). Šiame paveiksle ir toliau vaizduojamos tik magneto viduje einančios jėgų linijos, jų susijungimas išorėje nevaizduojamas, bet turimas mintyje.

Jei krūvis juda ir  $\vec{B}$  indukcijos magnetiniame, ir  $\vec{E}$  stiprio elektriniame laukuose (arba elektromagnetiniame lauke), krūvį veikia apibendrintoji Lorencio jėga

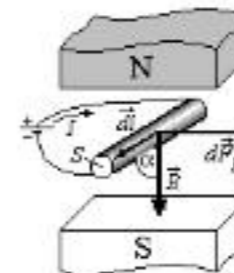
$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}]. \quad (26.4)$$

Kartais būtent ši jėga vadinama Lorencio jėga.

#### 26.2. Ampero dėsnis

Elektros srovė yra kryptingas elektros krūvių judėjimas (žr. 25.1 poskyrį). Vadinasi, nuolatinio magneto lauke laidininką, kuriuo teka srovė, turi veikti visus elektronus veikiančių Lorencio jėgų atstojamoji, vadinama Ampero jėga

$$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_L. \quad (26.5)$$



213 pav. Srovės elementas nuolatinio magneto lauke

Raskime Ampero jėgos išraišką. Laidininko elemento  $d\vec{l}$  sandauga iš juo tekančios srovės stiprio  $I$  vadinama srovės elementu  $I d\vec{l}$ . Tarkime, kad srovės elementas yra nuolatinio magneto magnetiniame lauke (213 pav.). Elementas  $d\vec{l}$  yra tiek mažas, kad jį veikiantis magnetinis laukas laikytinas  $\vec{B}$  indukcijos vienalyčiu lauku. Laidininko skerspjūvio plotas  $S$ . Kampas tarp vektorių  $\vec{B}$  ir  $d\vec{l}$  lygus  $\alpha$ . Elektronų koncentracija laidininke –  $n$ , jų kryptingo

## ELEKTROMAGNETIZMAS

### 26. MAGNETINIS LAUKAS VAKUUME

Nuolatiniai magnetai, traukiantys geležinius daiktus ir galintys orientuoti pietų – šiaurės kryptimi, buvo žinomi dar prieš tūkstančius metų. Kinijoje kompasas navigacijai jau buvo taikomas XI amžiuje. Tačiau tik XIX amžiuje – nuo elektros ir magnetinių reiškinių sąsajų tyrimo prasidėjo elektromagnetizmo kaip klasikinės fizikos dalies kūrimas. Elektromagnetiniai reiškiniai – elektrotechnikos, elektronikos, nuotolinių ryšių, informatikos įrenginių pagrindas ir turi nemažos įtakos mūsų šiuolaikinės civilizacijos raidai.

Šiame skyriuje nagrinėjami magnetiniai laukai vakuumė, tačiau formulės pateikiamos taip, kad galėtų būti taikomos ir tada, kai reiškiniai vyksta terpėse. Jei nagrinėjamas reiškinys vakuumė, formulėse taikoma santykinė magnetinė skvarba  $\mu = 1$ . Dydžio  $\mu$  fizikinė prasmė aiškina 27.3 poskyryje.

#### 26.1. Lorencio jėga. Magnetinio lauko indukcija

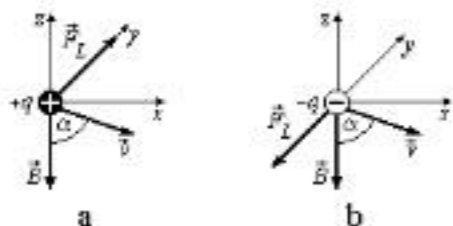
Vadovėlio pirmojoje dalyje (23 skyriuje) aptarėme nejudančių elektros krūvių kuriamo elektrostatinio lauko savybes ir tokių krūvių sąveiką nusakėme Kulono dėsnium (23.2). Bandymais įrodyta, kad krūviams judant jų sąveikos jėga pakinta, prie elektrostatinės jėgos prisideda judančių elektros krūvių kuriamų magnetinių laukų sąveikos jėga. Taigi tarp judančių krūvių, kartu ir tarp elektros srovių, egzistuoja elektromagnetinė sąveika. Toliau (27 skyriuje) parodoma, kad nuolatinių magnetų magnetinius laukus irgi kuria krūvininkai – elektronai, tik ne laisvieji, o esantys atomuose.

Kaip rodo bandymai, magnetiniame lauke greičiu  $\vec{v}$  judantį krūvį  $q$  veikia Lorencio jėga

$$\vec{F}_L = q[\vec{v} \times \vec{B}], \quad (26.1)$$

čia  $\vec{B}$  – magnetinio lauko charakteristika, vadinama magnetinio lauko indukcija, arba magnetine indukcija.

Jei krūvis yra teigiamasis, vektoriai  $\vec{F}_L$ ,  $\vec{v}$  ir  $\vec{B}$  sudaro dešininę vektorių sistemą (žr. 6.1 poskyrį), jei neigiamasis – kairinę. Šių vektorių kryptys Dekarto stačiakampėje koordinatinių sistemoje  $x$ ,  $y$ ,  $z$  pavaizduotos 210 pav., a ir b. Teigiamąjį (neigiamąjį) krūvį veikiančios Lorencio jėgos kryptį lengva nustatyti pagal kairiosios (dešinėsios) rankos taisyklę: ranka laikoma taip, kad vektorius  $\vec{B}$  įeity į delną, o keturi pirštai rodytų krūvio greičio kryptį, tada atlenktas nykštys rodytų Lorencio jėgos kryptį. Pagal vektorinės sandaugos taisyklę



210 pav. Lorencio jėga, veikiant teigiamąjį (a) ir neigiamąjį (b) krūvius.  $\vec{F}_L$  yra  $y$  ašyje,  $\vec{B}$  –  $z$  ašyje,  $\vec{v}$  –  $xz$  plokštumoje

Lorencio jėga  $\vec{F}_L$  visada statmena plokštumai, kurioje yra vektoriai  $\vec{v}$  ir  $\vec{B}$ .

Greičiui statmena jėga vadinama įcentrine (žr. 8.1 poskyrį), ji keičia kūno greičio kryptį, bet ne modulį, todėl Lorencio jėga darbo neatlieka.

(26.1) lygties skaliarinė forma:

$$F_L = qvB \sin \alpha, \quad (26.2)$$

čia  $\alpha$  – kampas tarp vektorių  $\vec{v}$  ir  $\vec{B}$ .

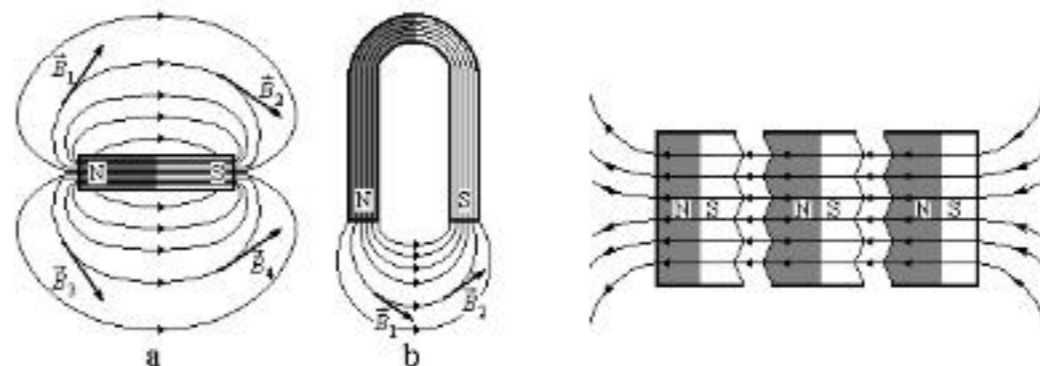
Akivaizdu, kad Lorencio jėgos modulis pasiekia didžiausią reikšmę  $F_{Lmax}$ , kai  $|\sin \alpha| = 1$ . Iš (26.2) gauname, kad magnetinė indukcija lygi jėgai, veikiančiai vienetinį krūvį, kuris juda magnetiniame lauke statmenai magnetinės indukcijos vektoriui vienetiniu greičiu:

$$B = \frac{F_{Lmax}}{qv}. \quad (26.3)$$

Magnetinės indukcijos SI matavimo vienetas yra tesla:  $[B] = T = \frac{Ns}{Cm} = \frac{N}{Am}$ .

Magnetinis laukas vadinamas vienalyčiu, jei visuose jo taškuose magnetinės indukcijos vektorius yra vienodas.

Magnetinio lauko konfigūracija vaizduojama magnetinėmis jėgų linijomis, kurios braižomos taip, kad kiekviename lauko taške liestinės į jėgų liniją kryptis sutaptų su magnetinės indukcijos vektoriumi šiam taške. Jėgų linijas galima įsivaizduoti kaip susidedančias iš be galo mažų magnetinės indukcijos vektorių. Magnetinė indukcija didesnė ten, kur jėgų linijos tankesnės. Kadangi „magnetiniai krūviai“ neegzistuoja, magnetinis laukas yra sukūrinis, t. y. jo jėgų linijos visada uždarosios. Vienalyčio lauko jėgų linijos yra lygiagrečios tiesės, išsidėsčiusios viena nuo kitos vienodais atstumais.



211 pav. Strypinio (a) ir pasagiškojo (b) magnetų laukų jėgų linijos ir magnetinės indukcijos vektoriai

212 pav. Strypinio magneto „skaidymas“ rodo, kad „magnetiniai krūviai“ neegzistuoja

211 pav. pavaizduotos kelios strypinio ir pasagiškojo magnetų laukų jėgų linijos ir magnetinio lauko indukcijos vektoriai įvairiuose taškuose. Jėgų linijos visada nukreiptos iš šiaurės magnetinio poliaus (N) į pietų (S). Kadangi „magnetinių krūvių“ nėra, magnetinių polių atskirti neįmanoma. Magneto skaidymas į mažesnes dalis, iki vieno atomo imtinai, reiškia tiesiog magnetų skaičiaus didinimą (212 pav.). Šiame paveiksle ir toliau vaizduojamos tik magneto viduje einančios jėgų linijos, jų susijungimas išorėje nevaizduojamas, bet turimas mintyje.

Jei krūvis juda ir  $\vec{B}$  indukcijos magnetiniame, ir  $\vec{E}$  stiprio elektriniame laukuose (arba elektromagnetiniame lauke), krūvį veikia apibendrintoji Lorencio jėga

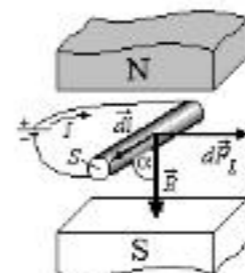
$$\vec{F}_L = q\vec{E} + q[\vec{v} \times \vec{B}]. \quad (26.4)$$

Kartais būtent ši jėga vadinama Lorencio jėga.

#### 26.2. Ampero dėsnis

Elektros srovė yra kryptingas elektros krūvių judėjimas (žr. 25.1 poskyrį). Vadinasi, nuolatinio magneto lauke laidininką, kuriuo teka srovė, turi veikti visus elektronus veikiančių Lorencio jėgų atstojamoji, vadinama Ampero jėga

$$\vec{F}_A = \sum \vec{F}_L. \quad (26.5)$$



213 pav. Srovės elementas nuolatinio magneto lauke

Raskime Ampero jėgos išraišką. Laidininko elemento  $d\vec{l}$  sandauga iš juo tekančios srovės stiprio  $I$  vadinama srovės elementu  $I d\vec{l}$ . Tarkime, kad srovės elementas yra nuolatinio magneto magnetiniame lauke (213 pav.). Elementas  $d\vec{l}$  yra tiek mažas, kad jį veikiantis magnetinis laukas laikytinas  $\vec{B}$  indukcijos vienalyčiu lauku. Laidininko skerspjūvio plotas  $S$ . Kampas tarp vektorių  $\vec{B}$  ir  $d\vec{l}$  lygus  $\alpha$ . Elektronų koncentracija laidininke –  $n$ , jų kryptingo

judėjimo (dreifo) vidutinis greitis  $-\bar{u}$ . Elektronų skaičius elemente  $d\bar{l}$  –

$$dN = n dV = n S dl, \quad (26.6)$$

čia  $dV$  – laidininko elemento tūris. Lorencio jėgos, kurios veikia elektronus dėl jų šiluminio (chaotiško) judėjimo, pasiskirsto chaotiškai visomis kryptimis, todėl šių jėgų atstojamoji lygi nuliui.

Kiekvieną kryptingai greičiu  $u$  judantį elektroną veikia Lorencio jėga  $F_L = |e|uB \sin \alpha$ , o visus tūrio  $dV$  elektronus, t. y. laidininko srovės elementą, veikia Ampero jėga

$$dF_A = F_L dN = |e|uB n S dl \sin \alpha. \quad (26.7)$$

Kadangi srovės tankis  $j = n|e|u$  (žr. 25.7 poskyrį), o srovė  $I = jS = n|e|uS$ , iš (26.7) formulės gauname Ampero dėsnį:

$$dF_A = BI dl \sin \alpha, \quad (26.8)$$

arba vektorine forma:

$$d\vec{F}_A = I [d\vec{l} \vec{B}]. \quad (26.9)$$

Taigi pagal Ampero dėsnį laidininką, kuriuo teka srovė, magnetiniame lauke veikianti jėga yra tiesiog proporcinga srovės stipriui, magnetinio lauko indukcijai bei laidininko ilgiui ir priklauso nuo laidininko išsidėstymo lauko magnetinės indukcijos atžvilgiu.

(26.8) lygtis rodo, kad magnetinio lauko indukcija lygi jėgai, veikiančiai laidininko ilgį vienetai, kai laidininke teka vienetinė srovė, ir jis yra statmenas magnetinės indukcijos vektoriui:

$$B = \frac{dF_A}{I dl_{\perp}}. \quad (26.10)$$

Pagal šią išraišką gautas matavimo vienetas tesla (T) analogiškas gautam pagal (26.3). Baigtinio ilgio laidininką veikia Ampero jėga

$$\vec{F}_A = I \int_{(L)} [d\vec{l} \vec{B}]. \quad (26.11)$$

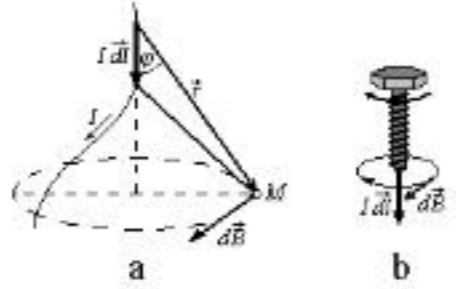
čia integruojama pagal visą laidininko ilgį  $L$ . (26.11) formulė taikytina bet kurio ženklo krūvininkų kuriamai srovei.

### 26.3. Bio, Savaro ir Laplaso dėsnis. Jo taikymas

Pagal Bio, Savaro ir Laplaso dėsnį srovės elementas  $I d\vec{l}$  (čia  $I$  – srovės stipris,  $d\vec{l}$  – laidininko elementas, žr. 214 pav., a) sukuria magnetinį lauką, kurio indukciją bet kuriame taške  $M$  nusako formulė

$$d\vec{B} = \frac{\mu\mu_0 I [d\vec{l} \vec{r}]}{4\pi r^3}, \quad (26.12)$$

čia  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{H}{m}$  – magnetinė pastovioji;  $\vec{r}$  – vektorius, išvestas iš elemento  $I d\vec{l}$  į tiriamąjį lauko tašką  $M$ .



214 pav. Bio, Savaro ir Laplaso dėsnis

Tiesinio laidininko, taip pat ir laidininko elemento, srovės kuriamo magnetinio lauko indukcijos kryptis nustatoma arba taikant (26.12) lygčiai vektorinės sandaugos taisyklę (žr. 6.1 poskyrį), arba pagal dešiniojo sraigto taisyklę: sraigto judėjimo kryptis turi sutapti su srovės kryptimi, tada sraigto sukimasis sutampa su jėgų linijų, kurios turi būti srovei statmenose plokštumose, kryptimi; ta pačia kryptimi išvesta liestinė į jėgos liniją bet kuriame taške rodo magnetinės indukcijos kryptį (214 pav., b).

Skaliarinė (26.11) lygties forma:

$$dB = \frac{\mu\mu_0 I dl \sin \varphi}{4\pi r^2}, \quad (26.13)$$

čia  $\varphi$  – kampas tarp vektorių  $d\vec{l}$  ir  $\vec{r}$ . Atkreipkime dėmesį, kad srovės elemento magnetinio lauko indukcija atvirkščiai proporcinga atstumo nuo elemento iki tiriamo taško kvadratui.

Magnetiniam laukui, kaip ir elektrostatiniam (žr. (23.6)), galioja superpozicijos principas: srovių (judančių krūvių) sistemos sukuriama magnetinio lauko indukcija bet kuriame taške yra lygi visų sistemos srovių (judančių krūvių) magnetinių laukų indukcijų šiame taške vektorių sumai:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i. \quad (26.14)$$

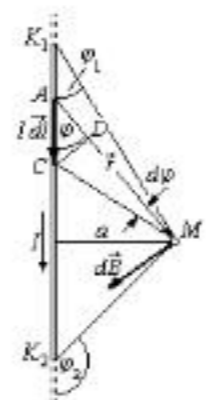
Taikant Bio, Savaro ir Laplaso dėsnį bei superpozicijos principą galima apskaičiuoti įvairių formų laidininkų, kuriais teka srovės, magnetinio lauko indukcijas, jei žinoma laidininko formos analizinė išraiška. Čia pateiksime dažniausiai pasitaikančius atvejus.

#### 1. Baigtinio ilgio tiesinio laidininko srovės magnetinis laukas

Apskaičiuokime tiesia laidininko atkarpa  $L = K_1 K_2$  tekančios srovės  $I$  kuriamo magnetinio lauko indukciją taške  $M$  (215 pav.). Visų srovės elementų  $I d\vec{l}$ , esančių brėžinio plokštumoje ir nukreiptų žemyn, magnetinės indukcijos  $d\vec{B}$  yra statmenos brėžinio plokštumai ir nukreiptos į mus. Todėl sumuojame (integruojame) (26.13) formulės nusakomų vektorių modulius:

$$B = \int_{(L)} dB = \int_{(L)} \frac{\mu\mu_0 I dl \sin \varphi}{4\pi r^2} = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi} \int_{(L)} \frac{dl \sin \varphi}{r^2}. \quad (26.15)$$

Laidininko elemento  $d\vec{l}$  galus sujungiame su tiriamu tašku  $M$  atkarpomis  $AM$  ir  $CM$ . Kadangi elementas  $d\vec{l}$  yra be galo mažas,  $AM = CM = |\vec{r}| = r$



(čia  $\vec{r}$  yra vektorius, išvestas iš elemento  $d\vec{l}$  į  $M$ ). Dėl tos pačios priežasties statmuo  $CD$ , nuleistas iš srovės elemento galo  $C$  į  $AM$ , gali būti išreikštas taip:  $CD = r d\varphi$  (čia  $d\varphi$  yra kampas, kuriuo iš  $M$  matomas elementas  $d\vec{l}$ ). Trumpiausia atstumą nuo tiriamo taško iki laidininko arba jo tęsinio (statmens, nuleisto iš  $M$  į  $K_1 K_2$  liniją, ilgį) pažymime  $a$ , kampą tarp  $\vec{r}$  ir  $d\vec{l}$  –  $\varphi$ . Išreiškiame visus pointegralinės funkcijos dydžius atstumu  $a$  ir kampu  $\varphi$ :

$$r = \frac{a}{\sin \varphi}, \quad dl = \frac{CD}{\sin \varphi} = \frac{r d\varphi}{\sin \varphi} = \frac{a d\varphi}{\sin^2 \varphi}.$$

Įrašome  $r$  ir  $dl$  išraiškas į (26.15), atliekame algebrinius veiksmus ir integruojame:

$$B = \frac{\mu\mu_0 I}{4\pi} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin \varphi d\varphi = \frac{\mu\mu_0 I (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)}{4\pi a}, \quad (26.16)$$

215 pav. Baigtinio ilgio tiesinio laidininko srovės magnetinio lauko indukcija

čia  $I$  – laidininko srovė,  $\varphi_1$  ir  $\varphi_2$  – kampai tarp srovės krypties ir krypties iš laidininko galų į tiriamą tašką,  $a$  – trumpiausias atstumas nuo tiriamo taško iki laidininko linijos.

Taigi baigtinio ilgio tiesinio laidininko srovės magnetinio lauko indukcija tam tikrame taške yra tiesiog proporcinga srovės stipriui, atvirkščiai proporcinga taško atstumui iki laidininko ir priklauso nuo tiriamo taško padėties laidininko galų atžvilgiu (nuo kampų  $\varphi_1$  ir  $\varphi_2$ ).

2. Tiesinio begalinio laidininko srovės magnetinis laukas

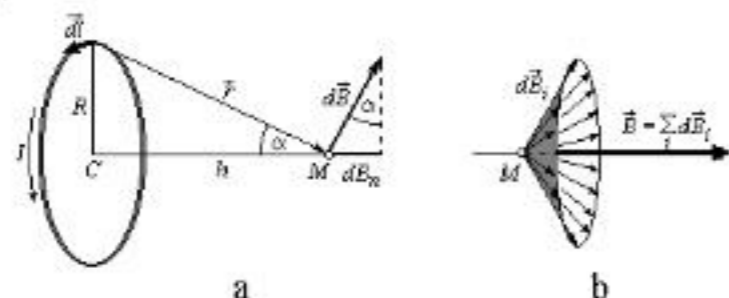
Taikome (26.16) formulę begaliniam laidininkui. Šiuo atveju  $\varphi_1 = 0$ ,  $\varphi_2 = 180^\circ$ , atitinkamai  $\cos \varphi_1 = 1$ ,  $\cos \varphi_2 = -1$ , todėl iš (26.16) gauname:

$$B_x = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{a} = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a} \quad (26.17)$$

Taigi tiesinio begalinio laidininko srovės sukurto magnetinio lauko indukcija yra tiesiog proporcinga srovės stipriui ir atvirkščiai proporcinga trumpiausiam atstumui nuo tiriamo taško iki laidininko arba jo tęsinio. Magnetinės indukcijos vektoriaus  $\vec{B}$  kryptis nustatoma pagal dešiniojo sraigto taisyklę.

3. Apskritinės vijos srovės magnetinis laukas vijos ašyje

Apskaičiuokime  $R$  spindulio apskritinės vijos, kuria teka srovė  $I$ , kuriamo magnetinio lauko indukciją vijos ašyje taške  $M$ , esančiame  $CM = h$  atstumu nuo vijos plokštumos (216 pav., a).



216 pav. Apskritinės vijos srovės magnetinio lauko indukcija

Vija statmena brėžinio plokštumai. Srovės elementas  $I d\vec{l}$  viršutiniame vijos taške nukreiptas į mus, todėl taške  $M$  šio elemento kuriamo magnetinio lauko indukcija  $d\vec{B}$  yra brėžinio plokštumoje ir statmena vektoriui  $\vec{r}$ , jungiančiam vijos elementą su tiriamu tašku  $M$ . Bet kokio srovės elemento  $I d\vec{l}$  sukurto magnetinio lauko indukcijos vektorius  $d\vec{B}_i$  statmenas plokštumai, einančiai per srovės elementą ir tiriamą tašką  $M$ , todėl vektorių  $d\vec{B}_i$  visuma sudaro kūgį, pavaizduotą 216 pav., b. Iš kūgio simetrijos aišku, kad šių vektorių suma  $\vec{B} = \sum_i d\vec{B}_i$  nukreipta išilgai vijos ašies. Atstojamojo vektoriaus  $\vec{B}$  modulį gauname, susumavę vektorių  $d\vec{B}_i$  projekcijas į vijos ašį. Kiekvienos projekcijos ilgis  $dB_n = dB \sin \alpha$  (žr. 216 pav., a). Iš brėžinio matyti, kad  $\sin \alpha = \frac{R}{r}$ ,  $dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{r^2}$  (kampas  $\varphi$  tarp  $d\vec{l}$  ir  $\vec{r}$  yra status),  $r = \sqrt{R^2 + h^2}$ . Vadinasi,  $dB_n = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{IR dl}{r^3} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{IR dl}{(R^2 + h^2)^{3/2}}$ . Integruvę pagal visą vijos ilgį  $L = 2\pi R$ , gauname apskritinės vijos, kuria teka srovė  $I$ , kuriamo magnetinio lauko indukciją vijos ašyje  $h$  atstumu nuo vijos plokštumos:

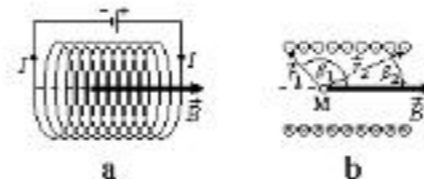
$$B = \oint_{(L)} dB_n = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{IR}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \oint_{(L)} dl = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi IR^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{\mu\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + h^2)^{3/2}} \quad (26.18)$$

Iš (26.18) matome, kad vijos centre  $C$  ( $h = 0$ ) magnetinio lauko indukcija

$$B_C = \mu\mu_0 \frac{I}{2R} \quad (26.19)$$

4. Solenoido srovės magnetinis laukas solenoido ašyje

Solenoidu vadinama ritė, susidedanti iš daugelio bendrą ašį turinčių apskritiminių vijų (217 pav., a). Pagal superpozicijos principą solenoido srovės kuriamo magnetinio lauko indukcija bet kuriam solenoido ašies taške  $M$  lygi visų vijų šiame taške kuriamų magnetinių indukcijų vektorių sumai. Pateikiame tokio sumavimo (integravimo) galutinį rezultatą (217 pav., b):



217 pav. Solenoido magnetinis laukas  $B = \frac{\mu\mu_0}{2} n I (\cos \beta_1 - \cos \beta_2) \quad (26.20)$

čia  $n$  – solenoido ilgio vienetui tenkantis vijų skaičius,  $I$  – solenoido srovė,  $\beta_1$  ir  $\beta_2$  – kampai tarp solenoido ašies bei vektorių  $\vec{r}_1$  ir  $\vec{r}_2$ , jungiančių tiriamąjį tašką su solenoido galais.

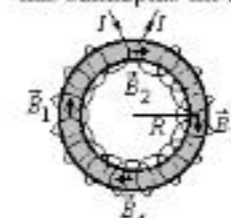
Jei solenoidas laikytinas be galo ilgu, t. y. jo spindulys yra daug mažesnis už ilgį, tai kampai  $\beta_1 \rightarrow 180^\circ$ ,  $\beta_2 \rightarrow 0^\circ$ , ir iš (26.20) gauname, kad ašyje toli nuo solenoido krašto esančiuose taškuose magnetinė indukcija

$$B_x = \mu\mu_0 n I \quad (26.21)$$

Taigi begalinio solenoido srovės kuriamo magnetinio lauko indukcija priklauso tik nuo srovės stiprio ir solenoido ilgio vienetui tenkančio vijų skaičiaus.

5. Toroido srovės magnetinis laukas

Toroidas yra žiedinė ritė su toro formos šerdimi (218 pav.). Toroido srovės magnetinis laukas sukauptas tik toroido viduje. Šis laukas nėra vienalytis, kinta jo magnetinės indukcijos kryptis ir dydis (didžiausios yra vidinės ritės pusės  $\vec{B}$  reikšmės, mažiausios – išorinės). Vidinės apskritinės toroido ašies, kurios spindulys  $R$ , taškuose magnetinės indukcijos modulis



$$B = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \frac{NI}{R} \quad (26.22)$$

218 pav. Toroido magnetinis laukas

čia  $N$  – toroido vijų skaičius,  $I$  – toroido srovės stipris. 218 pav. pavaizduota magnetinė indukcija keliuose vidinės toroido ašies taškuose.

Laikant, kad toro ilgis lygus  $2\pi R$ , t. y. toroido ilgio vienetui tenkantis vijų skaičius  $n = \frac{N}{2\pi R}$ , (26.22) formulė sutampa su begalinio solenoido magnetinio lauko indukcijos formule (26.21).

6. Pavienio judančio krūvininko magnetinis laukas

Pagal elektros srovės apibrėžimą (žr. 25.1 poskyrį) pavienio krūvininko judėjimas yra elektros srovė. Vadinasi, toks krūvininkas sukuria magnetinį lauką. Raskime šio lauko indukciją.

Pagal Bio, Savaro ir Laplaso dėsnį (26.13) srovės elementas  $I d\vec{l}$  sukuria magnetinį lauką, kurio indukcijos modulis –

$$dB = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin \varphi}{r^2} \quad (26.23)$$

Kadangi srovė  $I = jS = nquS$  (čia  $j$  – srovės tankis,  $S$  – laidininko skerspjūvis,  $n$  – krūvininkų koncentracija laidininke,  $u$  – krūvininkų dreifo greitis, žr. 25.7 poskyrį), srovės elementą galime išreikšti taip:

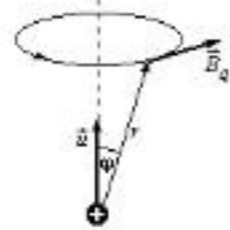
$$I dl = jS dl = nquS dl = nqu dV, \quad (26.24)$$

čia  $dV = S dl$  – laidininko elemento tūris.

Krūvininkų skaičius  $dV$  tūryje yra  $dN = n dV$ , todėl

$$I dl = qu dN, \quad (26.25)$$

Irašę (26.25) į (26.23), gauname lauko, kurį sukuria  $dN$  vienodais  $\vec{u}$  greičiais judantys krūvininkai, indukciją:



$$dB = \frac{\mu\mu_0 q u \sin \varphi dN}{4\pi r^2}, \quad (26.26)$$

Vadinasi, vieno judančio krūvininko kuriamo magnetinio lauko indukcija –

$$B_q = \frac{dB}{dN} = \frac{\mu\mu_0 q u \sin \varphi}{4\pi r^2}, \quad (26.27)$$

arba vektorine forma (219 pav.) –

$$\vec{B}_q = \frac{\mu\mu_0 q [\vec{u} \vec{r}]}{4\pi r^3}, \quad (26.28)$$

219 pav. Judančio krūvininko kuriamas magnetinis laukas

Taigi pavienio judančio krūvininko magnetinio lauko indukcija yra tiesiog proporcinga krūviui  $q$ , jo greičiui  $u$  bei kampo  $\varphi$  tarp  $\vec{u}$  ir  $\vec{r}$  sinusui ir atvirkščiai proporcinga atstumo nuo krūvininko iki tiriamo taško kvadratui. Vektorius  $\vec{B}_q$  yra statmenas plokštumai, kurioje yra vektoriai  $\vec{u}$  ir  $\vec{r}$ , o  $\vec{B}_q$  kryptis priklauso nuo krūvio ženklo ir greičio krypties. Pavyzdžiui, pakeitę 219 pav. teigiamąjį krūvį neigiamuoju, gautume magnetinę indukciją  $-\vec{B}_q$ , t. y. vektorius  $\vec{B}_q$  pasisuktų  $180^\circ$  kampu. Greičio linijoje visada  $\vec{B}_q = 0$ , nes  $\sin \varphi$  lygus  $0^\circ$  arba  $180^\circ$ .

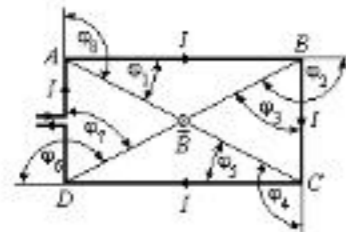
Palyginę (26.13) ir (26.27) formules matome, kad pagal magnetinę savybę srovės elementą atitinka krūvio sandauga iš jo greičio:  $I d\vec{l} = q d\vec{u}$ .

**26.1 p a v y z d y s.** Apskaičiuokime magnetinio lauko indukciją stačiakampio kontūro, kurio kraštinės yra  $AB = CD = a$  ir  $BC = DA = b$ , centre, kai kontūru teka srovė  $I$  (220 pav.).

*Duota:*  $AB = CD = a$ ;  $BC = DA = b$ ;  $I$ .

*Rasti:*  $\vec{B}$ .

*Sprendimas.* Pagal superpozicijos principą magnetinė indukcija kontūro centre lygi kontūro kraštinių srovės kuriamų magnetinių indukcijų sumai:



$$\vec{B} = \vec{B}_{AB} + \vec{B}_{BC} + \vec{B}_{CD} + \vec{B}_{DA}. \quad (a)$$

Pritaikę dešiniojo sraigto taisyklę gauname, kad visi dešimieji vektoriai tiriamajame taške krypta statmenai plokštumai nuo mūsų (atstojamasis vektorius  $\vec{B}$  pavaizduotas ženklu  $\otimes$ ). Vadinasi,

$$B = B_{AB} + B_{BC} + B_{CD} + B_{DA}. \quad (b)$$

Pagal (26.16) randame stačiakampio kraštinių srovių magnetinių laukų indukcijas:

$$B_{AB} = \frac{\mu\mu_0 I (\cos \varphi_1 - \cos \varphi_2)}{4\pi \frac{b}{2}}, \quad B_{BC} = \frac{\mu\mu_0 I (\cos \varphi_3 - \cos \varphi_4)}{4\pi \frac{a}{2}}, \quad (c)$$

$$B_{CD} = \frac{\mu\mu_0 I (\cos \varphi_5 - \cos \varphi_6)}{4\pi \frac{b}{2}}, \quad B_{DA} = \frac{\mu\mu_0 I (\cos \varphi_7 - \cos \varphi_8)}{4\pi \frac{a}{2}}.$$

220 pav. Stačiakampio kontūro srovės magnetinis laukas

Išreiškiame kampų kosinusus stačiakampio kraštinėmis:

$$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_5 = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \cos \varphi_2 = \cos \varphi_6 = -\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad (d)$$

$$\cos \varphi_3 = \cos \varphi_7 = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \cos \varphi_4 = \cos \varphi_8 = -\frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}.$$

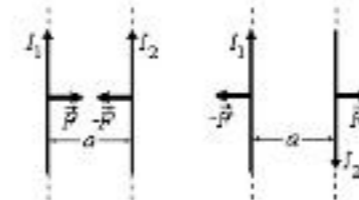
Irašę į (c) lygtis kosinusų reikšmes (d), susumavę ir atlikę algebrinius veiksmus, randame magnetinio lauko indukciją stačiakampio kontūro centre:

$$B = \frac{\mu\mu_0 8I \sqrt{a^2 + b^2}}{4\pi ab}, \quad (e)$$

Jeigu kontūras yra kvadratinis ( $a = b$ ), jo centre  $B_{\text{c}} = \frac{\mu\mu_0 8\sqrt{2} I}{4\pi a}$ .

**26.4. Lygiagrečių tiesinių elektros srovių magnetinė sąveika**

Išnagrinėkime dviejų begalinių tiesinių lygiagrečių laidininkų, kuriais teka srovės  $I_1$  ir  $I_2$ , sąveiką, kai atstumas tarp laidininkų lygus  $a$ . Ampero bandymai parodė, kad tokie laidininkai traukia vienas kitą, jei srovės teka viena kryptimi, ir stumia – jei srovės teka priešingomis kryptimis (221 pav.). Paaiškinkime tai teoriškai, laikydami laidininkus be galo plokais.



221 pav. Begalinių tiesinių lygiagrečių srovių sąveika (Ampero dėsnis)

Srovė  $I_1$  sukuria magnetinį lauką, kurio indukcija atstumu  $a$ , t. y. srovės  $I_2$  taškuose, apskaičiuojama pagal (26.17):

$$B_1 = \frac{\mu\mu_0 2I_1}{4\pi a}. \quad (26.29)$$

Pagal Ampero dėsnį kiekvieną antrojo laidininko elementą  $dl_2$  veikia jėga

$$dF_{A2} = B_1 I_2 dl_2 \sin \alpha = \frac{\mu\mu_0 2I_1 I_2}{4\pi a} dl_2, \quad (26.30)$$

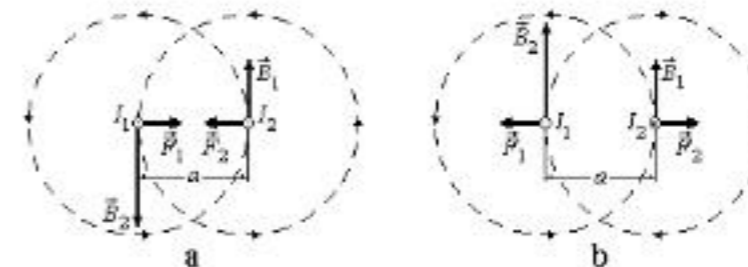
čia  $\sin \alpha = 1$ , nes  $\vec{B}_1$  yra statmenas antrajai srovei (222 pav., a, b).

Analogiškai samprotaudami, nustatome, kad kiekvieną pirmojo laidininko elementą  $dl_1$  veikia jėga

$$dF_{A1} = \frac{\mu\mu_0 2I_1 I_2}{4\pi a} dl_1. \quad (26.31)$$

$dF_{A1}$  ir  $dF_{A2}$  galima išreikšti bendrąja formule:

$$dF_A = \frac{\mu\mu_0 2I_1 I_2}{4\pi a} dl. \quad (26.32)$$



222 pav. Begalinių tiesinių lygiagrečių vienodų (a) ir priešingų (b) kryptinių srovių sąveika



Iš (26.32) gauname jėgos, veikiančios kiekvieną sąveikaujančių laidininkų ilgio vienetą, išraišką:

$$F_{(l)A} = \frac{dF_A}{dl} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1I_2}{a}, \quad (26.33)$$

Taigi iš (26.33) lygties gauname dar vieną *Ampero dėsnio* formuluotę: *dviejų tiesinių begalinių lygiagrečių be galo plonų laidininkų, kuriais teka elektros srovės, kiekvieną ilgio vienetą veikianti jėga yra tiesiog proporcinga srovių stiprių sandaugai ir atvirkščiai proporcinga atstumui tarp laidininkų* (palyginkite su 26.2 poskyryje pateikta Ampero dėsnio formuluote).

Laidininkai laikytini be galo ilgais, jei jų ilgis yra daug didesnis už atstumą tarp jų ( $l \gg a$ ).

Sąveikos jėgų kryptys nustatomos pagal kairiosios rankos taisyklę. Matome, kad tarp vienos krypties srovių atsiranda trauka (222 pav., a), tarp priešingų – atostūmis (222 pav., b).

Pagal (26.33) formulę apibrėžiamas vienas iš pagrindinių SI matavimo vienetų – *amperas* (A): 1 amperas yra stipris tokios srovės, kuri, tekėdama dviem tiesiniais begaliniais lygiagrečiais be galo plonais laidininkais, esančiais vakuume 1 m atstumu vienas nuo kito, sukelia jų magnetinės sąveikos jėgą, lygią  $2 \times 10^{-7}$  N kiekvienam laidininkų ilgio metrui.

### 26.5. Plokščiojo kontūro srovės magnetinis momentas

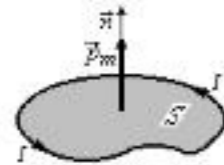
Plokščiojo kontūro, kuriuo teka srovė  $I$ , magnetiniu momentu  $\vec{p}_m$  vadinama srovės ir kontūro ribojamo ploto  $S$  sandauga:

$$\vec{p}_m = IS\vec{n}, \quad (26.34)$$

čia  $\vec{n}$  – plotui  $S$  statmenas vienetinis vektorius, kurio kryptis nustatoma pagal dešiniojo sraigto taisyklę (223 pav.).

SI vienetais  $[p_m] = A \cdot m^2$ .

Pritaikę (26.34) apskritiminei vijai, kurios ribojamas plotas  $S = \pi R^2$ , srovės  $I$  kuriamo magnetinio lauko indukciją vijos ašyje  $h$  atstumu nuo vijos plokštumos (žr. (26.18)) išreiškiame taip:



223 pav. Plokščiojo kontūro srovės magnetinis momentas

$$\vec{B} = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2\vec{p}_m}{(R^2 + h^2)^{3/2}}, \quad (26.35)$$

o vijos centre (žr. (26.19)) –

$$\vec{B}_C = \frac{\mu\mu_0}{4\pi} \frac{2\vec{p}_m}{R^3}, \quad (26.36)$$

Vienalyčiame  $\vec{B}$  indukcijos magnetiniame lauke kontūrą, kurio srovė sukuria magnetinį momentą  $\vec{p}_m$ , veikia jėgos momentas (žr. 9.1 poskyrį) –

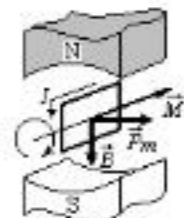
$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}], \quad (26.37)$$

arba skaliarine forma:

$$M = p_m B \sin \alpha, \quad (26.38)$$

čia  $\alpha$  – kampas tarp vektorių  $\vec{p}_m$  ir  $\vec{B}$ .

Šis jėgos momentas gali sukti kontūrą (224 pav.) arba daugelio kontūrų visumą (pavyzdžiui, elektros variklio inkarą). Taip elektros srovės energija verčiama mechanine. Kontūro srovės ir nuolatinio magneto lauko sąveika pagrįstas magnetoelektrinės sistemos matavimo prietaisų veikimas.



224 pav. Kontūro magnetinio momento ir vienalyčio magnetinio lauko sąveika

Jei į nevienalytį magnetinį lauką patalpintas tiek mažas kontūras, kad jo matmenų režiuose magnetinis laukas

yra vienalytis, pagal (26.38) formulę galima apibrėžti magnetinės indukcijos  $\vec{B}$  modulį. Šiuo atveju magnetinė indukcija skaitmeniškai lygi didžiausiam jėgos momentui, veikiančiam vienetinio magnetinio momento kontūrą:

$$B = \frac{M_{max}}{p_m}, \quad (26.39)$$

čia  $M_{max}$  pasiekiamas, kai kampas tarp  $\vec{p}_m$  ir  $\vec{B}$  lygus  $90^\circ$  (palyginkite su (26.10)).

Nagrinėjimą kontūrą nevienalyčiame magnetiniame lauke veikia ne tik sukamasis jėgos momentas, bet ir atstojamoji jėga:

$$\vec{F} = p_{mx} \frac{\partial \vec{B}}{\partial x} + p_{my} \frac{\partial \vec{B}}{\partial y} + p_{mz} \frac{\partial \vec{B}}{\partial z}, \quad (26.40)$$

čia  $p_{mx}$ ,  $p_{my}$  ir  $p_{mz}$  – magnetinio momento  $\vec{p}_m$  projekcijos į  $x$ ,  $y$  ir  $z$  ašis.

Jei kampas tarp vektorių  $\vec{B}$  ir  $\vec{p}_m$  yra smailusis ( $\alpha < \pi/2$ ), kontūras traukiamas į stipresnio lauko sritį, jei bukasis ( $\alpha > \pi/2$ ) – stumiamas į silpnesnio.

26.2 p a v y z d y s. Apskaičiuokime kontūro, kurio ribojamas plotas  $0,01 \text{ m}^2$  ir srovė  $5 \text{ A}$ , didžiausią kampinį pagreitį  $0,02 \text{ T}$  indukcijos vienalyčiame magnetiniame lauke. Kontūro inercijos momentas  $J = 10^{-4} \text{ kg m}^2$ .

Duota:  $S = 0,01 \text{ m}^2$ ,  $I = 5 \text{ A}$ ,  $B = 0,02 \text{ T}$ ,  $J = 10^{-4} \text{ kg m}^2$ .

Rasti:  $\epsilon_{max}$ .

Sprendimas. Pagal pagrindinį sukamojo judėjimo dinamikos dėsnį (žr. (9.22) formulę) didžiausias kontūro kampinis pagreitis

$$\epsilon = \frac{M}{J}, \quad (a)$$

čia  $M$  – kontūrą veikiantis jėgos momentas.

Didžiausią jėgos momento reikšmę apskaičiuojame pagal (26.38) formulę, laikydami  $\sin \alpha = 1$  ir  $p_m = IS$ :

$$M_{max} = ISB. \quad (b)$$

Įrašome (b) į (a) ir apskaičiuojame didžiausią kontūro kampinį pagreitį:

$$\epsilon_{max} = \frac{M_{max}}{J} = \frac{ISB}{J} = 10 \text{ (s}^{-2}\text{)}. \quad (c)$$

### 26.6. Krūvininkų judėjimas magnetiniame lauke

Magnetiniame lauke judantį krūvininką veikia Lorencio jėga (žr. 26.1 poskyrį). Čia nagrinėsime krūvininkų judėjimą nuolatiniam vienalyčiame magnetiniame lauke. Krūvininkų trajektorijos forma priklauso nuo jų greičio krypties magnetinės indukcijos  $\vec{B}$  atžvilgiu.

a) Krūvininko greitis  $\vec{v}$  nukreiptas išilgai vektoriaus  $\vec{B}$  (225 pav., a). Tada Lorencio jėga  $F_L = qvB \sin \alpha = 0$ , nes  $\sin \alpha = 0$ . Vadinas, krūvininkas judės tolygiai tiesiaiegiškai.

b) Krūvininko greitis  $\vec{v}$  nukreiptas statmenai vektoriui  $\vec{B}$  (225 pav., b). Lorencio jėgos modulis nekinta, o jos kryptis statmena greičiui ( $\sin \alpha = 1$ ). Tokia jėga suteikia kūni pastovų

įcentrinį pagreitį  $a_n = \frac{v^2}{R}$  (žr. 7.3 poskyrį), todėl krūvininkas judės apskritimine trajektorija. Jos spindulį randame, pritaikę  $m$  masės krūvininkui antrąjį Niutono dėsnį:

$$\frac{mv^2}{R} = qvB. \quad (26.41)$$

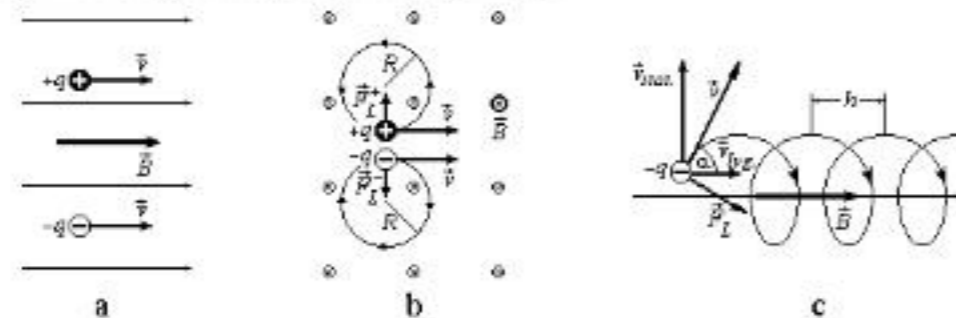
Iš (26.41) trajektorijos spindulys

$$R = \frac{mv}{qB} \quad (26.42)$$

Krūvininko sukimosi periodas

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi m}{qB} \quad (26.43)$$

Pažymėtina, kad šis periodas nepriklauso nuo krūvininkų greičio. Tai taikoma elektringųjų dalelių cikliniuose greitintuvuose (žr. 45.1 poskyrį).



225 pav. Krūvininkų judėjimas nuolatiniame vienalyčiame magnetiniame lauke: a – išilgai, b – statmenai, c – kampu į magnetinę indukciją

c) Krūvininko greitis  $\vec{v}$  nukreiptas kampu į vektorių  $\vec{B}$  (225 pav., c). Tokį krūvininko judėjimą galima vaizduoti kaip dviejų judėjimų superpoziciją (sanklotą). Pirmasis – tolygusis tiesiacigis judėjimas lygiagrečiai su magnetinio lauko jėgų linijomis greičiu  $v_{\parallel} = v \cos \alpha$  (čia  $\alpha$  – kampas tarp vektorių  $\vec{v}$  ir  $\vec{B}$ ). Antrasis – tolygusis sukimasis vektoriui  $\vec{B}$  statmenoje plokštumoje greičiu  $v_{\perp} = v \sin \alpha$ . Dėl šių judėjimų superpozicijos krūvininkas juda sraigatine trajektorija, kurios ašis sutampa su magnetinio lauko jėgų linijomis, o sukimosi kryptis priklauso nuo krūvininko ženklo (224 pav. jis yra neigiamasis, rodyklėmis pažymėtos vijų dalys yra arčiau mūsų). Sraigatinės linijos žingsnis

$$h = v_{\parallel} T = vT \cos \alpha \quad (26.44)$$

[rašę į (26.44) periodą iš (26.43), gauname:

$$h = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{qB} \quad (26.45)$$

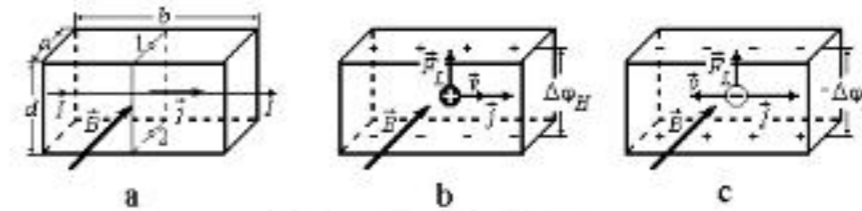
Jei magnetinis laukas yra nevienalytis, didėjant magnetinei indukcijai trajektorijos spindulys (26.42) ir žingsnis (26.44) mažėja. Toks krūvininkų judėjimas taikomas elektringosioms dalelėms fokusuoti (magnetiniai lęšiai).

Vienas iš aplinkosaugoje taikomų pramoninių aerozolių iš oro valymo metodų yra toks: oro srautas su elektringosiomis teršalų dalelėmis praleidžiamas pro magnetinį lauką. Daleles veikianti Lorencio jėga nukreipia jas spiruline trajektorija į nusodinimo elektrodą, čia netekę krūvio dalelės sukrenta į bunkerį.

26.3 p a v y z d y s. Jei laisvųjų krūvininkų turintį stačiakampio gretasienio formos bandinį, kuriuo tarp sienų  $ad$  teka srovė  $I$ , patalpintume į statmenai sienoms  $bd$  nukreiptą  $\vec{B}$  indukcijos magnetinį lauką, tarp sienų  $ab$  susidarytų potencialų skirtumas (226 pav., a). Šis reiškinys vadinamas *Holo efektu*. Paaiškinkime jo mechanizmą ir apskaičiuokime Holo potencialų skirtumą  $\Delta\phi_H$ .

*Sprendimas.* Laikykime, kad srovę  $I$  sudaro  $q$  krūvio krūvininkai, kurių dreifo greitis  $\vec{u}$  (čia nepaisome šiluminio krūvininkų judėjimo dėl 26.2 poskyryje aptartos priežasties). Magnetiniame lauke šiuos krūvininkus veikia Lorencio jėga, nukreipianti juos  $ab$  sienos link. Lygiagrečiojo

sienoje lieka priešingo ženklo krūvininkai, todėl tarp sienų atitinkamų taškų 1 ir 2 susidaro potencialų skirtumas.



226 pav. Holo efekto aiškinimas

Krūvininkų persiskirstymas vyksta, kol Lorencio jėgos modulis  $F_L = quB$  susilygina su įkrautų sienų sukuriama elektrostatinio lauko priešingos krypties jėgos moduliui  $F = qE$  (žr. (23.3 a)). Iš pusiausvyros sąlygos  $quB = qE$  gauname:

$$uB = E \quad (a)$$

Laikydami elektrostatinį lauką vienalyčiu, jo stiprį galime išreikšti Holo potencialų skirtumu tarp atstumu  $d$  esančių taškų 1 ir 2 pagal (23.52) formulę:

$$E = \frac{\Delta\phi_H}{d} \quad (b)$$

Pritaikę (25.41), krūvininkų dreifo greitį išreiškiame srovės tankiu  $j$ :

$$u = \frac{j}{nq} \quad (c)$$

čia  $n$  – krūvininkų koncentracija.

[rašę (b) ir (c) į (a), gauname:

$$\frac{j}{nq} B = \frac{\Delta\phi_H}{d} \quad (d)$$

arba

$$\Delta\phi_H = \frac{1}{nq} d j B \quad (e)$$

[rašykime į (e) srovės tankio išraišką  $j = \frac{I}{S} = \frac{I}{ad}$  (čia  $a$  – bandinio storis  $\vec{B}$  kryptimi):

$$\Delta\phi_H = \frac{1}{nq} \frac{I B}{a} = R \frac{I B}{a} \quad (f)$$

Dydis  $R = \frac{1}{nq}$  vadinamas *Holo konstanta*. Taigi Holo potencialų skirtumą galima nusakyti

arba srovės tankiu, arba srovės stipriu:

$$\Delta\phi_H = R d j B = R \frac{I B}{a} \quad (g)$$

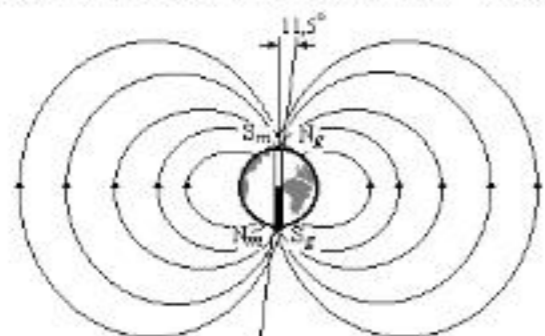
Holo potencialų skirtumo ženklas priklauso nuo krūvininkų ženklo. Jei krūvininkai teigiamieji, esant 226 pav., a, nurodytoms magnetinės indukcijos ir srovės tankio kryptims, Lorencio jėga nukreipta aukštyn, ir teigiamasis potencialas atsiranda viršutinėje  $ab$  sienoje (226 pav., b). Jei krūvininkai neigiamieji, tos pačios krypties srovės tankį sukuria krūvininkų judėjimas priešinga kryptimi, Lorencio jėga nukreipta aukštyn, ir viršutinėje  $ab$  sienoje atsiranda neigiamasis potencialas apatinės sienos atžvilgiu (226 pav., c).

Holo efektas taikomas puslaidininkų krūvininkų ženklui nustatyti (jei yra tik  $p$  arba tik  $n$  tipo laidumas, žr. 42.3 poskyrį), magnetinio lauko matavimo jutikliuose.

Pagal (f) formulę galima apskaičiuoti krūvininkų koncentraciją  $n$ . Žinodami  $n$  ir metalo valentingumą, galime, pavyzdžiui, rasti metalo jonų koncentraciją ir krūvininkų vidutinį laisvąjį lėkį.

26.7. Žemės magnetinis laukas ir magnetosfera

Žemės magnetinis (geomagnetinis) laukas pirmame artinyje gali būti vaizduojamas kaip strypinio magneto, kuris sudaro 11,5° kampą su Žemės sukimosi ašimi, dipolinis laukas (227 pav.). Pietų magnetinis polius  $S_m$  yra arti šiaurės geografinio ašigalio  $N_g$  ir atvirkščiai.



227 pav. Žemės magnetinio lauko scheminis vaizdas, laikant Žemę magnetiniu dipoliu (strypiniu magnetu)

Žemės magnetinio momento modulis  $p_{mZ} = 6,4 \times 10^{21} \text{ A m}^2$ , vidutinė geomagnetinio lauko indukcija arti paviršiaus  $B_Z \approx 6 \times 10^{-5} \text{ T}$ . Dipolinio lauko egzistavimas siejamas su Žemės branduolyje esančios išsilydžiusios elektrai laidžios medžiagos (magmos) konvekcija. Tikslus Žemės magnetinio lauko modelis sukurtas atsižvelgiant į regionines lauko

anomalijas, kurių šaltiniai yra Žemės gelmėse.

Yra aptikta vietinių anomalijų, kurias sukelia feromagnetinių (žr. 27.4 poskyrį) savybių uolienos (didžiausia Baltijos regione anomalija yra Lietuvos ir Latvijos pasienyje, Rokiškio rajone). Žemės magnetinių polių padėtis lėtai keičiasi. Pavyzdžiui, per paskutinį šimtmetį pietinis magnetinis polius, esantis šiaurės pusrutulyje, Kanados archipelago Batersto saloje, slinko į vakarus, šiaurės geografinio poliaus link, kasmet  $\approx 0,05^\circ$ , t. y.  $\approx 7,5 \text{ km}$ .

Paleomagnetiniai tyrimai rodo, kad Žemės istorijoje šiaurės ir pietų magnetiniai poliai ne kartą keitėsi vietomis (vadinamoji polių inversija). Laikoma, kad paskutinės inversijos įvyko prieš 18 000, 30 000 ir 49 000 metų, o nuo kambro periodo, t. y. per 600 milijonus metų, įvyko apie 1500 magnetinių polių inversijų.

Didžiosios magnetinės anomalijos lėtai slenka į vakarus maždaug  $0,2^\circ$  geografinės ilgumos per metus. Manoma, kad tokį dreifą sukelia skystojo Žemės branduolio lėtesnis, palyginti su litosfera, sukimasis, arba magmos konvekcinių srovių nuokrypiai, veikiant Koriolio jėgai (žr. 10 skyrių).

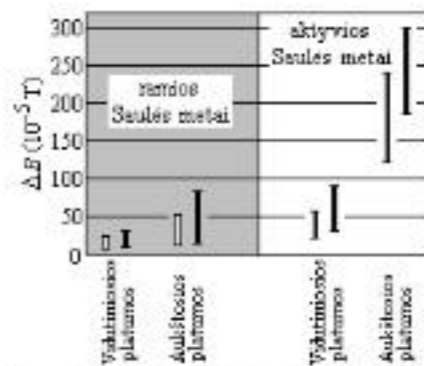


228 pav. Žemės magnetosferos schema

Toliau nuo Žemės jos magnetinis laukas labai iškraipomas Saulės vėjo – pagrindinai iš protonų ir elektronų susidedančios plazmos srauto. Saulės vėjas „išsineša“ į erdvę Saulės kuriamą tarpplanetinį magnetinį lauką (TML). Didelio elektros laidumo plazma (žr. 25.14 poskyrį) ekranuoja erdvės dalį nuo Žemės magnetinio lauko ir deformuoja jį. Tolimoje erdvėje aplink Žemę susidaro sudėtingos formos magnetinis laukas – magnetosfera. Jos dieninė (Saulėi artimiausia) riba yra nutolusi nuo Že-

mės per  $\approx (9 + 11)R_Z$  (čia  $R_Z = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$  – Žemės spindulys), o naktinėje pusėje magnetosfera tęsiasi iki kelių šimtų Žemės spindulių (228 pav.) ir susijungia su TML (primename, kad magnetinio lauko jėgų linijos visada uždaros). Magnetosfera apsaugo Žemės paviršių nuo Saulės vėjo dalelių, kurios juda sraigtinėmis trajektorijomis apie magnetinio lauko jėgų linijas. Vidinėje magnetosferos dalyje kaip magnetinėje gaudyklėje sulaukytos elektringosios dalelės sudaro radiacines juostas. Magnetosferos forma kinta keičiantis Saulės vėjo intensyvumui.

Geomagnetinio lauko kitimas priklauso nuo Saulės aktyvumo veiksnių ir Žemės platumos (229 pav.). TML susidaro iš sektorių, kuriuose magnetinis laukas nukrypęs nuo Saulės arba į



229 pav. Geomagnetinio lauko indukcijos pokyčiai vidutiniosiose ir aukštesiose platumose mažo (II) ir didelio (I) geomagnetinio aktyvumo dienomis

Saulę. Žemėi pereinant iš vieno sektoriaus į kitą padaugėja širdies ir kraujagyslių ligų atvejų, nervų ir psichikos sutrikimų, eismo įvykių.

Staigus Saulės vėjo energijos tankio padidėjimas dėl Saulėje įvykusio žybsnio sukelia magnetosferos, kartu ir jonosferos, trikdžius (vadinamasis magnetines audras). Statistiniai stebėjimai rodo, kad magnetinės audros neigiamai veikia žmonių sveiką. Jų metu didėja trombocitų skaičius kraujyje, kartu ir miokardo infarkto pavojus, mažėja eritrocitų atsparumas išoriniams veiksniams. Todėl yra svarbu iš anksto numatyti galimus geomagnetinio lauko trikdžius ir imtis profilaktinių priemonių jų neigiamoms pasekmėms sumažinti.

26.8. Magnetinės indukcijos vektoriaus cirkuliacija vakuume (pilnutinės srovės dėsnis)

Magnetinės indukcijos vektoriaus  $\vec{B}_0$  cirkuliacija uždaruju kontūru  $\mathcal{L}$  vadinamas integralas

$$\oint_{(\mathcal{L})} (\vec{B}_0 d\vec{l}) = \oint_{(\mathcal{L})} B_0 dl \cos \alpha, \quad (26.46)$$

čia  $d\vec{l}$  – kontūro elementas, kurio kryptis sutampa su kontūro apėjimo kryptimi,  $\alpha$  – kampas tarp  $\vec{B}_0$  ir  $d\vec{l}$ ; magnetinė indukcija pažymėta  $\vec{B}_0$ , pabrėžiant, kad nagrinėjama tik cirkuliacija vakuume.

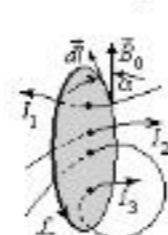
Pagal magnetinės indukcijos vektoriaus cirkuliacijos teoremą (arba pilnutinės srovės dėsnį) vektoriaus  $\vec{B}_0$  cirkuliacija bet kokiu uždaruju kontūru yra lygi magnetinės pastoviosios  $\mu_0$  sandaugai iš elektros srovių, kurias apgaubia šis kontūras, algebrinės sumos:

$$\oint_{(\mathcal{L})} (\vec{B}_0 d\vec{l}) = \oint_{(\mathcal{L})} B_0 dl \cos \alpha = \mu_0 \sum_{i=1}^N I_i, \quad (26.47)$$

čia  $N$  – kontūro gaubiamų srovių skaičius,  $\mu_0$  – magnetinė pastovioji. Srovės ženklas laikomas teigiamuoju, jei jo kryptis ir kontūro apėjimo kryptis sudaro dešininę vektorių sistemą.

230 pav. pavaizduotas kontūras  $\mathcal{L}$  (tai gali būti bet kokia mintinė uždaroji kreivė) ir jo apėjimo kryptis (storesnė pusė yra arčiau mūsų). Srovių kryptims išryškinti kontūro ribojamo ploto ir srovių sankirtos vietos pažymėtos taškais, nors apskritai paties ploto forma neturi reikšmės.

Pritaikę magnetinės indukcijos vektoriaus cirkuliacijos teoremą 230 pav. pavaizduotam atvejui, gautume:  $\oint_{(\mathcal{L})} (\vec{B}_0 d\vec{l}) = \mu_0 \sum_{i=1}^3 I_i = \mu_0 (-I_1 + I_2 + 2I_3)$ .



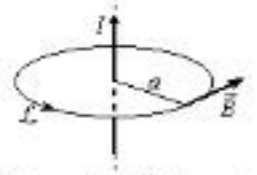
230 pav. Magnetinės indukcijos vektoriaus cirkuliacija

Pabrėžtina, kad (26.47) lygtis rašyta laikant, kad kontūras yra vakuume. Šios teoremos taikymas, kai kontūras yra medžiagoje, aiškinamas 27.3 poskyryje.

Išnagrinėtoji teorema atspindi esminę magnetinio lauko savybę – jis yra sukurinis. Palyginę magnetinės indukcijos  $\vec{B}_0$  cirkuliaciją su elektrostatinio lauko stiprio  $\vec{E}$  cirkuliacija (žr. 23.7 poskyrį), pastebime, kad, priešingai nei elektrostatinis, magnetinis laukas nėra potencialinis. Vadinasi, keičiantis magnetinį lauką kuriančių objektų (nuolatinių magnetų, elektros srovių) tarpusavio padėtimis, atliekamas darbas turi priklausyti nuo objektų trajektorijų formos.

26.4 p a v y z d y s. 26.3 poskyryje tiesinio begalinio laidininko srovės magnetinio lauko indukciją apskaičiavome pagal Bio, Savaro ir Laplaso dėsnį. Dabar gaukime šią formulę, taikydami tik magnetinės indukcijos vektoriaus cirkuliacijos vakuume teoremą.

*Sprendimas.* Apie begalinį tiesinį laidininką, kuriuo teka srovė  $I$ , laidininkui statmenoje plokštumoje simetriškai apibrėžkime  $a$  spindulio apskritiminį kontūrą  $\mathcal{L}$  (231 pav.). Visuose kontūro taškuose vektorius  $\vec{B}$  krypta lygi kryptimi į kontūrą kryptimi ( $\vec{B}$  ir  $d\vec{l}$  kryptys sutampa), ir jo modulis nekinta, nes atstumas  $a$  yra pastovus. Todėl vektoriaus  $\vec{B}_0$  cirkuliacija kontūru  $\mathcal{L}$  –



231 pav. Begalinės srovės magnetinio lauko indukcijos vektoriaus cirkuliacija

$$\oint_{(\mathcal{L})} (\vec{B}_0 d\vec{l}) = B_0 \oint_{(\mathcal{L})} dl = 2\pi a B_0. \quad (a)$$

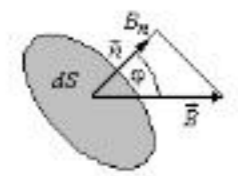
Kontūras apgaubia srovę  $I$ , taigi pagal magnetinės indukcijos vektoriaus cirkuliacijos teoremą (26.47)  $2\pi a B_0 = \mu_0 I$ , iš čia

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}. \quad (b)$$

Suprantama, kad šis rezultatas sutampa su (26.17) lygtimi, nes vakuomo  $\mu = 1$ , bet šiuo atveju formulė (b) gauta paprastesniu būdu, netaikant Bio, Savaro ir Laplaso dėsnio.

26.9. Magnetinis srautas. Gauso teorema, taikoma magnetiniam laukui

*Elementarusis magnetinės indukcijos vektoriaus srautas* (arba *elementarusis magnetinis srautas*)  $d\Phi_m$  pro plotą  $d\vec{S}$  lygus magnetinės indukcijos vektoriaus  $\vec{B}$  skaliarinei sandaugai iš šio ploto ( $d\vec{S}$  kryptis sutampa su vienetinio ilgio normalės  $\vec{n}$  į plotą kryptimi, t. y.  $d\vec{S} = \vec{n} dS$ ):



232 pav. Schema magnetiniam srautui apibrėžti

$$d\Phi_m = (\vec{B} d\vec{S}) = B dS \cos \varphi = B_n dS, \quad (26.48)$$

čia  $\vec{B}$  – magnetinė indukcija  $d\vec{S}$  taškuose,  $\varphi$  – kampas tarp vektorių  $\vec{B}$  ir  $\vec{n}$ ,  $B_n$  –  $\vec{B}$  projekcija į  $\vec{n}$  kryptį (232 pav.).

*Magnetinis srautas*  $\Phi_m$  pro baigtinį plotą  $S$  apskaičiuojamas integruvus (26.48) pagal šį plotą:

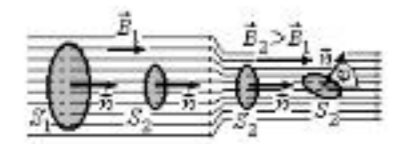
$$\Phi_m = \int_{(S)} d\Phi_m = \int_{(S)} (\vec{B} d\vec{S}) = \int_{(S)} B \cos \varphi dS = \int_{(S)} B_n dS. \quad (26.49)$$

Kai laukas vienalytis, iš (26.49) gauname:

$$\Phi_m = B_n \int_{(S)} dS = B_n S = (\vec{B} \vec{S}). \quad (26.50)$$

Magnetinio srauto SI matavimo vienetas yra *vėberis*:  $[\Phi_m] = \text{Tm}^2 = \text{Wb}$ .

*Magnetinio srauto pro plotą  $S$  geometrinė interpretacija:* magnetinis srautas yra proporcingas magnetinio lauko jėgų linijų, kertančių plotą  $S$ , skaičiui (233 pav. jėgų linijų tapimas uždrosiomis nepavaizduotas). Pavyzdžiui, kai jėgų linijos eina išilgai ploto, t. y.  $\varphi = \pm 90^\circ$ , magnetinis srautas pro plotą lygus nuliui. Didžiausioji magnetinio srauto pro tam tikrą plotą reikšmė pasiekama, kai plotas yra statmenas magnetinio lauko jėgų linijoms, t. y.  $\varphi = 0^\circ$ .



233 pav. Magnetinio srauto priklausomybė nuo magnetinės indukcijos, veriamo ploto dydžio ir orientacijos magnetiniame lauke

Pagal *Gauso teoremą magnetinės indukcijos vektoriaus srautas pro bet kokią uždarytą paviršių lygus nuliui:*

$$\oint_{(S)} (\vec{B} d\vec{S}) = 0. \quad (26.51)$$

Ši teorema išreiškia 26.8 poskyryje aptartą sukurtinį magnetinio lauko pobūdį – magnetinio lauko jėgų linijos visada uždarosios, nes neegzistuoja „magnetiniai krūviai“ (palyginkite su Gauso teorema, taikoma elektrostatiniam laukui, žr. 23.5 poskyrį).

26.5 p a v y z d y s. Žemės paviršiuje horizontalioji geomagnetinio lauko indukcijos dedamoji  $B_{hor.} \approx 1,5 \times 10^{-5} \text{ T}$ . Laikydami, kad stovinčio žmogaus vertikalojo, t. y. statmeno  $B_{hor.}$ , skerspjūvio plotas  $0,8 \text{ m}^2$ , raskime žmogų veriantį magnetinį srautą.

*Duota:*  $B_{hor.} \approx 1,5 \times 10^{-5} \text{ T}$ ,  $S = 0,8 \text{ m}^2$ .

*Rasti:*  $\Phi_m$ .

*Sprendimas.* Magnetinės indukcijos horizontalioji dedamoji visame plote laikytina pastovia ir statmena plotui, todėl taikome (26.50) formulę:

$$\Phi_m = B_{hor.} S = 1,2 \times 10^{-5} \text{ (Wb)}. \quad (a)$$

Žmogaus vertikalojo skerspjūvio plotui kintant (pavyzdžiui, žmogui pasisukant, atsisėdus ar atsigulus, t. y. visais atvejais, kai jo judėjimas nėra slenkamasis (žr. 7.4 poskyrį)), žmogų veriantis magnetinis srautas kinta.

26.6 p a v y z d y s. Apskaičiuokime pilnutinį magnetinį srautą pro  $S$  skerspjūvio ploto ir didelio ilgio ( $l \gg S$ ) solenoido vijas. Solenoido vijų skaičius  $N$ , solenoido srovė  $I$ .

*Sprendimas.* Labai ilgo solenoido viduje sukurto magnetinio lauko indukcijai apskaičiuoti taikytina (26.21) formulė:

$$B = \mu\mu_0 n I = \mu\mu_0 \frac{N}{l} I, \quad (a)$$

čia  $n = \frac{N}{l}$  – solenoido ilgio vieneto vijų skaičius.

Magnetinis srautas pro vieną viją

$$\Phi_{m1} = B S = \mu\mu_0 \frac{N}{l} I S. \quad (b)$$

*Pilnutinis magnetinis srautas* pro solenoidą yra  $N$  kartų didesnis:

$$\Phi_m = N \Phi_{m1} = \mu\mu_0 \frac{N^2}{l} I S = \mu\mu_0 N n I S = \mu\mu_0 n^2 V I, \quad (c)$$

čia  $V = l S$  – solenoido tūris.

26.10. Darbas perkeliant laidininką, kuriuo teka srovė, magnetiniame lauke

Laidininko elementą  $d\vec{l}$ , kuriuo teka srovė  $I$ , nuolatiniame  $\vec{B}$  indukcijos magnetiniame lauke veikia Ampero jėga (žr. 26.2 poskyrį)

$$d\vec{F}_A = I [d\vec{l} \vec{B}]. \quad (26.52)$$

Jeigu šios jėgos veikiamas laidininko elementas pasislenka dydžiu  $d\vec{r}$ , atliekamas darbas

$$dA = (d\vec{F}_A d\vec{r}) = I (d\vec{r} [d\vec{l} \vec{B}]). \quad (26.53)$$

(26.53) lygtyje galime pertvarkyti mišriąją sandaugą (žr. 6.1 poskyrį):

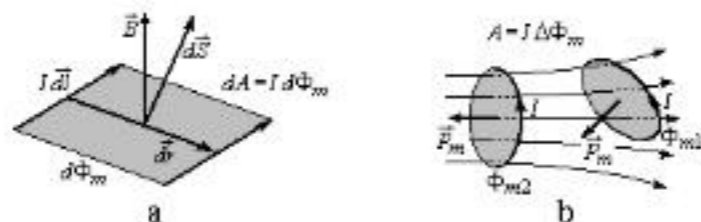
$$(d\vec{r} [d\vec{l} \vec{B}]) = (\vec{B} [d\vec{r} d\vec{l}]) = (\vec{B} d\vec{S}), \quad (26.54)$$

čia  $d\vec{S} = [d\vec{r} d\vec{l}]$  – plotas, kurį nubrėžia dydžiu  $d\vec{r}$  pasislinkęs elementas  $d\vec{l}$  (234 pav., a).

Dabar (26.53) lygtyje galima atlikti tokius pakeitimus:

$$dA = I(\vec{B} d\vec{S}) = I d\Phi_m, \quad (26.55)$$

čia  $d\Phi_m$  – magnetinis srautas pro plotą  $d\vec{S}$ .



234 pav. Darbas perkeliant laidininko elementą (a) ir kontūrą (b), kuriuos teka elektros srovė, magnetiniame lauke

Jei laidininkas, kuriuo teka nuolatinė srovė, atlieka baigtinį poslinkį, darbas apskaičiuojamas integruvus (26.55):

$$A = I \int_0^{\Phi_m} d\Phi_m = I \Phi_m, \quad (26.56)$$

čia  $\Phi_m$  – magnetinis srautas pro plotą  $S$ , kurį nubrėžia judantis laidininkas.

Taigi darbas perkeliant laidininką, kuriuo teka nuolatinė srovė, magnetiniame lauke yra lygus laidininko srovės ir magnetinio srauto pro laidininko nubrėžtą plotą sandaugai.

Jei magnetiniame lauke juda uždarys kontūras (234 pav., b), kuriuo teka nuolatinė srovė  $I$ , atliekamas darbas lygus srovės ir magnetinio srauto pro kontūro ribojamą plotą pokyčio sandaugai:

$$A = I (\Phi_{m2} - \Phi_{m1}) = I \Delta\Phi_m. \quad (26.57)$$

(26.56) ir (26.57) formulės taikytinos, jei laidininkas bei kontūras juda tolygiajame ir nelygiajame magnetiniame lauke.

**26.7 p a v y z d y s.** 0,1 m spindulio apskritiminis kontūras, kuriuo teka 1 A srovė, yra  $B = 10^{-2}$  T indukcijos magnetiniame lauke. Magnetinės indukcijos vektorius sutampa su kontūro ribojamo ploto normale. Koks darbas atliekamas pasukant kontūrą apie jo skersmenį  $90^\circ$  kampu?

*Duota:*  $R = 0,1$  m,  $I = 1$  A,  $B = 10^{-2}$  T,  $\Delta\varphi = 90^\circ$ .

*Rasti:*  $A$ .

*Sprendimas.* Pradinėje kontūro padėtyje magnetinis srautas pro kontūro ribojamą plotą (žr. 26.9 poskyrį) –

$$\Phi_{m1} = BS \cos \varphi_1 = \pi R^2 B, \quad (a)$$

čia  $\varphi_1 = 0^\circ$  – kampas tarp magnetinės indukcijos vektoriaus ir kontūro ribojamo ploto normalės.

Kontūrai pasisukus –

$$\Phi_{m2} = BS \cos \varphi_2 = BS \cos(\varphi_1 + 90^\circ) = BS \cos 90^\circ = 0. \quad (b)$$

Pagal (26.57) formulę apskaičiuojame atliekamą darbą:

$$A = I \Delta\Phi_m = I(\Phi_{m2} - \Phi_{m1}) = -I \Phi_{m1} = -I \pi R^2 B \cos \varphi_1 \approx -3 \times 10^{-4} \text{ (J)}. \quad (c)$$

Neigiamasis darbo ženklas reiškia, kad darbą atlieka išorinė jėga.

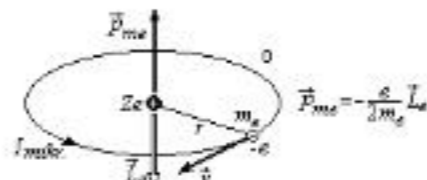
## 27. MEDŽIAGŲ MAGNETINĖS SAVYBĖS

Nagrinėjant medžiagų magnetines savybes medžiagos vadinamos *magnetikais*. Magnetikai plačiai taikomi įvairiose pramonės šakose, medicinoje, aplinkosaugoje. Terpių magnetinės savybės turi įtakos biologiniams ir fiziologiniams vyksmams.

Pagrindinės magnetikų rūšys – *diamagnetikai*, *paramagnetikai* (27.4 poskyris) ir *feromagnetikai* (27.5 poskyris).

### 27.1. Atomo magnetinis momentas. Įmagnetėjimo vektorius

Medžiagos sudarytos iš atomų arba jų junginių – molekulių. Pirmiausia išnagrinėkime atomo magnetines savybes, remdamiesi paprasčiausiu – planetiniu atomo modeliu. Pagal jį elektronai sukasi apie teigiamąjį atomo branduolį apskritimėmis orbitomis. Raskime tokio sukimosi kuriamą magnetinį momentą (žr. 26.5 poskyrį). Tarkime, orbitos spindulys yra  $r$ , elektrono greičio modulis  $v$  (235 pav.). Orbitinį elektrono judėjimą galima laikyti apskritimine srove, vadinama *mikroskopine srove*  $I_{mkr}$ .



235 pav. Elektrono orbitinio judėjimo atome magnetinis momentas ( $\vec{p}_{me}$ ) ir impulso momentas ( $\vec{L}_e$ )

(priešingai 26.3 poskyryje nagrinėtoms makroskopinėms laidumo srovėms). Mikroskopinės srovės stipris

$$I_{mkr} = \frac{|e|}{T}, \quad (27.1)$$

čia  $|e|$  – krūvis, pernešamas pro orbitos skerspjūvį per vieną elektrono sukimosi periodą  $T$ .

Periodas lygus orbitos ilgio ir elektrono greičio santykiui:  $T = \frac{2\pi r}{v}$ , o orbitos ribojamas plotas  $S = \pi r^2$ . Vadinasi, elektrono sukimasis apie branduolį sukuria magnetinį momentą

$$p_{me} = I_{mkr} S = \frac{|e|}{T} \pi r^2 = \frac{1}{2} |e| v r. \quad (27.2)$$

Magnetinio momento vektorius nukreiptas statmenai orbitos plokštumai ir priklauso nuo elektrono sukimosi krypties (primename, kad neigiamojo krūvio elektronai juda prieš srovę, o srovės magnetinį momentą nusako dešiniojo sraigto taisyklė).

Besisukantis elektronas turi orbitinį impulso (judesio kiekio) momentą (žr. 9.2 poskyrį), kurio modulis:

$$L_e = m_e r v, \quad (27.3)$$

čia  $m_e$  – elektrono masė.

Impulso momento vektorius nukreiptas statmenai orbitos plokštumai ir nusakomas dešiniojo sraigto taisykle atsižvelgiant į masės sukimosi kryptį, todėl vektoriai  $\vec{p}_{me}$  ir  $\vec{L}_e$  yra priešingų kryptų. Iš (27.2) ir (27.3) gauname:

$$\vec{p}_{me} = -\frac{|e|}{2m_e} \vec{L}_e = g \vec{L}_e, \quad (27.4)$$

čia  $g = -\frac{|e|}{2m_e}$  – *giromagnetinis santykis*.

Atomo (molekulės) magnetinis momentas lygus visų atomo (molekulės) elektronų kuriamų magnetinių momentų vektorių sumai:

$$\vec{p}_m = \sum_{i=1}^Z \vec{p}_{me,i}. \quad (27.5)$$

čia  $Z$  – atomo (molekulės) elektronų skaičius.

Medžiagos tūrio vieneto atomų magnetinių momentų suma vadinama *įmagnetėjimo vektoriumi* arba *įmagnetėjimu*:

$$\vec{J} = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{p}_{mi}}{\Delta V}, \quad (27.6)$$

čia  $N$  – atomų skaičius tūryje  $\Delta V$ , kuris turi būti tiek mažas, kad magnetinis laukas jame būtų vienalytis.

[įmagnetėjimo SI matavimo vienetas:  $[J] = \frac{Am^2}{m^3} = \frac{A}{m}$ .

[įmagnetėjimas kiekybiškai apibūdina medžiagos įmagnetėjimo būseną.

27.1 p a v y z d y s. Pagal Boro teoriją atomo magnetinis momentas gali būti ne bet kokių, o tik tam tikrų diskrečiųjų reikšmių (kvantavimo principas, žr. 40.2 poskyrį). Šios reikšmės apskaičiuojamos pagal formulę

$$p_m = n g \hbar, \quad (a)$$

čia,  $g = -\frac{|e|h}{2m_e}$  – giromagnetinis santykis,  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \times 10^{-34} Js$  – mažoji Planko konstanta ( $h = 6,63 \times 10^{-34} Js$  – Planko konstanta),  $n = 1, 2, 3, \dots$  – sveikasis skaičius.

Raskime atomo magnetinio momento mažiausiąją reikšmę  $p_{m \min}$ .

Sprendimas. Mažiausiąją atomo magnetinio momento reikšmę atitinka  $n = 1$ . Elektrono krūvis  $e = -1,6 \times 10^{-19} C$ , jo masė  $m_e = 9,1 \times 10^{-31} kg$  (žr. 23.1 poskyrį). Įrašome skaitines dydžių reikšmes į (a) ir apskaičiuojame:

$$|p_{m \min}| = \mu_B = \frac{|e|h}{4\pi m_e} = 9,3 \times 10^{-24} (A m^2). \quad (b)$$

Boro teorijoje atomų magnetiniai momentai kvantuojami pagal šią reikšmę. Ji vadinama *Boro magnetonu* ir paprastai žymima  $\mu_B$ .

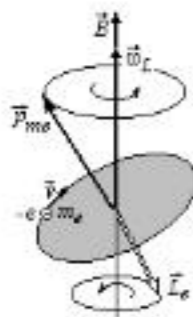
### 27.2. Atomas magnetiniame lauke

Atomui patekus į nuolatinį magnetinį lauką, kiekvieno elektrono orbitinį magnetinį momentą veikia jėgos momentas  $\vec{M} = [\vec{p}_{me} \vec{B}]$  (žr. 26.5 poskyrį). Pagal pagrindinį sukamojo judėjimo dinamikos dėsnį šis jėgos momentas sukelia orbitinio impulso momento  $\vec{L}_e$ , kartu ir magnetinio momento  $\vec{p}_{me}$  (žr. (27.4)), kitimą:

$$\vec{M} = \frac{d\vec{L}_e}{dt} = [\vec{p}_{me} \vec{B}] = g [\vec{L}_e \vec{B}]. \quad (27.7)$$

Prasideda *Larmoro precesija* vadinamas abiejų momentų vektorių ir elektrono orbitos sukimasis apie ašį, sutampančią su vektoriumi  $\vec{B}$  (236 pav., orbitos plokštuma patamsinta). Larmoro precesijos kampinis greitis  $\vec{\omega}_L$  priklauso tik nuo magnetinio lauko indukcijos  $\vec{B}$  ir sutampa su ja pagal kryptį:

$$\vec{\omega}_L = \frac{|e|\hbar}{2m_e} \vec{B}. \quad (27.8)$$



236 pav. Elektrono orbitinio magnetinio momento  $\vec{p}_{me}$  ir impulso momento  $\vec{L}_e$  precesija magnetiniame lauke

Pagal *Larmoro teoremą vienintelis magnetinio lauko poveikio elektrono orbitai atome (molekulėje) rezultatas yra orbitos ir orbitinio magnetinio momento precesija apie ašį, einančią per atomo branduolį lygiagrečiai su magnetinės indukcijos vektoriumi  $\vec{B}$ .*

Orbitos precesija atitinka papildomą elektrono judėjimą, t. y. papildomos orbitinės elektros srovės  $\Delta I_{orb}$  atsiradimą (237 pav.). Jos dydis

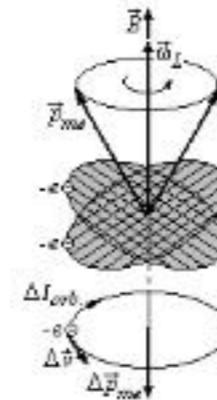
$$\Delta I_{orb} = \frac{q}{T} = \frac{|e|\hbar}{T} = |e| \frac{\omega_L}{2\pi}, \quad (27.9)$$

čia  $T$  – elektrono orbitinio sukimosi periodas.

Papildoma elektros srovė sukuria papildomą, arba *indukuotąjį*, magnetinį momentą, kurio modulis, atsižvelgiant į (27.9), užrašomas taip:

$$\Delta p_{me} = \Delta I_{orb} S_B = \frac{e^2 S_B}{4\pi m_e} B, \quad (27.10)$$

čia  $S_B$  – elektrono orbitos projekcijos į  $\vec{B}$  vektoriui statmeną plokštumą ribojamas plotas.



237 pav. Precesinis elektrono judėjimas ir indukuotasis magnetinis momentas

Vektorinė (27.10) lygties forma gaunama atsižvelgiant į vektorių  $\vec{B}$  ir  $\Delta \vec{p}_{me}$  priešingas kryptis:

$$\Delta \vec{p}_{me} = -\frac{e^2 S_B}{4\pi m_e} \vec{B}. \quad (27.11)$$

Indukuotasis atomo magnetinis momentas yra visų atomo elektronų indukuotųjų momentų vektorių suma:

$$\Delta \vec{p}_m = \sum_{i=1}^Z \Delta \vec{p}_{me} = -\frac{Z e^2 \langle S_B \rangle}{4\pi m_e} \vec{B}, \quad (27.12)$$

čia  $Z$  – atomo elektronų skaičius,  $\langle S_B \rangle = \sum_{i=1}^Z S_{B_i}$  – vidutinis elektronų orbitų projekcijų į  $\vec{B}$  vektoriui statmeną plokštumą ribojamas plotas.

Tūrio vieneto indukuotųjų magnetinių momentų suma lygi magnetiko įmagnetėjimo vektoriui  $\vec{J}_{ind}$ , nukreiptam prieš išorinį magnetinį lauką.

### 27.3. Magnetinis laukas magnetike. Magnetinio lauko stipris

Bet kokiame magnetike magnetinio lauko indukcija  $\vec{B}$  pakinta, palyginti su indukcija vakuume  $\vec{B}_0$ , nes pats magnetikas dėl įmagnetėjimo sukuria savąjį magnetinį lauką. Šio lauko indukciją pažymime  $\vec{B}'$ . Tada

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}', \quad (27.13)$$

arba skaliarine forma –

$$B = B_0 \pm B'. \quad (27.14)$$

Visus šios lygties narius padalijame iš  $B_0$ :

$$\frac{B}{B_0} = 1 \pm \frac{B'}{B_0}. \quad (27.15)$$

Fizikinis dydis  $\mu$ , rodantis, kiek kartų pakito magnetinės indukcijos modulis magnetike, palyginti su jos moduliu vakuume, vadinamas magnetiko *santykine magnetine skvarba*:

$$\mu = \frac{B}{B_0}. \quad (27.16)$$

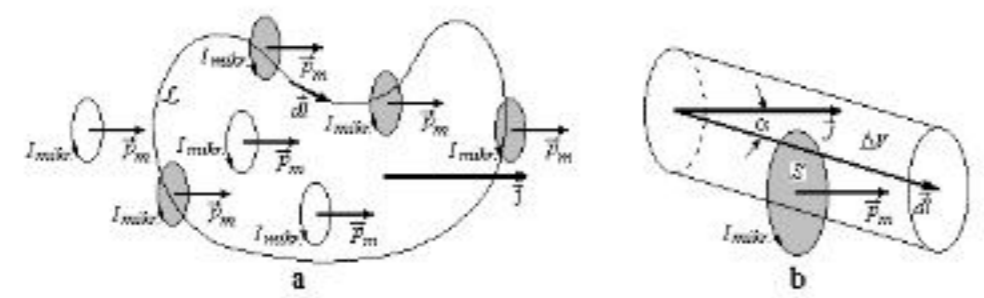
Magnetinė indukcija  $\vec{B}$  priklauso ir nuo makroskopinių srovių kuriamo lauko („išorinio“ lauko magnetiko atžvilgiu), ir nuo mikroskopinių srovių, t. y. paties magnetiko kuriamo lauko.

Dabar apibrėžkime fizikinį dydį, kuris apibūdina tik makroskopinių srovių magnetinį lauką. Užrašykime magnetinės indukcijos vektoriaus cirkuliacijos uždaru kontūru  $\mathcal{L}$  teoremą (žr.

26.8 poskyrį), atsižvelgdami ir į makroskopines, ir į mikroskopines sroves:

$$\oint_{(L)} (\vec{B} d\vec{l}) = \mu_0 (\sum I_{mokr.} + \sum I_{mikr.}), \quad (27.17)$$

čia  $\sum I_{mokr.}$  ir  $\sum I_{mikr.}$  – kontūro  $L$  gaubiamų makroskopinių ir mikroskopinių srovių sumos.



238 pav. Kontūro  $L$  gaubiamos mikroskopinės srovės (a) ir ant elemento  $d\vec{l}$  tarsi „užmautų“ mikroskopinių srovių sumos skaičiavimas (b)

Apskaičiuokime  $\sum I_{mikr.}$ . Braižome magnetike uždarytą kontūrą  $L$ . Tariame, kad medžiagos mikroskopinės srovės, kartu ir jų magnetiniai momentai, vienodai orientuoti erdvėje (238 pav., a). Kontūras  $L$  apgaubia tik tas mikroskopines sroves, kurios tarsi „užmautos“ ant jo (238 pav. jų ribojami plotai patamsinti). Pirmiausia randame mikroskopinių srovių, „užmautų“ ant kontūro elemento  $d\vec{l}$ , sumą. Tokių srovių centrai yra pasvirajame ritinyje (238 pav., b), kurio tūris  $dV = dl S \cos \alpha$  (čia  $S$  – mikroskopinės srovės ribojamas plotas,  $\alpha$  – kampas tarp mikroskopinės srovės magnetinio momento  $\vec{p}_m$  ir  $d\vec{l}$ ). Jei atomų (molekulių), kartu ir mikroskopinių srovių, koncentracija lygi  $n$ , „užmautų“ ant kontūro elemento  $d\vec{l}$  srovių skaičius lygus  $n dV = n S dl \cos \alpha$ , o jų suma

$$dI_{mikr.} = n I_{mikr.} dl S \cos \alpha. \quad (27.18)$$

Pagal (27.2) formulę sandauga  $I_{mikr.} S = p_m$  yra mikroskopinės srovės magnetinio momento modulis, todėl (27.18) formulę pakeičiame taip:

$$dI_{mikr.} = n (\vec{p}_m d\vec{l}) = \frac{N (\vec{p}_m d\vec{l})}{\Delta V} = (\vec{J} d\vec{l}), \quad (27.19)$$

čia  $N$  – mikroskopinių srovių tūryje  $\Delta V$  skaičius,  $\vec{J} = \frac{N \vec{p}_m}{\Delta V}$  – magnetiko (magnetėjimo vektorius (žr. (27.6)).

Mikroskopinių srovių, „užmautų“ ant viso kontūro  $L$ , skaičių randame, integruvę (27.19) pagal kontūro ilgį  $L$ :

$$\sum_{(L)} I_{mikr.} = \oint_{(L)} (\vec{J} d\vec{l}). \quad (27.20)$$

Ši lygtis reiškia, kad **įmagnetėjimo vektoriaus cirkuliacija uždaruojama kontūru lygi to kontūro gaubiamų mikroskopinių srovių algebrinei sumai.**

Iš (27.17) išreiškiamė  $\sum I_{mikr.}$  ir į gaunamą išraišką įrašome (27.20):

$$\sum_{(L)} I_{mikr.} = \frac{\oint_{(L)} (\vec{B} d\vec{l})}{\mu_0} - \mu_0 \sum_{(L)} I_{mokr.} = \frac{\oint_{(L)} (\vec{B} d\vec{l})}{\mu_0} - \mu_0 \oint_{(L)} (\vec{J} d\vec{l}) = \oint_{(L)} \left( \left( \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J} \right) d\vec{l} \right). \quad (27.21)$$

Šioje formulėje po integralu esantis vektorius vadinamas **magnetinio lauko stipriu**:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}. \quad (27.22)$$

Magnetinio lauko stiprio SI matavimo vienetas  $[H] = \frac{A}{m}$ .

Dabar (27.21) lygtį galime išreikšti taip:

$$\sum_{(L)} I_{mokr.} = \oint_{(L)} (\vec{H} d\vec{l}). \quad (27.23)$$

Taigi **magnetinio lauko stiprio vektoriaus cirkuliacija uždaruojama kontūru yra lygi to kontūro gaubiamų makroskopinių srovių algebrinei sumai.** Vadinasi, pats vektorius  $\vec{H}$  apibūdina išorinį lauką ir nepriklauso nuo medžiagos magnetinių savybių (jis yra toks pat, matuojant bet kokiame magnetike, jei makroskopinės srovės nepakito).

Daugumos magnetikų įmagnetėjimo vektorius yra tiesiog proporcingas magnetinio lauko stipriui:

$$\vec{J} = \chi \vec{H}, \quad (27.24)$$

čia  $\chi$  – medžiagos magnetinis jautris.

Magnetinis jautris gali būti teigiamasis (jei  $\vec{J} \uparrow \uparrow \vec{H}$ ) arba neigiamasis (jei  $\vec{J} \uparrow \downarrow \vec{H}$ ).

Raskime santykinės magnetinės skvarbos  $\mu$  ir magnetinio jautrio  $\chi$  sąsają. Į (27.22) formulę įrašome (27.24) ir pertvarkome:

$$\frac{\vec{B}}{\mu_0} = \vec{H} + \vec{J} = \vec{H} (1 + \chi). \quad (27.25)$$

Vakuume  $\vec{J} = 0$ , todėl pagal (27.22) lygtį  $\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0}$ . Įrašę šią  $\vec{H}$  išraišką į (27.25), gauname:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 (1 + \chi). \quad (27.26)$$

Palyginę (27.16) lygtį ir (27.26) lygties skaliarinę formą, randame santykinės magnetinės skvarbos  $\mu$  ir magnetinio jautrio  $\chi$  sąsają:

$$\mu = 1 + \chi. \quad (27.27)$$

Iš (27.25) ir (27.27) gaunama magnetinės indukcijos magnetike ir magnetinio lauko stiprio modulių sąsaja (vektorinė šios lygties forma netinka feromagnetikams, žr. 27.5 poskyrį):

$$B = \mu \mu_0 H. \quad (27.28)$$

Magnetinė skvarba  $\mu$  priklauso nuo magnetinio jautrio  $\chi$  ženklo ir gali būti didesnė ar mažesnė už vienetą (jei  $\chi > 0$ ,  $\mu > 1$ ; jei  $\chi < 0$ ,  $\mu < 1$ ).

Palyginę (27.13), (27.24) ir (27.26) formules, randame magnetiko savojo magnetinio lauko indukcijos  $\vec{B}'$  sąsają su magnetinio lauko stipriu  $\vec{H}$  ir įmagnetėjimo vektoriumi  $\vec{J}$ :

$$\vec{B}' = \mu_0 \chi \vec{H} = \mu_0 \vec{J}. \quad (27.29)$$

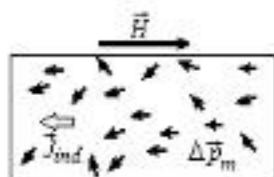
Matome, kad savojo magnetinio lauko indukcija  $\vec{B}'$  tiesiog proporcinga įmagnetėjimo vektoriumi ir nukreipta pagal jį. Daugumos medžiagų  $\vec{B}'$  modulis didėja tiesiog proporcingai  $\vec{H}$ , o šių vektorių kryptys gali sutapti arba būti priešingos.

#### 27.4. Diamagnetikai ir paramagnetikai

**Diamagnetikais** vadinamos medžiagos, kurių atomų (molekulių) magnetiniai momentai nesant išorinio magnetinio lauko lygūs nuliui:

$$\vec{p}_{m, diam} = 0. \quad (27.30)$$

Diamagnetikuose atomų elektronų orbitiniai magnetiniai momentai išsidėsto taip, kad atstojamasis vektorius, kartu ir įmagnetėjimo vektorius  $\vec{J}_{mikr.}$ , lygūs nuliui. Tai būdinga medžiagoms, kurių atomai, molekulės ar jonai turi visiškai užpildytus elektroninius apvalkalus. Išoriniame magnetiniame lauke diamagnetiko atomai įgyja nukreiptus prieš lauką indukuotuosius



239 pav. Diamagnetikai magnetiniame lauke

magnetinius momentus  $\Delta\vec{p}_m$ , kaip tai pavaizduota 239 pav. (239–240 pav. vektoriai  $\Delta\vec{p}_m$ ,  $\vec{p}_m$ ,  $\vec{J}_{ind}$ ,  $\vec{H}$  ir  $\vec{J}$  pavaizduoti schemiškai, jų masteliai neišlaikyti). Diamagnetikų įmagnetėjimo vektorius  $\vec{J}_{ind}$   $\uparrow\downarrow\vec{H}$ , todėl jų magnetinis jautris  $\chi_{diam} < 0$ . Diamagnetikuose magnetinis laukas susilpnėja, nors ir labai nedaug, palyginti su lauku vakuume, t. y. diamagnetikų santykinė magnetinė skvarba  $\mu_{diam} < 1$  (27.1 lentelė).

Paramagnetikais vadinamos medžiagos, kurių atomų (molekulių) magnetiniai momentai nelygūs nuliui net nesant išorinio magnetinio lauko:

$$\vec{p}_{m,param} \neq 0. \quad (27.31)$$

Jei išorinio magnetinio lauko nėra, atomų (molekulių) magnetiniai momentai dėl šiluminio judėjimo pasiskirsto chaotiškai, todėl įmagnetėjimas  $\vec{J} = 0$  (240 pav., a).

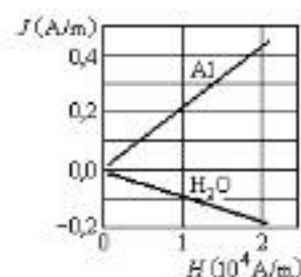


240 pav. Paramagnetikai nesant išorinio magnetinio lauko (a) ir lauke (b)

Patalpinus paramagnetikus į išorinį magnetinį lauką, jų atomų (molekulių) magnetiniai momentai daugiausia orientuojasi išorinio magnetinio lauko kryptimi, kiek sustiprindami išorinį lauką, t. y.  $\vec{J} \uparrow\uparrow\vec{H}$  (240 pav., b).

27.1 lentelė

Diamagnetikai	$\mu$	Paramagnetikai	$\mu$
Azotas	0,999999938	aluminis	1,000021
Bismutas	0,999843	deguonis	1,0000018
Sidabras	0,999974	ebonitas	1,000014
Stiklas	0,999987	geležies chloridas	1,0025
Vanduo	0,999991	oras	1,0000004
Varis	0,9999904	platina	1,00026



241 pav. Paramagnetiko (Al) ir diamagnetiko ( $H_2O$ ) įmagnetėjimo  $J$  priklausomybė nuo magnetinio lauko stiprio  $H$

Paramagnetikų magnetinis jautris  $\chi_{param} > 0$ , santykinė magnetinė skvarba  $\mu_{param} > 1$  (27.1 lentelė).

Kartu paramagnetikų atomuose susidaro išoriniam laukui priešingi indukuotieji magnetiniai momentai (žr. 27.2 poskyrį), tačiau jų dydis yra keliomis eilėmis mažesnis už pagrindinius magnetinius momentus, todėl įmagnetėjimui esminės įtakos jie neturi.

Jei magnetinio lauko stipris nėra labai didelis, ir diamagnetikams, ir paramagnetikams galioja (27.24) lygtis, tik esant skirtingiems magnetinio jautrio  $\chi$  ženkliams. Paramagnetiko (Al) ir diamagnetiko ( $H_2O$ ) įmagnetėjimo  $J$  tiesinė priklausomybė nuo magnetinio lauko stiprio  $H$  grafiškai pavaizduota 241 pav.

27.2 p a v y z d y s. Tarkime, kad žaibo srovės stipris  $I = 10^5$  A. Kokiu mažiausiu atstumu nuo žaibo turi būti žmogus, kad impulsinio magnetinio lauko stipris neviršytų  $H = 10^3 \frac{A}{m}$ ? Žaibo kanalą laikykime tiesiniu.

Duota:  $I = 10^5$  A,  $H = 10^3 \frac{A}{m}$ .

Rasti:  $a_{min}$ .

Sprendimas. Žaibo ilgis žymiai didesnis už ieškomą atstumą  $a_{min}$ , todėl žaibą laikome tiesine begaline srove. Jos kuriamo magnetinio lauko indukciją randame pagal (26.17):

$$B_{sc} = \frac{\mu\mu_0 I}{2\pi a_{min}}. \quad (a)$$

Iš magnetinio lauko indukcijos ir stiprio modulių sąsajos (27.28) gauname:

$$H = \frac{B_{sc}}{\mu\mu_0}. \quad (b)$$

Įrašę (a) į (b), išreiškiame  $a_{min}$  ir apskaičiuojame:

$$a_{min} = \frac{I}{2\pi H} \approx 16 \text{ (m)}. \quad (c)$$

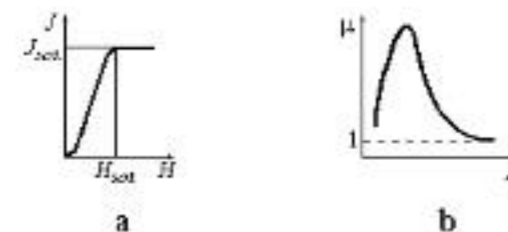
Pabrėžtina, kad šis apskaičiuotasis atstumas yra palyginti saugus tik žaibo magnetinio poveikio prasme.

### 27.5. Feromagnetikai

Feromagnetikais vadinamos kietosios (dažniausiai kristalinės) medžiagos, kurioms nelabai aukštose temperatūrose būdingas savaiminis (spontaninis) įmagnetėjimas. Jo dydis priklauso nuo išorinių veiksnių – magnetinio lauko, deformacijos, temperatūros. Feromagnetikuose išorinis magnetinis laukas gali padidėti nuo dešimčių iki šimtų tūkstančių, o specialiuose lydinuose – iki milijono kartų (27.2 lentelė), priešingai nei diamagnetikuose ir paramagnetikuose, kuriuose jis pakinta labai mažai.

Feromagnetikų ypatumai:

a) Netiesinė įmagnetėjimo  $J$  priklausomybė nuo magnetinio lauko stiprio  $H$  (242 pav., a). Kai  $H$  pasiekia soties reikšmę  $H_{sot}$ , įmagnetėjimas  $J$  tampa pastovus ir lygus  $J_{sot}$  (magnetinės soties reiškinys).



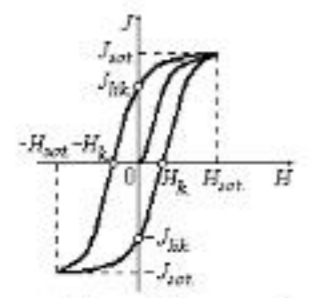
242 pav. Feromagnetikų įmagnetėjimo (a) ir santykinės magnetinės skvarbos (b) priklausomybės nuo lauko stiprio

b) Sudėtinga santykinės magnetinės skvarbos  $\mu$  priklausomybė nuo lauko stiprio  $H$  (242 pav., b). Didžiausios  $\mu$  reikšmės  $\mu_{max} \approx (10^3 - 10^6)$ .

c) Magnetinės histerezės reiškinys, kai esant tai pačiai magnetinio lauko stiprio  $H$  reikšmei įmagnetėjimo  $J$  reikšmė priklauso nuo ankstesnės feromagnetiko įmagnetėjimo būsenos. Histerzės kilpa grafiškai vaizduoja priklausomybę  $J = J(H)$  (243 pav.), arba  $B = B(H)$  (žr. 256 pav.), kai  $H$  kinta nuo 0 iki  $H_{sot}$ , nuo  $H_{sot}$  iki  $-H_{sot}$ , ir nuo  $-H_{sot}$  iki  $H_{sot}$ , per tarpines  $H$



reikšmes. Pirminis įmagnetėjimas vyksta nuo 0 iki *soties įmagnetėjimo*  $J_{\text{sat}}$ . Sumažinus išorinio lauko stiprį iki 0, lieka feromagnetiko *liktinis įmagnetėjimas*  $J_{\text{lik}}$ . Jei feromagnetikas patalpomas į priešingos krypties magnetinį lauką, jo įmagnetėjimas mažėja ir tampa lygus nuliui, kai magnetinis laukas pasiekia *koercinio lauko stiprio* reikšmę  $-H_k$ , kuri apibūdina feromagnetiko



243 pav. Feromagnetiko histerozės kilpa

gebą išlaikyti įmagnetėjimo būseną. Toliau didinant priešingos krypties lauką feromagnetikas įmagnetėja iki  $-J_{\text{sat}}$ . Lauko stiprį didinant iki 0 feromagnetikas įmagnetėja iki  $-J_{\text{lik}}$ . Feromagnetikas išmagnetėja esant lauko stipriui  $H_k$  ir įmagnetėja iki soties įmagnetėjimo  $J_{\text{sat}}$ , kai lauko stipris pasiekia  $H_{\text{sat}}$  reikšmę.

Didelio koercinio lauko stiprio feromagnetikai vadinami *kietaisiais* (pavyzdžiui, plieno (98,5 % Fe, 0,65 % C)  $H_k \approx 3340 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ ) ir taikomi kaip nuolatiniai magnetai. Mažo koercinio lauko stiprio *minkštieji* feromagnetikai (pavyzdžiui, permalojus lydinio (22 % Fe, 78 % Ni)  $H_k = 3,18 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ ) lengvai permagne-

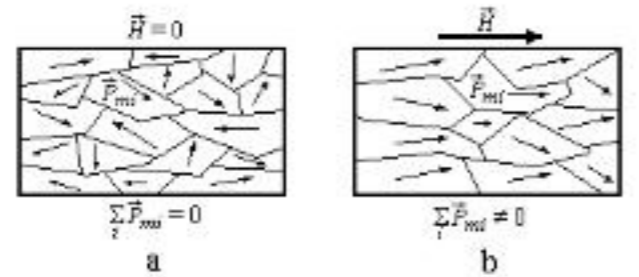
tėja ir taikomi, pavyzdžiui, transformatorių šerdims gaminti.

d) Kiekvieno feromagnetiko savybės išlieka iki jam būdingos didžiausios *Kiuri tašku* vadinamos temperatūros  $\Theta_K$  (27.2 lentelė). Esant aukštesnei nei Kiuri taškas temperatūrai feromagnetikas tampa paramagnetiku.

27.2 lentelė

Feromagnetikas	$\mu_{\text{max}}$	$\Theta_K$ (K)
Geležis (Fe)	5 000	1 043
Nikelis (Ni)	300	631
Permalojus (22 % Fe, 78 % Ni)	100 000	-820
Supermalojus (79 % Ni, 16 % Fe, 5 % Mo)	800 000	673

Feromagnetikų savybės aiškinamos tuo, kad jie sudaryti iš mažų (apie  $10^{-5} - 10^{-4}$  m) sričių – *domenų*, kurie spontaniškai įmagnetėja iki soties. Nesant išorinio magnetinio lauko domenų atstojamieji magnetiniai momentai  $\vec{P}_m = \sum \vec{P}_{mi}$  orientuoti chaotiškai (244 pav., a).

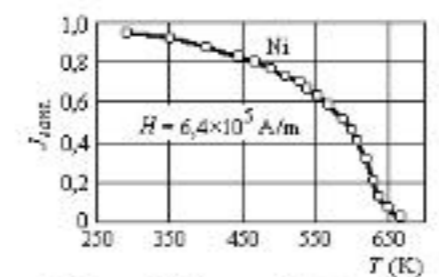


244 pav. Feromagnetikas nesant išorinio magnetinio lauko (a) ir lauke (b)

Magnetiniame lauke vyksta tų domenų augimas, kurių  $\vec{P}_m$  kryptys artimos išorinio lauko stiprio vektoriui kryptiai, ir domenų orientacija pagal lauką (244 pav., b). Stipriuose laukuose domenai visiškai kryptingi, todėl pasiekama įmagnetėjimo soties būseną. Išnykus išoriniam laukui, domenų kryptingumas kiek sumažėja, bet išlieka liktinis įmagnetėjimas.

Beveik visa feromagnetikui permagnetinti reikalinga energija virsta šiluma. Jei histerozės kilpa nubrėžta  $H-B$  koordinatėse, jos plotas tiesiog proporcingas šilumos kiekiui, kuris išsiskiria feromagnetiko tūrio vienetu per vieną permagnetinimo ciklą (žr. 28.6 pavyzdį).

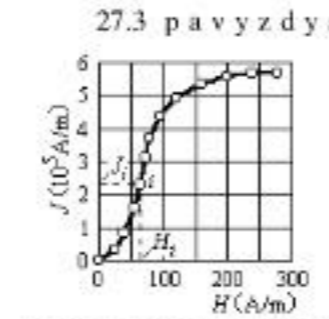
Šiluminis atomų (molekulių) judėjimas ardo domenų, todėl temperatūrai kylant įmagnetėjimas mažėja.



245 pav. Nikelio santykinio įmagnetėjimo priklausomybė nuo temperatūros

245 pav. pateikiama nikelio (Ni) santykinio įmagnetėjimo  $J_{\text{sant}} = \frac{J_0}{J_T}$  (čia  $J_0$  – nikelio soties įmagnetėjimas esant  $T \rightarrow 0$  K,  $J_T$  – įmagnetėjimas esant temperatūrai  $T$ ) priklausomybė nuo absoliučiosios temperatūros, kai magnetinio lauko stipris  $H = 6,4 \times 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ .

Visi feromagnetikai yra metalai. Jų magnetines savybes lemia elektronų sukininių magnetinių momentų (žr. 41.7 ir 41.9 poskyrius) sąveika. Be metalinių feromagnetikų, egzistuoja panašių magnetinių savybių puslaidininkiniai *feritai*. Jų savitoji elektrinė varža milijardus kartų didesnė už metalinių feromagnetikų, todėl ferituose žymiai mažesni nuostoliai dėl šilumos išsiskyrimo pagal Džaulio ir Lenco dėsnį (žr. 25.4 poskyrį). Feritai plačiai taikomi radiotechnikoje ir elektrotechnikoje.



246 pav. Feromagnetiko (Ni) pirminio įmagnetėjimo kreivė

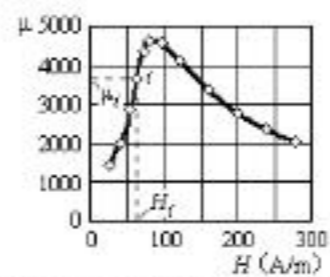
27.3 p a v y z d y s. 246 pav. pateikta feromagnetiko (Ni) pirminio įmagnetėjimo kreivė magnetinio lauko stiprio režiuose  $0 \frac{\text{A}}{\text{m}} < H < 275 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ . Gaukime šio feromagnetiko santykinės magnetinės skvarbos  $\mu$  priklausomybės nuo magnetinio lauko stiprio  $H$  grafiką režiuose  $25 \frac{\text{A}}{\text{m}} < H < 275 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ .

*Sprendimas.* Kadangi feromagnetikų magnetinis jautris  $\chi \gg 1$ , galima laikyti, kad jų santykinė magnetinė skvarba  $\mu$  skaitmeniškai lygi magnetiniam jautriui:

$$\mu = 1 + \chi \approx \chi. \tag{a}$$

Magnetinį jautrį, atitinkantį  $i$ -ąją  $J = J(H)$  grafiko tašką (246 pav.), apskaičiuojame pagal (27.24) formulę:

$$\chi_i = \frac{J_i}{H_i}. \tag{b}$$



247 pav. Feromagnetiko santykinės magnetinės skvarbos priklausomybė nuo magnetinio lauko stiprio

Pavyzdžiui, grafike pažymėtą  $i$ -ąją tašką atitinka  $H_i = 65 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ ,  $J_i = 2,4 \times 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}}$ ,  $\chi_i = \mu_i = 3692$ . Taip apskaičiuojame skirtingas  $H$  reikšmes (kartu ir skirtingus  $J = J(H)$  grafiko taškus), atitinkančias santykinės magnetinės skvarbos reikšmes, ir nubrėžiame  $\mu = \mu(H)$  kreivę. Rezultatai pateikiami 247 pav. grafike. Šiame magnetinio lauko stiprio ruože feromagnetikas nepasiekia soties įmagnetėjimo. Jeigu ekstrapoliuotume 246 pav. grafiką į labai didelių  $H$  reikšmių sritį,  $J$  padidėtų palyginti nežymiai, o pasiekus soties reikšmę  $J_{\text{sat}} = \text{const}$ . Tada (b) formulėje, esant pastoviam skaitikliui ir augant vardikliui, magnetinis jautris mažėtų ( $\chi \rightarrow 0$ ), kartu mažėtų ir santykinė magnetinė skvarba ( $\mu \rightarrow 1$ ).

27.4 p a v y z d y s. Minkštųjų feromagnetikų savybėmis pagrįstas *ferozondo* – prietaiso nuolatinių arba lėtai kintančių magnetinių laukų stipriui matuoti – veikimas. Minkštųjų feromagnetikų įmagnetėjimo kreivė  $J = J(H)$  pasislenka ir tampa nesimetriška veikiant matuojamam magnetiniam laukui. Speciali elektroninė schema sustiprina ir išmatuoja šį efektą. Ferozondu jautris siekia  $10^{-5} \frac{A}{m}$ . Jie taikomi Žemės ir tarpplanetiniam magnetiniams laukams matuoti, vietinėms ir regioninėms magnetinėms anomalijoms tirti, ieškant geležies ir kitų feromagnetikų rūdų išteklių. Apskaičiuokime mažiausią tiesinės begalinės srovės stiprį, kurios magnetinio lauko stiprį ferozondas gali išmatuoti 20 m atstumu.

Duota:  $H_{min} = 10^{-5} \frac{A}{m}$ ,  $a = 20$  m.

Rasti:  $I_{min}$ .

Sprendimas. Taikydami 27.2 pavyzdžio (c) formulę, išreiškiame ir apskaičiuojame  $I_{min}$ :

$$I_{min} = 2\pi a H_{min} \approx 1,3 \text{ (mA)}. \quad (a)$$

Matome, kad ferozondas gali aptikti silpną dideliu atstumu esančią srovę, pavyzdžiui, veikiančią elektroninę schemą.

## 28. ELEKTROMAGNETINĖ INDUKCIJA

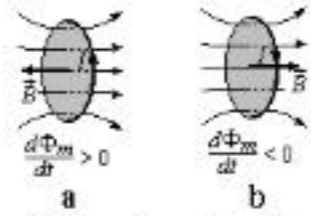
### 28.1. Faradėjaus (elektromagnetinės indukcijos) dėsnis. Lenco taisyklė

Jeigu laidininkas juda magnetiniame lauke, laidininke atsiranda elektrovara, vadinamoji *elektromagnetinės indukcijos elektrovara*  $\mathcal{E}_{ind}$ . Ji taip pat susikuria, jei magnetiniame lauke juda elektrai laidas kontūras, arba kinta pats laukas, t. y. jeigu kinta magnetinis srautas pro kontūro ribojamą plotą. Elektromagnetinės indukcijos elektrovarai veikiant, uždaroje elektrai laidžioje grandinėje atsiranda *indukuotoji elektros srovė*.

Pagal *Faradėjaus (elektromagnetinės indukcijos) dėsnį kontūre indukuojama elektrovara yra lygi magnetinio srauto pro kontūro ribojamą plotą kitimo greičiui, t. y. išvestinei pagal laiką*:

$$\mathcal{E}_{ind} = - \frac{d\Phi_m}{dt}. \quad (28.1)$$

Šioje formulėje minuso ženklas žymi *Lenco taisyklę: kontūre indukuotoji srovė visada yra tokios krypties, kad srovės sukurtas magnetinis laukas priešinasi jį sukūrusiam magnetinio srauto pokyčiui*. Jei magnetinis srautas pro kontūro ribojamą plotą didėja  $\left(\frac{d\Phi_m}{dt} > 0\right)$ ,

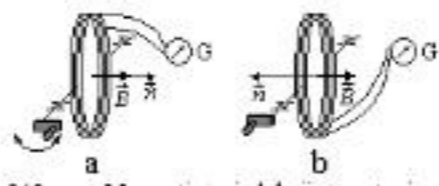


248 pav. Lenco taisyklė

induktosios srovės magnetinis laukas nukreiptas prieš magnetinio srauto jėgų linijas (248 pav., a). Jei magnetinis srautas pro kontūro ribojamą plotą mažėja  $\left(\frac{d\Phi_m}{dt} < 0\right)$ ,

$\mathcal{E}_{ind} < 0$ , t. y. induktosios srovės magnetinis laukas nukreiptas pagal magnetinio srauto jėgų linijas (248 pav., b).

28.1 p a v y z d y s. Išnagrinėkime vieną iš magnetinio lauko indukcijos matavimo būdų. Į tiriamą lauką patalpinama trumpa  $N$  vijų ritė (solenoidas) taip, kad magnetinė indukcija  $\vec{B}$  būtų statmena ritės plokštumai ( $\vec{n} \uparrow \vec{B}$ , 249 pav., a).



249 pav. Magnetinės indukcijos matavimas

Pilnutinis magnetinis srautas pro ritės vijų ribojamą plotą (žr. 26.6 pavyzdį) –

$$\Psi_{m1} = NBS, \quad (a)$$

čia  $S$  – ritės skerspjūvio plotas.

Jei ritė pasukama  $180^\circ$  kampu, pilnutinis magnetinis srautas tampa lygus

$$\Psi_{m2} = -NBS, \quad (b)$$

nes šiuo atveju  $\vec{n} \uparrow \downarrow \vec{B}$  (249 pav., b).

Magnetinio srauto pokytis indukuoja ritėje elektrovarą  $\mathcal{E}_{ind} = - \frac{d\Psi_m}{dt}$ . Ji sukelia elektros srovę, kurios momentinė reikšmė

$$I = \frac{\mathcal{E}_{ind}}{R} = - \frac{1}{R} \frac{d\Psi_m}{dt}, \quad (c)$$

čia  $R$  – ritės varža.

Ritėje per laiką  $dt$  prateka krūvis

$$dq = I dt = - \frac{1}{R} \frac{d\Psi_m}{dt} dt = - \frac{1}{R} d\Psi_m, \quad (d)$$

o per visą pasisukimo laiką

$$q = \int_{\Psi_{m1}}^{\Psi_{m2}} dq = - \frac{1}{R} \int_{\Psi_{m1}}^{\Psi_{m2}} d\Psi_m = \frac{1}{R} (\Psi_{m1} - \Psi_{m2}). \quad (e)$$

Irašę į (c) išraiškas (a) ir (b), gauname:

$$q = \frac{2}{R} N B S, \quad (f)$$

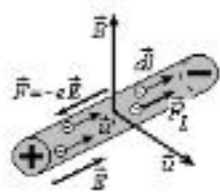
iš čia

$$B = \frac{Rq}{2NS}. \quad (g)$$

Rite pratekėjęs krūvis  $q$  matuojamas balistiniu galvanometru G, ritės parametrai yra žinomi. Pagal (g) apskaičiuojama magnetinio lauko indukcija. Pažymėtina, kad krūvis  $q$  nepriklauso nuo laiko, per kurį ritė pasukama  $180^\circ$  kampu, tačiau balistinis galvanometras reaguoja į trumpus srovės impulsus, todėl ritė turi būti pasukama greitai.

28.2. Indukcijos elektrovaros atsiradimo mechanizmas

Išnagrinėkime indukcijos elektrovaros metaliniame laidininke atsiradimo mechanizmą. Laidininko  $l$  elementui  $d\vec{l}$  judant greičiu  $\vec{u}$  magnetiniame lauke, kurio indukcija  $\vec{B}$  (250 pav.),



250 pav. Indukcijos elektrovaros atsiradimo mechanizmas

laidininko laisvuosius elektronus veikia Lorencio jėga

$$\vec{F}_L = -e[(\vec{u} + \vec{u}')\vec{B}], \quad (28.2)$$

čia  $\vec{u}'$  – elektronų kryptingo judėjimo greitis Lorencio jėgos kryptimi.

Lorencio jėgos veikiami elektronai juda vieno elemento  $d\vec{l}$  galo link, kitame gale lieka nekompensuotas teigiamasis krūvis. Elektronų judėjimas nutrūksta, kai dėl elemente  $d\vec{l}$  susidariusio  $\vec{E}$  stiprio elektrinio lauko elektrostatinė jėga

$\vec{F} = -e\vec{E}$  (žr. 23.3 poskyrį) susilygina su priešinga kryptimi veikiančia Lorencio jėga:

$$-e[\vec{u}\vec{B}] = -e\vec{E}, \quad (28.3)$$

čia  $\vec{u}' = 0$ , kai nusistovi jėgų pusiausvyra.

Lorencio jėga turi pašalinės jėgos (žr. 25.2 poskyrį) prasmę. Iš (28.3) gauname pašalinių jėgų lauko stiprį:

$$\vec{E}_{\text{paš.}} = \frac{\vec{F}_L}{-e} = [\vec{u}\vec{B}]. \quad (28.4)$$

Kadangi pašalinių jėgų darbas perkeliant vienetinį krūvį tarp taškų 1 ir 2 vadinamas elektrovara, esant baigtinio ilgio  $l$  laidininkui, gauname indukcijos elektrovaros išraišką:

$$\mathcal{E}_{\text{ind.}} = \int_1^2 (\vec{E}_{\text{paš.}} d\vec{l}) = \int_1^2 ([\vec{u}\vec{B}] d\vec{l}) = [\vec{u}\vec{B}] \int_1^2 d\vec{l} = [\vec{u}\vec{B}]l, \quad (28.5)$$

čia integruojama pagal laidininko ilgį nuo 1 iki 2 taško, laidininkui  $l$  suteikiant  $d\vec{l}$  kryptį. (28.5) lygties skaliarinė forma:

$$\mathcal{E}_{\text{ind.}} = B_n u l \sin \alpha, \quad (28.6)$$

čia  $B_n$  – magnetinės indukcijos projekcija į laidininko nubrėžiamo ploto normalę,  $\alpha$  – kampas tarp vektorių  $\vec{u}$  ir  $\vec{l}$ .

Atsižvelgiant į mišriosios sandaugos savybę (žr. 6.1 poskyrį), (28.5) galima parašyti taip:

$$\mathcal{E}_{\text{ind.}} = \vec{B}[\vec{l}\vec{u}] = \frac{\vec{B}[\vec{l}d\vec{r}]}{dt} = -\frac{\vec{B}[d\vec{r}\vec{l}]}{dt}. \quad (28.7)$$

Taikydami (28.1) formulę, keičiame (28.7) formulės išraišką:

$$\mathcal{E}_{\text{ind.}} = -\frac{(\vec{B}[d\vec{r}\vec{l}])}{dt} = -\frac{(\vec{B}d\vec{S})}{dt} = -\frac{d\Phi_m}{dt}, \quad (28.8)$$

čia  $\Phi_m$  – magnetinis srautas pro plotą  $S$ , kurį nubraižo judantis laidininkas.

Taigi laidininke, judančiame magnetiniame lauke, indukuojama elektrovara. Pagal Omo dėsnio integralinę formą (25.11) tarp laidininko galų susidaro potencialų skirtumas  $\Delta\varphi = -\mathcal{E}_{\text{ind.}} = \frac{d\Phi_m}{dt}$ . Pavyzdžiui, lėktuvui skrendant Žemės magnetiniame lauke lėktuvo sparnai kerta magnetinio lauko jėgų linijas, ir tarp sparnų galų susidaręs potencialų skirtumas gali sukelti pavojingą išlydį. Tam išvengti taikomi specialūs iškrovikliai.

28.3. Saviindukcijos reiškinys

Kontūre tekanti srovė sukuria surištajį magnetinį srautą pro to kontūro ribojamą plotą. Jei srovė kinta, kinta ir surištas magnetinis srautas, todėl pagal elektromagnetinės indukcijos dėsnį kontūre atsiranda elektrovara, kuri šiuo atveju vadinama saviindukcijos elektrovara, o pats reiškinys – saviindukcija. Pagal Bio, Savaro ir Laplaso dėsnį (26.3 poskyris) magnetinė indukcija tiesiog proporcinga srovės stipriui. Vadinasi, saviindukcijos magnetinis srautas pro kontūro ribojamą plotą tiesiog proporcingas to kontūro srovės stipriui:

$$\Phi_{m,s.} = LI, \quad (28.9)$$

čia  $L$  – kontūro elektromagnetinės savybės apibūdinantis induktyvumas, priklausantis nuo kontūro parametrų ir terpės magnetinių savybių (žr. 27 skyrių).

Pagal elektromagnetinės indukcijos dėsnį (28.1) saviindukcijos elektrovara

$$\mathcal{E}_s = -\frac{d\Phi_{m,s.}}{dt} = -L\frac{dI}{dt}. \quad (28.10)$$

Induktyvumo SI matavimo vienetas yra henris (H):  $[L] = 1\text{H} = \frac{1\text{V}}{1\text{A/s}}$ . 1 henris yra tokio

kontūro induktyvumas, kuriame susikuria 1 volto saviindukcijos elektrovara, kai srovė kontūre kinta 1 A/s greičiu.

Kadangi magnetinis srautas matuojamas vėberiais, iš (28.10) formulės gauname, kad  $1\text{Wb} = 1\text{V} \times 1\text{s} = 1\text{Vs}$  (palyginkite su 26.9 poskyryje pateiktu magnetinio srauto matavimo vienetu).

Pagal Lenco taisyklę kontūro saviindukcijos elektrovara priešinas kontūro srovės kitimui, lėtindama srovės didėjimą ar mažėjimą. Todėl induktyvumas gali būti apibrėžtas kaip kontūro elektromagnetinio inertiškumo matas (žr. 28.7 pavyzdį).

28.2 p a v y z d y s. Apskaičiuokime ilgo solenoido (ritės) induktyvumą. Ilgo solenoido viduje magnetinį lauką galima laikyti vienalyčiu ir nepaisyti lauko iškraipymų solenoido galuose.

Sprendimas. Pagal 26.6 pavyzdžio sprendinį pilnutinis magnetinis srautas pro solenoidą:

$$\Psi_m = \mu\mu_0 n^2 V I, \quad (a)$$

čia  $\mu$  – solenoido viduje esančios terpės (dažniausiai – feromagnetinės šerdies) santykinė magnetinė skvarba,  $n$  – solenoido ilgio vieneto vijų skaičius,  $V$  – solenoido tūris,  $I$  – srovė solenoido.

Iš (28.9) išreiškiame  $L$ , pakeitę  $\Phi_{m,s.}$  į  $\Psi_m$ :

$$L = \frac{\Psi_m}{I} = \mu\mu_0 n^2 V. \quad (b)$$

Kadangi  $n = \frac{N}{l}$  (čia  $N$  – solenoido vijų skaičius,  $l$  – solenoido ilgis),  $V = S l$  ( $S$  – solenoido skerspjūvio plotas), (b) galime užrašyti taip:

$$L = \mu\mu_0 \frac{N^2 S}{l}. \quad (c)$$

Taigi ilgo solenoido induktyvumas priklauso tik nuo vijų skaičiaus, geometrinių parametrų ir šerdies magnetinių savybių.

28.3 p a v y z d y s. Išnagrinėkime, kaip kinta srovė sujungiant ir atjungiant grandinę, kurią sudaro  $\mathcal{E}$  elektrovaros šaltinis, varžas  $R$  ir  $L$  induktyvumo ritė (251 ir 252 pav.).

Sujungiamose arba atjungiamose induktyvumą turinčiose grandinėse atsiranda savii indukcijos elektrovara  $\mathcal{E}_s = -L \frac{dI}{dt}$ . Pagal Omo dėsnio integralinę formą  $U = \mathcal{E} + \mathcal{E}_s$ , arba

$$IR = \mathcal{E} - L \frac{dI}{dt} \quad (a)$$

Iš čia

$$dt = \frac{L dI}{\mathcal{E} - IR} \quad (b)$$

Abi (b) lygties puses padauginame iš  $\left(-\frac{R}{L}\right)$ :

$$-\frac{R}{L} dt = -\frac{R dI}{\mathcal{E} - IR} \quad (c)$$

Kadangi  $\mathcal{E} = \text{const}$ , (c) galima rašyti taip:

$$-\frac{R}{L} dt = \frac{d(\mathcal{E} - IR)}{\mathcal{E} - IR} \quad (d)$$

Integruojame (d):

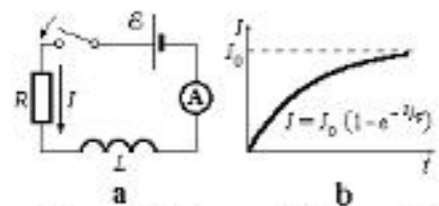
$$\ln(\mathcal{E} - IR) = -\frac{R}{L} t + \ln C, \quad (e)$$

arba

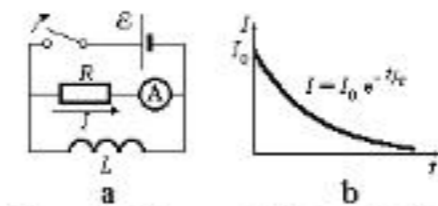
$$\mathcal{E} - IR = C e^{-\frac{R}{L} t} \quad (f)$$

Dydis  $\tau = \frac{L}{R}$  vadinamas *relaksacijos laiku*. Dabar (f) galime suteikti tokią formą:

$$\mathcal{E} - IR = C e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (g)$$



251 pav. Induktyvumą turinčią grandinę (a), srovės kitimas grandinę sujungiant (b)



252 pav. Induktyvumą turinčią grandinę (a), srovės kitimas grandinę atjungiant (b)

251 pav., a, grandinės sujungimo momentu  $t = 0$ , srovė  $I = 0$ , todėl pagal (g)  $C = \mathcal{E}$ . Bet kuriuo momentu

$$IR = \mathcal{E} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (h)$$

Nusistovėjusi grandinės srovė  $I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R}$ , todėl srovės kitimo lygtis –

$$I = I_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (i)$$

Šios lygties grafikas pateiktas 251 pav., b.

Kai 252 pav., a, pavaizduota grandinė laiko momentu  $t = 0$  atjungiamą nuo elektrovaros šaltinio ( $\mathcal{E} = 0$ ), srovė  $I = I_0$ , todėl pagal (g)  $C = -I_0 R$ , o srovės kitimo lygtis

$$I = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (j)$$

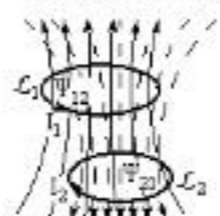
Šios lygties grafikas pateiktas 252 pav., b.

Išnagrinėti srovės nusistovėjimo elektros grandinėje vyksmai vadinami *perinamaisiais*. Kaip matome iš (i) ir (j) lygčių, šių vyksmų trukmė priklauso nuo grandinės induktyvumo  $L$  ir varžos  $R$  santykio. Didelis induktyvumas ir maža varža lemia lėtą perinamąjį vyksmą, mažas induktyvumas ir didelė varža – greitą.

Jungiant prie elektrovaros šaltinių arba atjungiant nuo jų didelio induktyvumo grandines, reikia atsižvelgti į galimą didelių savii indukcijos elektrovarų atsiradimą ir jų lemiamas didelio stiprio srovės, kurios gali žymiai viršyti grandinės nominaliosios srovės reikšmes. Tokiose grandinėse srovė turi būti didinama palaipsniui, jos jungiamos potenciometrais arba alyviniais jungtuvais.

### 28.4. Abipusė indukcija

Abipusė indukcija vadinamas elektromagnetinės indukcijos elektrovaros atsiradimas viename kontūre dėl elektros srovės kitimo kitame (253 pav.) arba dėl šių kontūrų tarpusavio padėties kitimo.



Kontūro  $\mathcal{L}_1$  srovės  $I_1$  kuriamo pilnutinio magnetinio srauto (žr. 26.6 pavyzdį) pro kontūro  $\mathcal{L}_2$  ribojamą plotą  $\Psi_{21}$  (išsitiesinės linijos 253 pav.) kitimas sukuria kontūre  $\mathcal{L}_2$  abipusės indukcijos elektrovarą

$$\mathcal{E}_{21} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} \quad (28.11)$$

253 pav. Abipusė indukcija

Pilnutinis magnetinis srautas  $\Psi_{21}$  tiesiog proporcingas pirmojo kontūro srovei:

$$\Psi_{21} = M_{21} I_1, \quad (28.12)$$

čia  $M_{21}$  – antrojo ir pirmojo kontūrų *abipusis induktyvumas*.

Kontūro  $\mathcal{L}_2$  srovės  $I_2$  kuriamo pilnutinio magnetinio srauto (punktyrinės linijos 253 pav.) pro kontūro  $\mathcal{L}_1$  ribojamą plotą  $\Psi_{12}$  kitimas sukuria kontūre  $\mathcal{L}_1$  abipusės indukcijos elektrovarą

$$\mathcal{E}_{12} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} \quad (28.13)$$

Pilnutinis magnetinis srautas  $\Psi_{12}$  tiesiog proporcingas antrojo kontūro srovei:

$$\Psi_{12} = M_{12} I_2, \quad (28.14)$$

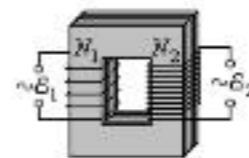
čia  $M_{12}$  – pirmojo ir antrojo kontūrų abipusis induktyvumas. Jo SI matavimo vienetas yra *henris*:  $[M_{21}] = [M_{12}] = \text{H}$ .

Jei kontūrai nėra feromagnetinėje terpėje,  $M_{12} = M_{21}$ . Jeigu abipusiai induktyvumai nekinta, abipusės indukcijos elektrovaros

$$\mathcal{E}_{21} = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}, \quad (28.15)$$

$$\mathcal{E}_{12} = -M_{12} \frac{dI_2}{dt} \quad (28.16)$$

Abipusės indukcijos reiškinys taikomas radiotechnikoje ir elektrotechnikoje.



254 pav. Transformatorius

28.4 p a v y z d y s. Kintamosios srovės įtampai keisti naudojami *transformatoriai*. Išnagrinėkime jų veikimo principą. Ant bendros feromagnetinės šerdies užvyniotos dvi (pirminė ir antrinė) apvijos, sudarytos iš  $N_1$  ir  $N_2$  vijų (254 pav.). Pirminė apvija sujungta su kintamosios elektrovaros šaltiniu. Pirminės apvijos kintamoji srovė  $I_1$  sukuria transformatoriaus šerdyje kintamą magnetinį srautą  $\Psi$ , kuris kerta antrinės apvijos vijas ir

indukuoja joje kintamą abipusės indukcijos elektrovarą  $\mathcal{E}_2$ . Iš esmės visas magnetinis srautas  $\Phi$  sukauptas šerdyje.

Išnagrinėjime transformatoriaus tuščiąją eigą, kai antrinėje apvijoje srovė neteka. Pagal Omo dėsnio integralinę formą (žr. 25.2 poskyrį) pirminėi apvijai galioja

$$\mathcal{E}_1 = \frac{d(N_1\Phi_m)}{dt} = I_1 R_1, \quad (a)$$

čia  $R_1$  – pirminės apvijos varža.

[tampos kritimas  $I_1 R_1$  yra tiek mažas, palyginti su  $\mathcal{E}_1$ , kad jo galima nepaisyti. Tada

$$\mathcal{E}_1 \approx N_1 \frac{d\Phi_m}{dt}. \quad (b)$$

Antrinės apvijos abipusės indukcijos elektrovara

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d(N_2\Phi_m)}{dt} = -N_2 \frac{d\Phi_m}{dt}. \quad (c)$$

Iš (b) ir (c) gauname, kad pirminės ir antrinės apvijų elektrovaros yra tiesiog proporcingos jų vijų skaičiams, arba

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{N_2}{N_1} \mathcal{E}_1. \quad (d)$$

Santykis  $k_{\text{trans}} = \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1}$  vadinamas transformacijos koeficientu. Aukštinių transformatorių  $k_{\text{trans}} > 1$ , žeminimo transformatorių  $k_{\text{trans}} < 1$ .

Energijos nuostolis transformatoriuose atsiranda dėl Džaulio ir Lenco šilumos išsiskyrimo vijose ir sukurinių (Fuko) srovių (žr. 28.5 poskyrį). Šiuolaikiškuose transformatoriuose nuostoliai neviršija 2%. Jų nepaisant, abiejų apvijų galios yra vienodos:

$$\mathcal{E}_1 I_1 = \mathcal{E}_2 I_2, \quad (e)$$

tada apvijų srovių santykis

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1}. \quad (f)$$

Radiotechnikoje dažnai naudojami ne dviejų, o keleto apvijų transformatoriai.

Autotransformatoriuose yra viena apvija, o antrinės apvijos vaidmenį atlieka apvijos dalis, kurios dydis, kartu ir  $\mathcal{E}_2$ , yra reguliuojami.

### 28.5. Fuko srovės. Paviršiaus efektas (skinefektas)

Indukcijos elektrovara ir indukuotosios sukurinės srovės (vadinamos Fuko srovėmis) gali atsirasti ne tik grandinėse, bet ir ištisiniuose laidžiuose kūnuose, esančiuose kintamajame magnetiniame lauke. Toks laukas gali būti ir išorinis, ir sukurtas pačiuose kūnuose tekančios kintamosios srovės. Pagal Lenco taisyklę Fuko srovės yra tokios krypties, kad jų kuriamas magnetinis laukas priešinasi šias sroves indukuojančiam magnetinio srauto kitimui. Pavyzdžiui, Fuko srovių magnetinis laukas stabdo kūno judėjimą išoriniame magnetiniame lauke. Tai taikoma elektrinių matavimo prietaisų judančių dalių svyravimams slopinti (dempferiai).

Mažos savitosios elektrinės varžos medžiagose srovės stipris gali būti didelis, kūnai kaista. Taip atliekamas besąlytis medžiagų lydymas (pavyzdžiui, vakuume).

Transformatoriuose Fuko srovės sukelia elektros energijos nuostolius. Jiems sumažinti transformatorių šerdis daromos iš atskirų statmenų elektriškai izoliuotų Fuko srovių plokštumoms plokščių.

Būtent Fuko srovių susidarymu iš dalies gali būti paaiškinami medicinoje taikomų įvairaus dažnio kintamųjų magnetinių laukų terapiniai efektai. Tokie laukai laidžiosiose audinių dalyse

(žr. 25.16 poskyrį) sukelia organizmo audinių įšilimą, plečia kraujagysles, daro priešuždegiminį ir anestetinį poveikį.

Ištisiniu laidininku tekančios kintamosios srovės magnetinis laukas indukuoja tokios krypties Fuko sroves, kad jos mažina srovės stiprį laidininko viduje ir didina ties paviršiumi.



255 pav. Paviršiaus efektas

255 pav. pavaizduota Fuko srovių kryptys ir viena srovės  $I$  sukurto magnetinio lauko jėgos linija (punktyrinė) tam tikru laiko momentu (srovės yra kintamosios). Jėgos linijų plokštumos yra statmenos Fuko srovių plokštumoms. Fuko srovės sukelia paviršiaus efektą, arba skinefektą (angl. skin – oda). Aukštojo dažnio srovės iš esmės teka ploname paviršiniame kūno sluoksnyje ir nebeteka viduje.

### 28.6. Magnetinio lauko energija

Kiekviena srovė sukuria magnetinį lauką. Srovei nustojus tekėti magnetinis laukas išnyksta. Kaip ir elektrinis, magnetinis laukas yra materijos forma ir turi energiją. Iš energijos tvermės dėsnio aišku, kad magnetinio lauko energija  $W_m$  turi būti lygi darbui  $A$ , kurį atlieka srovė, sukurdamą šį magnetinį lauką.

Jei  $L$  induktyvumo kontūre teka srovė  $I$ , saviindukcijos magnetinis srautas pro kontūro ribojamą plotą (28.9):

$$\Phi_{m,s} = LI. \quad (28.17)$$

Pagal (26.55) magnetiniam srautui padidinti dydžiu  $d\Phi_{m,s} = LdI$  reikia atlikti elementarųjį darbą

$$dA = Id\Phi_{m,s} = LI dI, \quad (28.18)$$

o visas darbas gaunamas integravus (28.18):

$$A = \int_0^I LI dI = \frac{LI^2}{2}. \quad (28.19)$$

Vadinasi, kontūro, kuriuo teka srovė  $I$ , magnetinio lauko energija –

$$W_m = \frac{LI^2}{2}. \quad (28.20)$$

Ši formulė išreiškia magnetinio lauko energiją konkretaus kontūro parametrais, tačiau iš (28.20) galima gauti lygtį, siejančią energiją su paties magnetinio lauko charakteristikomis.

Formulę (28.20) taikant ilgam solenoidui, kurio induktyvumas (žr. 28.2 pavyzdį)  $L = \mu\mu_0 n^2 V$ , galima rašyti taip:

$$W_m = \frac{\mu\mu_0 n^2 I^2}{2} V. \quad (28.21)$$

Kadangi pagal (26.21) ilgo solenoido magnetinio lauko indukcija  $B = \mu\mu_0 nI$ , o lauko stipris  $H = \frac{B}{\mu\mu_0} = nI$ , iš (28.21) gauname:

$$W_m = \frac{BH}{2} V, \quad (28.22)$$

arba, atsižvelgiant į sąsają  $B = \mu\mu_0 H$ :

$$W_m = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} V = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} V. \quad (28.23)$$

Laikydami, kad visas magnetinis laukas kaupiasi ilgo solenoido viduje ir yra vienalytis, galime rasti magnetinio lauko energijos tankio formulę:

$$w_w = \frac{W_m}{V} = \frac{BH}{2} = \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu\mu_0}. \quad (28.24)$$



Ši formulė tinka ir nevienalyčiam magnetiniam laukui, jei galioja magnetinės indukcijos  $B$  ir lauko stiprio  $H$  proporcingumas ( $B \sim H$ ), t. y. (28.24) formulė taikytina magnetiniam laukui diamagnetikuose ir paramagnetikuose, tačiau jos negalima taikyti laukui feromagnetike.

28.5 p a v y z d y s. Įsitikinkime, kad (28.22) lygties dešinėsios pusės matavimo vienetas tikrai yra energijos vienetas džaulis (J).

*Sprendimas.* Taikome SI matavimo vienetus.  $[B] = T = \frac{N}{Am}$  (žr. 26.1 poskyrį),  $[H] = \frac{A}{m}$  (žr. 27.3 poskyrį),  $[V] = m^3$ . Į (28.22) lygties dešiniąją pusę vietoj fizikinių dydžių įrašę jų matavimo vienetus, gauname dešinėsios pusės matavimo vieneta:

$$[B][H][V] = T \frac{A}{m} m^3 = \frac{N}{Am} \frac{A}{m} m^3 = Nm = J. \quad (a)$$

Taigi (28.22) lygties kairiosios ir dešinėsios pusių matavimo vienetas yra tas pats – energijos matavimo vienetas džaulis (J).

Akivaizdu, kad (28.24) formulė apibrėžto energijos tankio SI matavimo vienetas  $[w_w] = \frac{J}{m^3}$ .

28.6 p a v y z d y s. Išnagrinėkime histerezės kilpos, nubrėžtos  $H$ - $B$  koordinatėse (256 pav.), ribojamo ploto fizikinę prasmę. Į (28.18) įrašome ilgo solenoido induktyvumo išraišką  $L = \mu\mu_0 n^2 V$  ir pertvarkome gautą formulę, taikydami sąsajas

$$H = nI \text{ ir } dB = \mu\mu_0 dH = \mu\mu_0 n dI;$$

$$dA = LI dI = \mu\mu_0 n^2 V I dI = H dBV, \quad (a)$$

arba

$$\frac{dA}{V} = H dB. \quad (b)$$

Elementarusis darbas, apskaičiuotas feromagnetiko tūrio vienetui, geometriškai išreiškiamas histerezės kilpos užbrūkšniuotuoju fragmento plotu  $H dB$ . Pilnutinis darbas išreiškiamas integralu uždaru kontūru (kilpa) ir lygus kilpos ribojamam plotui  $S_k$ :

$$A = \oint H dB = S_k. \quad (c)$$

Šis darbas negali būti lygus sukurto magnetinio lauko energijai kaip paramagnetikuose ir diamagnetikuose, nes po uždarojo permagnetinimo ciklo magnetinės indukcijos ir lauko stiprio reikšmės, kartu ir sistemos būseną, nepakinta. Vadinasi, magnetinio lauko energija, būdama būsenos funkcija, lieka ta pati. Iš tikrųjų darbas padidina feromagnetiko vidinę energiją, feromagnetikas įšyla. Taigi  $H$ - $B$  koordinatėse nubrėžtos histerezės kilpos ribojamas plotas lygus šilumai, kuri išsiskiria feromagnetiko tūrio vienetu per vieną permagnetinimo ciklą.

28.7 p a v y z d y s. Nustatykime kai kurių mechanikos ir elektromagnetizmo dydžių ir lygčių formaliąją analogiją.

Laikykime, kad mechaninio greičio elektromagnetinis analogas yra srovės stipris ( $v \Leftrightarrow I$ ).

Mechanikoje masė yra inertiškumo matas (žr. 9.1 poskyrį), t. y. masė priešinasi greičio pokyčiui. Elektromagnetizme kontūro srovės pokyčiui „priešinasi“ induktyvumas  $L$ , kurį galima laikyti tam tikru kontūro elektromagnetinio inertiškumo matu. Vadinasi, analogija yra tokia:  $m \Leftrightarrow L$ .

Mechaninį impulsą  $p = mv$  elektromagnetizme atitiktų analoginių dydžių sandauga  $\Phi_{m.c.} = LI$ , taigi  $p \Leftrightarrow \Phi_w$ .

Antrasis Niutono dėsnis sieja jėgą ir impulsą:  $F = \frac{dp}{dt}$ , o pagal elektromagnetinės induk-

cijos dėsnį (28.1)  $|\mathcal{E}_{ind}| = \frac{d\Phi_w}{dt}$ . Kitos antrojo Niutono dėsnio formos  $F = m \frac{dv}{dt}$  analogas yra sa-

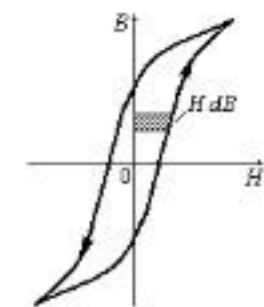
viindukcijos elektrovaros išraiška  $|\mathcal{E}_e| = L \frac{dI}{dt}$ . Vadinasi,  $F \Leftrightarrow \mathcal{E}_{ind}$ .

Kinetinės energijos formulė  $E_k = \frac{mv^2}{2}$ . Įrašę į ją mechaninių dydžių elektromagnetinius

analogus, gauname kontūro magnetinio lauko energijos išraišką  $W_w = \frac{LI^2}{2}$ .

Mechaninės galios momentinė reikšmė  $W = Fv$ . Ją atitinka grandinės indukcijos elektrovaros momentinė galia  $P = \mathcal{E}I$ .

Pabrėžtina, kad mechaninių ir elektromagnetinių reiškinių prigimtis yra skirtinga, analogijos atsiranda dėl panašaus šių reiškinių matematinio aprašymo.



256 pav. Histerezės kilpa  $H$ - $B$  koordinatėse



## 29. ELEKTROMAGNETINIAI VIRPESIAI IR BANGOS

Visas mūsų gyvenimas vyksta įvairių ilgių elektromagnetinių bangų terpėje – ir gamtinių (pavyzdžiui, Saulės šviesa, kūnų šiluminė, kosminė rentgeno ir radijo, litosferos  $\gamma$  spinduliuotės), ir technogeninių (pavyzdžiui, dirbtiniai šviesos šaltiniai, visų diapazonų radijo bei televizijos bangos, rentgeno spinduliuotė).

Be nuotoliniams ryšiams taikomų elektromagnetinių bangų ir elektromagnetinių virpesių šaltinių būtų neįmanomas mūsų civilizacijos lygis. Kartu pažymėtina, kad dėl sparčios techninės raidos yra padidėjęs elektromagnetinių laukų fonas. Jis kiekybiškai ir kokybiškai skiriasi nuo natūraliojo. Tai turi įtakos ekosistemų stabilumui.

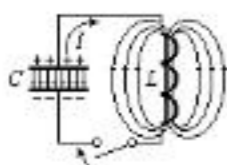
Gyvųjų organizmų ląstelės, sudarytos iš milijoniško atomų ir molekulių skaičiaus, pačios yra elektromagnetinių laukų šaltiniai. Šis reiškinys taikomas diagnostikoje (elektrokardiogramos, encefalogramos) ir terapijoje (švitinimas superaukšto dažnio bangomis). Apskritai elektromagnetinių bangų poveikis organizmui ir net pavieniui ląstelei yra sudėtingas, nevisiškai ištirtas ir turi neabejotiną svarbą aplinkosauginiu požiūriu.

### 29.1. Laisvieji elektromagnetiniai virpesiai Tomsono kontūre

Elektromagnetinis laukas plinta grandinėse greičiu, artimu šviesos greičiui vakuume  $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , todėl realiųjų matmenų vienalytės grandinės visuose taškuose momentinės (akimirkinės) srovės reikšmės yra vienodos. Tokios srovės vadinamos *kvazistacionariosiomis*. Joms galioja Omo dėsnis (25.3 poskyris) ir Kirchhofo taisyklės (25.5 poskyris). Visame 29 skyriuje nagrinėsime būtent tokias sroves.

Grandinės srovės stiprio, įtampos, krūvio ir kitų parametrų pasikartojantis kitimas vadinamas *elektromagnetiniais virpesiais*. Laisvuosius, slopinamuosius ir priverstinius elektromagnetinius virpesius nusakančios lygtys iš esmės analogiškos atitinkamų mechaninių svyravimų lygtims (žr. 13 skyrių).

*Tomsono kontūru* vadinamas idealizuotas ominės varžos  $R$  neturintis grandinės modelis, kurį sudaro  $C$  talpos kondensatoriaus ir  $L$  induktyvumo ritė (257 pav.). Grandinė uždaroma, kai



257 pav. Tomsono kontūras

pradinis kondensatoriaus vieno elektrodo krūvis lygus  $q_0$ . Dėl kintančios srovės ritėje atsiranda saviindukcijos elektrovara, kuri pagal Lenco taisyklę priešinasi srovės didėjimui. Todėl srovė didėja palaipsniui ir kondensatoriaus visiškos iškrovos momentu ( $q = 0$ ) pasiekia didžiausiąją vertę  $I_0$ . Tada srovė neišnyksta, o veikiant saviindukcijos elektrovarai palaipsniui mažėja, perkraudama kondensatoriaus elektrodą iki krūvio  $-q_0$ . Toliau procesas

vyksta atvirkščia kryptimi, po vieno pilnutinio virpesio atsinaujina pradiniai kontūro parametrai, ir vyksmas kartojasi. Gaukime šio vyksmo diferencialinę lygtį.

Taikome kontūru Omo dėsnio integralinę formą, atsižvelgdami į sąlygą  $R = 0$ :

$$\mathcal{E}_{\text{ind.}} + U_C = 0, \quad (29.1)$$

čia  $\mathcal{E}_{\text{ind.}} = -L \frac{dI}{dt}$  – saviindukcijos elektrovara,  $U_C = \frac{q}{C}$  – kondensatoriaus elektrodų potencialų skirtumas, lygus įtampos kritimui kondensatoriuje ( $q$  – kondensatoriaus elektrodo krūvis, anksčiau taikytas potencialų skirtumo žymuo  $\Delta\phi$  pakeistas, kad skirtųsi nuo fazės žymens  $\phi$ ).

(29.1) lygtį rašome taip:

$$-L \frac{dI}{dt} + \frac{q}{C} = 0. \quad (29.2)$$

Srovės stipris yra krūvio išvestinė pagal laiką (žr. 25.1 poskyrį):

$$I = -\frac{dq}{dt}, \quad (29.3)$$

čia minuso ženklas rodo, kad teigiamąją srovės kryptį atitinka krūvio mažėjimas kondensatoriuje (257 pav. pavaizduoti krūvio ženklai, srovės ir kondensatoriaus elektrinio bei ritės magnetinio lauko jėgų linijų kryptys kondensatoriaus iškrovos metu).

(29.3) diferencijuojame pagal laiką ir įrašome į (29.2):

$$L \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0, \quad (29.4)$$

arba

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0, \quad (29.5)$$

čia  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  – virpesių *ciklinis dažnis*, matuojamas  $\text{s}^{-1}$ .

Šios lygties sprendinys

$$q = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (29.6)$$

čia  $q_0$  – pradinis (laiko momentu  $t = 0$ ) kondensatoriaus krūvis;  $(\omega_0 t + \varphi_0)$  – virpesių *fazė* laiko momentu  $t$ , matuojama radianais (rad);  $\varphi_0$  – virpesių *pradinė fazė*.

Virpesių *periodas*:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}. \quad (29.7)$$

Srovės kitimą grandinėje randame pagal (29.3):

$$I = -\frac{dq}{dt} = q_0 \omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0) = I_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (29.8)$$

čia  $I_0 = q_0 \omega_0$  – srovės stiprio amplitudė.

Kondensatoriaus elektrodų potencialų skirtumas  $U_C = \frac{q}{C}$  irgi kinta harmoningai:

$$U_C = \frac{q_0}{C} \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = U_{C0} \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (29.9)$$

čia  $U_{C0} = \frac{q_0}{C}$  – pradinis kondensatoriaus elektrodų potencialų skirtumas.

Iš lygčių  $I_0 = q_0 \omega_0 = \frac{q_0}{\sqrt{LC}}$  ir  $U_{C0} = \frac{q_0}{C}$  randame srovės stiprio ir kondensatoriaus elektrodų potencialų skirtumo amplitudžių sąsają:

$$I_0 = \frac{U_{C0}}{\sqrt{LC}}, \quad (29.10)$$

čia  $\sqrt{LC}$  – kontūro *banginė varža*, matuojama omais ( $\Omega$ ).

Tomsono kontūre vykstančių virpesių parametrų (krūvio, srovės ir kondensatoriaus elektrodų potencialų skirtumo) kitimai laikui bėgant pateikiami 258 pav., a, grafiškai, pradine faze laikoma  $\varphi_0 = 0$ .

29.1 p a v y z d y s. Išnagrinėkime Tomsono kontūre vykstančius energijos virsmus. *Sprendimas.* Kondensatoriaus elektrostatinio lauko energija (žr. 24.8 poskyrį) dėl krūvio kitimo kinta pagal lygtį  $W_e(t) = \frac{q^2}{2C} = \frac{q_0^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)$  ir virsta ritės srovės magnetinio lauko energija, kuri dėl srovės kitimo kinta pagal lygtį  $W_m(t) = \frac{LI^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$ . Pilnutinė



kontūro elektromagnetinė energija –

$$W_{em} = W_e + W_m = \frac{q_0^2}{2C} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{LI_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (a)$$

Iš (29.8) išreiškiame  $I_0$  bei  $q_0$  ir į gautas lygtis įrašome  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ :

$$I_0 = q_0 \omega_0 = \frac{q_0}{\sqrt{LC}}, \quad (b)$$

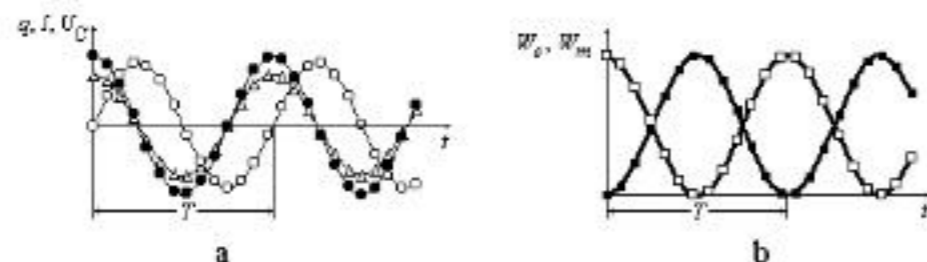
$$q_0 = \frac{I_0}{\omega_0} = I_0 \sqrt{LC}. \quad (c)$$

Įrašę į (a) lygtį srovės išraišką (b) ir atsižvelgę į tai, kad laužtiniuose skliaustuose esantis reiškinys lygus vienetui, gauname:

$$W_{em} = W_e + W_m = \frac{q_0^2}{2C} [\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)] = \frac{q_0^2}{2C} = \text{const.} \quad (d)$$

Į (a) įrašius (c) –

$$W_{em} = W_e + W_m = \frac{LI_0^2}{2} [\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) + \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)] = \frac{LI_0^2}{2} = \text{const.} \quad (e)$$



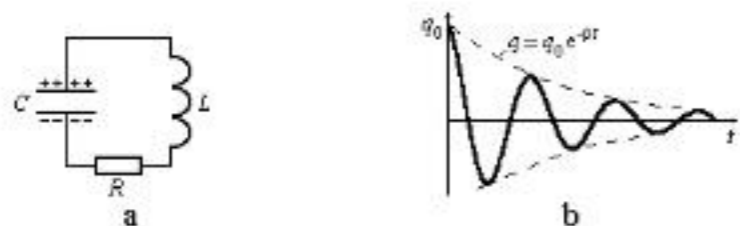
258 pav. Elektromagnetinių virpesių Tomsono kontūre parametrų kitimas: a – kondensatoriaus elektrodo krūvio  $q$  ( $\Delta$ ), srovės stiprio  $I$  ( $\circ$ ), kondensatoriaus elektrodo potencialų skirtumo  $U_C$  ( $\blacksquare$ ); b – kondensatoriaus elektrosstatinio lauko energijos  $W_e$  ( $\Delta$ ), ritės srovės magnetinio lauko energijos  $W_m$  ( $\blacksquare$ )

Vadinasi, pilnutinė Tomsono kontūro elektromagnetinė energija lieka pastovi ir lygi arba didžiausiai kondensatoriaus elektrosstatinio lauko energijai (kai  $q = q_0$ ,  $I = 0$ ), arba didžiausiai ritės srovės magnetinio lauko energijai (kai  $q = 0$ ,  $I = I_0$ ). Energijų  $W_e$  ir  $W_m$  kitimo grafikai pateikti 258 pav., b. Kreivių  $W_e(t)$  ir  $W_m(t)$  ordinačių suma bet kuriuo laiko momentu lygi pastoviam dydžiui, kaip ir turi būti pagal energijos tvermės dėsnį, nes idealizuotame Tomsono kontūre nėra energijos disipacijos.

### 29.2. • Laisvieji slopinamieji elektromagnetiniai virpesiai

Realieji kontūrai visada turi ominię varžą  $R$  (259 pav., a), kurioje pagal Džaulio ir Lenco dėsnį išsiskirianti šiluma mažina elektromagnetinių virpesių energiją. Šiuo atveju pagal Omo dėsnio integralinę formą –

$$IR = U_C + \mathcal{E}_{ind}. \quad (29.11)$$



259 pav. Realūs virpesių kontūras (a) ir slopinamieji elektromagnetiniai virpesiai (b)

Taikydami 29.1 poskyryje gautas sąsajas, (29.11) galime užrašyti taip:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0, \quad (29.12)$$

arba

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = 0. \quad (29.13)$$

Šios diferencialinės lygties sprendinys:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (29.14)$$

čia  $\beta = \frac{R}{2L}$  – virpesių slopinimo koeficientas,  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$  – ciklinis dažnis,

e – natūrinių logaritmų pagrindas.

Slopinamieji elektromagnetiniai virpesiai, griežtai tariant, nėra periodiniai, tačiau jų periodu sąlygiškai laikytinas dydis

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}}. \quad (29.15)$$

Jeigu  $\omega_0 > \beta$ , kondensatoriaus elektrodo potencialų skirtumas kinta taip:

$$U_C = \frac{q}{C} = U_{C0} e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (29.16)$$

Taigi laisvieji slopinamieji elektromagnetiniai virpesiai nėra harmoniniai, jų amplitudė eksponentiškai mažėja laikui bėgant (259 pav., b).

Dviejų vienas po kito vykstančių svyravimų parametro (pavyzdžiui, kondensatoriaus elektrodo krūvio, srovės) amplitudžių santykio natūrinis logaritmas vadinamas *logaritminiu slopinimo dekrementu*:

$$\lambda = \ln \frac{q_n}{q_{n+1}}. \quad (29.17)$$

Šis dydis apibūdina virpesių slopinimo spartą. Jo sąsają su periodu nusako formulė

$$\lambda = \beta T. \quad (29.18)$$

Jei slopinimo koeficientas  $\beta$  yra mažas ( $\beta \ll \omega_0$ ), iš (29.15) gauname  $T \approx 2\pi\sqrt{LC}$ , o logaritminis slopinimo dekrementas –

$$\lambda = \beta T = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}}. \quad (29.19)$$

Logaritminiam slopinimo dekrementui atvirkščiai proporcingas dydis yra *kontūro kokybė*:

$$Q = \frac{\pi}{\lambda}. \quad (29.20)$$

Kai slopinimas mažas, iš (29.19) ir (29.20) gauname:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega L}{R} = \frac{1}{\omega RC}. \quad (29.21)$$

Nuo kontūro kokybės priklauso elektromagnetinių virpesių energijos disipacija. Energiniu požiūriu kontūro kokybė yra atvirkščiai proporcinga santykiniam elektromagnetinės energijos nuostoliui (virsmui šiluma) per vieną periodą:

$$Q = \frac{2\pi W_{em}}{\Delta W}, \quad (29.22)$$

čia  $W_{em}$  – pilnutinė kontūro elektromagnetinių virpesių energija,  $\Delta W$  – per vieną periodą šiluma virtusios energijos kiekis.



Jeigu  $\omega_0 < \beta$ , kontūre vyksta ne virpesiai, o neperiodinė kondensatoriaus iškrova, jo krūvis eksponentiškai artėja į nulį.

29.2 p a v y z d y s. Virpesių kontūro induktyvumas  $L = 10^{-2} \text{H}$ , elektrinė talpa  $C = 0,01 \mu\text{F}$ , ominė varža  $R = 10 \Omega$ . Raskime kontūro virpesių ciklinį dažnį, slopinimo koeficientą, kontūro kokybę, virpesių logaritminį slopinimo dekrementą.

Duota:  $L = 10^{-2} \text{H}$ ,  $C = 10^{-8} \text{F}$ ,  $R = 10 \Omega$ .

Rasti:  $\omega$ ,  $\beta$ ,  $T$ ,  $Q$ ,  $\lambda$ .

Sprendimas. Kontūro virpesių ciklinis dažnis –

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = 10^5 (\text{s}^{-1}). \quad (a)$$

Virpesių slopinimo koeficientas –

$$\beta = \frac{R}{2L} = 500 (\text{s}^{-1}). \quad (b)$$

Kadangi  $\beta \ll \omega_0$ , kontūro kokybei apskaičiuoti taikome (29.21) formulę:

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 100. \quad (c)$$

Logaritminis slopinimo dekrementas –

$$\lambda = \pi R \sqrt{\frac{C}{L}} = 3,14 \times 10^{-2}. \quad (d)$$

Radiotechnikoje naudojamų kontūrų kokybė esti  $10^4$ – $10^5$ , superaukštojo dažnio rezonatorių –  $10^3$ – $10^4$ , optinių rezonatorių –  $10^6$ – $10^7$  eilės.

29.3. Priverstiniai elektromagnetiniai virpesiai

Priverstiniai elektromagnetiniai virpesiai gaunami, kai į virpesių kontūrą įjungiamas priverstinės kintamosios elektrovaros  $\mathcal{E}$  šaltinis (260 pav., a). Šiuo atveju pagal Omo dėsnio integralinę formą (žr. 25.2 poskyrį) –

$$IR = U_C + \mathcal{E}_c + \mathcal{E}. \quad (29.23)$$

Tarkime, šaltinio elektrovara kinta harmoningai cikliniu dažniu  $\omega$ :

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t. \quad (29.24)$$

Taikome 29.1 poskyryje gautas sąsajas:

$$L \frac{d^2 q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = -\mathcal{E}_0 \sin \omega t. \quad (29.25)$$



260 pav. Priverstiniai suyravimai kontūre (a) ir rezonansinės kreivės esant įtampos rezonansui (b)

Pasibaigus palyginti trumpam pereinamajam procesui, kurio čia nenagrinėjame, kontūre nusistovi harmoniniai priverstinės elektrovaros dažnio virpesiai. Kondensatoriaus elektrodo krūvio kitimas vyksta pagal (29.25) lygties dalinį sprendinį:

$$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0). \quad (29.26)$$

Srovės kitimą kontūre randame diferencijuoję (29.26) lygtį ir pakeitę ženklą, nes srovės didėjimas atitinka kondensatoriaus elektrodo krūvio mažėjimą:

$$I = -\frac{dq}{dt} = I_0 \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (29.27)$$

čia  $I_0 = q_0 \omega$ .

Srovės amplitudė išreiškiama elektrovaros amplitude  $\mathcal{E}_0$  ir kontūro varžomis:

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}} = \frac{\mathcal{E}_0}{\sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}} = \frac{\mathcal{E}_0}{Z}, \quad (29.28)$$

čia  $R$  – kontūro aktyvioji (ominė) varža,  $X_C = \frac{1}{\omega C}$  – talpinė varža,  $X_L = \omega L$  – induktyvioji varža,  $(X_C - X_L)$  – reaktyvioji varža,  $Z = \sqrt{R^2 + (X_C - X_L)^2}$  – pilnutinė varža (impedansas).

Pradinę fazę  $\varphi_0$  nusako lygtis

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}. \quad (29.29)$$

Iš (29.28) matome, kad kontūro impedansas, kartu ir kontūro srovės amplitudė, priklauso nuo ciklinio priverstinės elektrovaros dažnio  $\omega$ . Didžiausia kontūro srovės reikšmė  $I_{0 \max}$  gaunama, kai (29.28) lygtyje vardiklis yra mažiausias, t. y.

$$\frac{1}{\omega C} - \omega L = 0. \quad (29.30)$$

Ši sąlyga tenkinama esant priverstinės elektrovaros rezonansiniam cikliniam dažniui, kurio išraiška gaunama iš (29.30) lygties:

$$\omega_{rec} = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \omega_0. \quad (29.31)$$

Rezonansinis dažnis yra mažesnis už kontūro savųjų virpesių dažnį ( $\omega_{rec} < \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ ), tačiau praktikoje dažniausiai  $\omega_0 \gg \beta$ , todėl  $\omega_{rec} \approx \omega_0$ .

Jei dažnis lygus rezonansiniam, ir pradinė fazė  $\varphi_0 = 0$ , kondensatoriaus elektrodo potencialų skirtumas

$$U_C = \frac{q}{C} = \frac{q_0 \cos \omega_{rec} t}{C} = \frac{I_0 \cos \omega_{rec} t}{\omega_{rec} C}, \quad (29.32)$$

o ritės saviindukcijos elektrovara, atsižvelgiant į (29.27), gali būti išreikšta taip:

$$\mathcal{E}_c = -L \frac{dI}{dt} = -L \omega_{rec} I_0 \cos \omega_{rec} t = -\frac{I_0 \cos \omega_{rec} t}{\omega_{rec} C}. \quad (29.33)$$

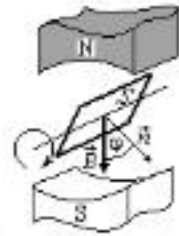
Taigi esant rezonansui kondensatoriaus elektrodo potencialų skirtumas ir ritės saviindukcijos elektrovara yra vienodo dydžio, bet priešingų ženklų. Vadinasi, jų suma, t. y. įtampos kritimas visoje reaktyviojoje varžoje, lygu nuliui.

Stigus kontūro srovės stiprio padidėjimas, kai priverstinės elektrovaros ciklinis dažnis  $\omega$  tampa lygus savajam kontūro cikliniam dažniui  $\omega_0$ , vadinamas įtampos rezonansu. Šį reiškinį vaizduoja funkcijos  $I_0 = I_0(\omega)$  grafikas – rezonansinė kreivė (260 pav., b, pateikiamos rezonansinės kreivės esant skirtingoms slopinimo koeficiento  $\beta$  reikšmėms). Pabrėžtina, kad esant įtampos rezonansui rezonansinis ciklinis dažnis  $\omega_{rec}$  nepriklauso nuo slopinimo koeficiento  $\beta$  ir tuo iš esmės skiriasi nuo mechaninio rezonanso (žr. 13.3 poskyrį).

Rezonansas virpamuosiuose kontūruose taikomas radijo ir televizijos imtuvuose reikiamo siųstuvo dažniui išskirti iš kitų dažnių. Kuo didesnė kontūro kokybės reikšmė (smailesnis rezonansinės kreivės maksimumas), tuo geresnis imtuvo selektyvumas, t. y. didesnė galimybė atskirti artimus dažnius.

29.4. Kintamoji elektros srovė

Aptarkime kintamosios srovės generavimo principą. Jei  $B$  indukcijos nuolatiniame magnetiniame lauke kampiniu greičiu  $\omega$  sukamas laidus rėmelis, kurio ribojamas plotas lygus  $S$  (261 pav.), magnetinis srautas pro plotą  $S$  laiko momentu  $t$  (žr. 26.9 poskyrį) išreiškiamas taip:



261 pav. Kintamosios srovės generavimo principas

$$\Phi_m = BS \cos \varphi = BS \cos(\omega t + \varphi_0), \quad (29.34)$$

čia  $\varphi_0$  – kampas tarp magnetinės indukcijos vektoriaus  $\vec{B}$  ir normalės į rėmelio plotą  $\vec{n}$  pradinio laiko momentu.

Pagal Faradėjaus ir Lenco dėsnį (28.1 poskyris) kontūre indukuojama elektrovara

$$\mathcal{E}_{ind} = -\frac{d\Phi_m}{dt} = BS\omega \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (29.35)$$

Ši cikliniu dažniu  $\omega$  harmoningai kintanti elektrovara uždaražame kontūre sukuria kintamąją srovę. Pramonėje naudojamuose elektros srovės generatoriuose magnetiniame lauke sukamas daugelio rėmelių (apvijų) rotorius.

Realios kintamosios srovės grandinės turi aktyviąją, induktyviąją ir talpinę varžas.

29.3 poskyryje išnagrinėti nusistovėję priverstiniai elektromagnetiniai virpesiai iš esmės yra grandinėje (kontūre) tekanti kintamoji srovė. Ji nusakoma tomis pačiomis formulėmis, jai galima taikyti Omo dėsnį ir Kirchhofo taisykles, nes kintamoji elektros srovė atitinka kvazistacionarumo sąlygą (žr. 29.1 poskyrį).

Čia aptarsime vadinamųjų *vektorinių diagramų*<sup>1</sup> metodą kintamosios srovės grandinės parametrų aprašyti. Metodas remiasi tuo, kad vektoriui besisukant kampiniu greičiu  $\omega$  apie savo pradžią, sutampančią su Dekarto koordinačių pradžia, vektorių projekcijų į ašis ilgiai kinta harmoningai (jei  $\varphi = (\omega t + \varphi_0)$  yra kampas tarp vektoriaus ir  $x$  ašies, projekcija į  $x$  ašį kinta pagal kosinuso, o projekcija į  $y$  ašį – pagal sinuso dėsnį).

(29.25) lygtis nusako įtampos kritimo aktyviojoje varžoje  $U_R$ , ritės saviindukcijos elektrovaros  $\mathcal{E}_s$ , kondensatoriaus elektrodų potencialų skirtumo  $U_C$  ir priverstinės elektrovaros  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$  sąsąją kintamosios srovės grandinėje. Išnagrinėkime šiuos dydžius atitinkančių vektorių kryptis elektrovaros vektoriaus atžvilgiu. Pastarasis nukreiptas pagal  $x$  ašį, nes  $\mathcal{E}$  pradinė fazė  $\varphi_0 = 0$ .

Iš (29.26) ir (29.27) gauname:

$$q = q_0 \cos(\omega t + \varphi_0) = \frac{I_0}{\omega} \cos(\omega t + \varphi_0) = -\frac{I_0}{\omega} \sin\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right). \quad (29.36)$$

(29.36) diferencijuojame:

$$I = \frac{dq}{dt} = -I_0 \cos\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right) = -I_0 \sin(\omega t + \varphi_0). \quad (29.37)$$

(29.37) diferencijuojame:

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -I_0 \omega \cos(\omega t + \varphi_0) = -I_0 \omega \sin\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right). \quad (29.38)$$

(29.36)–(29.38) įrašome į (29.25) ir pakeičiame lygties narių ženklus priešingais:

$$-I_0 L \omega \sin\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right) - I_0 R \sin(\omega t + \varphi_0) - \frac{I_0}{\omega C} \sin\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right) = -\mathcal{E}_0 \sin \omega t. \quad (29.39)$$

Lygtį (29.39) rašome tokia forma:

$$\mathcal{E}_s - IR + U_C = -\mathcal{E}. \quad (29.40)$$

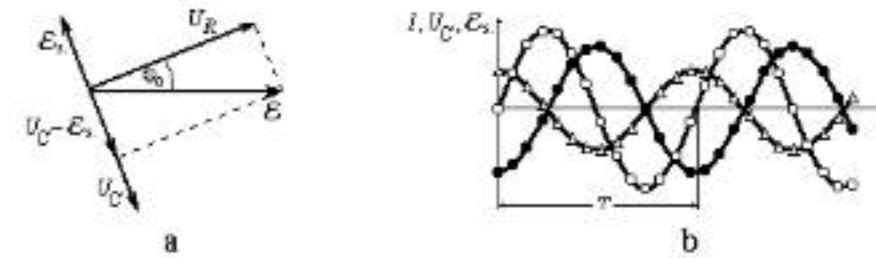
<sup>1</sup> Metodo pavadinimas nėra matematiškai tikslus, nes diagramose vaizduojami „vektoriai“ sukami nekinta, iš tikrųjų tai tėra rodyklės, tačiau čia taikysime tradicinį pavadinimą.

Sugretinę (29.39) ir (29.40) darome šias išvadas:

1) įtampos kritimą aktyviojoje varžoje  $U_R = IR = I_0 R \sin(\omega t + \varphi_0)$  rodantis vektorius sudaro kampą  $\varphi_0$  su priverstinės elektrovaros  $\mathcal{E} = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$  vektoriumi;

2) ritės saviindukcijos elektrovaros  $\mathcal{E}_s = -I_0 L \omega \sin\left(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2}\right)$  vektorius sudaro kampą  $\frac{\pi}{2}$  su įtampos kritimo aktyviojoje varžoje vektoriumi,  $\mathcal{E}_s$  fazė pralenkia srovės  $I$  fazę dydžiu  $\frac{\pi}{2}$ ;

3) kondensatoriaus elektrodų potencialų skirtumo  $U_C = -\frac{I_0}{\omega C} \sin\left(\omega t + \varphi_0 - \frac{\pi}{2}\right)$  vektorius sudaro kampą  $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$  su įtampos kritimo aktyviojoje varžoje vektoriumi ir yra priešingas ritės saviindukcijos elektrovaros vektoriui,  $U_C$  fazė atsilieka nuo srovės  $I$  fazės dydžiu  $\frac{\pi}{2}$ .



262 pav. Kintamosios srovės grandinė: a – vektorinė diagrama; b – srovės stiprio  $I$  (○), kondensatoriaus elektrodų potencialų skirtumo  $U_C$  (●), saviindukcijos elektrovaros  $\mathcal{E}_s$  (▲) kitimas laiku bėgant

Visų vektorių išsidėstymas pavaizduotas 262 pav., a. Jame taip pat matome, kad priverstinės elektrovaros vektorius  $\mathcal{E}$  lygus  $\mathcal{E}_s$ ,  $U_C$  ir  $U_R$  vektorių sumai. Visus vektorius padalijus iš  $I_0$ , pagal Pitagoro teoremą gaunama *impedanso* išraiška  $Z = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2}$ .

Kampas tarp  $\mathcal{E}_s$  ir  $U_C$  vektorių lygus  $180^\circ$ , tad  $\mathcal{E}_s = -I_0 L \omega \sin(\omega t + \varphi_0) = \frac{I_0}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi_0 - 180^\circ)$ , iš čia lengvai gaunamos (29.32) ir (29.33) formulės.

262 pav., b, vaizduojamas srovės stiprio  $I$ , kondensatoriaus elektrodų potencialų skirtumo  $U_C$  ir ritės saviindukcijos elektrovaros  $\mathcal{E}_s$  kitimas grandinėje, kai  $\varphi_0 = 0$ .

Kintamosios srovės *efektinė vertė*  $I_{ef}$  vadinamas tokios nuolatinės srovės stipris, kuri aktyviojoje varžoje išskiria tiek pat Džaulio ir Lenco šilumos (žr. 25.4 poskyrį), kiek kintamoji (analogiškai apibrėžiamos įtampos ir elektrovaros efektinės vertės). Matematiškai efektinė srovės vertė lygi srovės stiprio per periodą  $T$  vidutinei kvadratinei reikšmei:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T I^2 dt}. \quad (29.41)$$

Į (29.41) įrašome kintamosios srovės reikšmę  $I = I_0 \sin \omega t$  ir integruojame:

$$I_{ef} = \sqrt{\frac{I_0^2}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t dt} = I_0 \sqrt{\frac{1}{2T} \int_0^T \left(1 - \cos \frac{4\pi}{T} t\right) dt} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}. \quad (29.42)$$

Atitinkamai

$$U_{ef} = \frac{U_0}{\sqrt{2}} \quad (29.43)$$

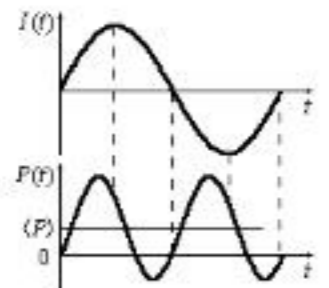
Raskime kintamosios srovės galią. Harmoningai kintančios srovės momentinė galia:

$$P(t) = I \mathcal{E} = I_0 \mathcal{E}_0 \cos(\omega t + \varphi) \cos \omega t, \quad (29.44)$$

čia  $\varphi$  – srovės  $I$  ir elektrovaros  $\mathcal{E}$  fazių skirtumas.

Pagal formulę  $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$  pertvarkome (29.44) lygtį:

$$P(t) = \frac{1}{2} I_0 \mathcal{E}_0 \cos(2\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} I_0 \mathcal{E}_0 \cos \varphi. \quad (29.45)$$



Momentinė galia  $P(t)$  harmoningai kinta  $2\omega$  dažniu, t. y. du kartus per periodą pasiekia maksimumą (263 pav.).

Vidutinę galią randame pagal periodinės funkcijos vidurkio formulę  $\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt$ :

$$\langle P \rangle = \frac{1}{2} I_0 \mathcal{E}_0 \cos \varphi = I_{ef} \mathcal{E}_{ef} \cos \varphi. \quad (29.46)$$

263 pav. Srovės stiprio  $I(t)$  ir galios  $P(t)$  kitimas kintamosios srovės grandinėje

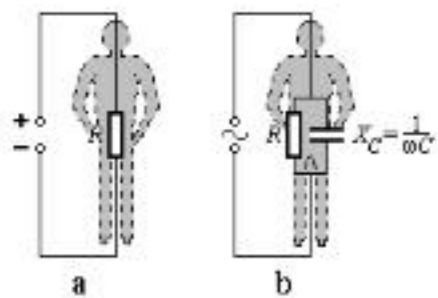
Taigi kintamosios srovės grandinėje išskiriama galia priklauso nuo srovės ir elektrovaros fazių skirtumo. Elektrotechnikoje stengiamasi pasiekti kuo didesnę

$\cos \varphi$  reikšmę, kad reikiamai galiai gauti netektų naudoti labai didelio stiprio srovės  $I_{ef}$ . Taip yra išvengiama didesnių energijos nuostolių dėl Džaulio ir Lenco šilumos išsiskyrimo. Paprastai pramonėje  $\cos \varphi < 0,85$ .

Kintamosios srovės aktyviojoje varžoje per laiką  $t$  išskiriamas šilumos kiekis –

$$Q = I_{ef}^2 R t. \quad (29.46 a)$$

Nuolatinės srovės poveikis žmogaus organizmui buvo aptartas 25.16 poskyryje. Ten pat pateiktas grafikas (209 pav.), iš kurio aišku, kad didžiausioji leidžiamoji kintamosios įtampos veikimo trukmė yra mažesnė už nuolatinės įtampos veikimo trukmę, nes kintamosios srovės poveikis, jei  $U < 500$  V, žmogui yra žalingesnis. Taip atsitinka todėl, kad sąlygiškai kintamosios srovės atžvilgiu žmogaus kūnas yra lygiagrečiai sujungtų aktyviosios varžos  $R$  ir kondensatoriaus, kurio talpinė varža  $X_C = \frac{1}{\omega C}$ , grandinė. Nuolatinė srovė teka tik per aktyviąją varžą  $R$ , o kintamoji srovė – per mažesnę pilnutinę varžą  $Z = \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}$



264 pav. Žmogaus varža esant nuolatiniai (a) ir kintamajai (b) įtampai

(264 pav.), todėl esant tai pačiai efekčiai įtampos vertei antruoju atveju srovės stipris, kartu ir poveikis organizmui, yra didesnis. Be to, mažo dažnio kintamoji elektros srovė, kurios efektyvioji stiprio vertė lygi

nuolatinės srovės stipriui, yra pavojingesnė už nuolatinę (žr. 25.6 lentelę). Labai didelio dažnio kintamoji elektros srovė yra daug mažiau pavojinga dėl paviršiaus efekto (žr. 28.5 poskyrį). 220 V įtampos sukeltos nuolatinės ir 50 Hz kintamosios srovės poveikis žmogui nusakomas 29.1 lentelėje.

29.1 lentelė

Srovės stipris I (mA)	220 V įtampos sukeltos srovės poveikis žmogui (srovė teka tarp rankos ir kojos)	
	Nuolatinė srovė	Kintamoji srovė, $\nu = 50$ Hz
0,6–1,5	jokių pojūčių nėra	silpnas pirštu dilginimas, drebinimas
2,0–2,5	jokių pojūčių nėra	skausmingų pojūčių pradžia
5,0–7,0	išilimo jausmas, niežėjimas	rankų traukulių pradžia
8,0–10,0	stiprėja išilimo jausmas	stipriūs rankų traukuliai
20,0–25,0	rankų traukuliai, sunku kvėpuoti	stipriūs rankų traukuliai, dėl kurių neįmanoma paleisti elektrodo, sunku kvėpuoti
50,0–80,0	rankų traukuliai, sunku kvėpuoti	kvėpavimo sutrikimas
90,0–100,0	ilgai tekant srovei įvyksta kvėpavimo paralyžius	po 2–3 sekundžių prasideda mirtinai pavojinga širdies fibriliacija, kvėpavimo sutrikimas
300,0	po 2–3 sekundžių prasideda širdies fibriliacija, kvėpavimo paralyžius	tas pats per trumpesnį laiką

29.3 p a v y z d y s. Laikykime, kad žmogaus aktyvioji varža tarp rankų  $R = 15$  k $\Omega$ , o elektrinė talpa  $C = 0,25$   $\mu$ F. Raskime, kokia nuolatinė srovė tekės kūnu, jei įtampa tarp rankų lygi 120 V. Koks būtų kintamosios srovės stipris, jei įtampos efektyvi vertė  $U_{ef} = 120$  V, jos ciklinis dažnis  $\omega = 314$  s $^{-1}$ .

Duota:  $R = 1,5 \times 10^4 \Omega$ ,  $U = 120$  V,  $C = 2,5 \times 10^{-7}$  F,  $U_{ef} = 120$  V,  $\omega = 314$  s $^{-1}$ .

Rasti:  $I$ ,  $I_{ef}$ .

Sprendimas. Nuolatinės srovės stiprį randame pagal Omo dėsnį grandinės daliai:

$$I = \frac{U}{R} = 8 \text{ (mA)}. \quad (a)$$

Pilnutinė kūno varža tekant kintamajai srovei

$$Z = \frac{R}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}}, \quad (b)$$

o kintamosios srovės efektyvi vertė

$$I_{ef} = \frac{U_{ef}}{Z} = \frac{U_{ef} \sqrt{1 + (\omega RC)^2}}{R} = 13 \text{ (mA)}. \quad (c)$$

Taigi tekant nuolatiniai srovei žmogus jaustų stiprėjantį išilimą ir niežėjimą, o tekant kintamajai srovei dėl rankų traukulių negalėtų atsijungti nuo grandinės (žr. 25.6 lentelę).

29.5. • Maksvelo lygtys

Apibendrinę elektromagnetinės indukcijos dėsnį (28.1 poskyris), Gauso teoremas elektrostatinio (24.5 poskyris) bei magnetinio (26.9 poskyris) laukų atvejais ir pilnutinės srovės dėsnį (26.8 poskyris), Maksvelas sukūrė klasikinę makroskopinę elektromagnetinio lauko teoriją. Jos pagrindą sudaro keturios Maksvelo lygtys, siejančios elektrinio ir magnetinio laukų charakteristikas tarpusavyje ir su šių laukų šaltiniais, t. y. erdvėje pasiskirsčiusiais krūviais ir elektros srovėmis. Čia išnagrinėsime Maksvelo lygčių integralinę formą.

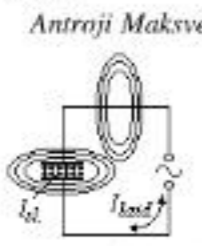
Pirmoji Maksvelo lygtis<sup>1</sup> apibendrina elektromagnetinės indukcijos dėsnį taikant jį ir laidžiamam, ir bet kokiam elektromagnetiniam lauke menamai pasirinktam kontūriui:

$$\oint_{(L)} (\vec{E} d\vec{l}) = - \frac{\partial \Phi_m}{\partial t}, \quad (29.47)$$

t. y. **elektrinio lauko stiprio vektoriaus cirkuliacija bet koku uždaruju kontūru  $\mathcal{L}$  lygi magnetinio srauto pro kontūro ribojamą plotą išvestinei pagal laiką.**

<sup>1</sup> Maksvelo lygčių eiliskumas nėra griežtai reglamentuotas, kaip, pavyzdžiui, Niutono dėsnų. Skirtingi autoriai pateikia lygtis skirtingu tvarka, nes esminiu dalyku laikytina keturių lygčių visuma.

Fiziškai tai reiškia, kad kintantis magnetinis laukas sukuria erdvėje indukuotąjį sukurinį elektrinį lauką. Šis elektrinis laukas skiriasi nuo elektrostatinio tuo, kad jo jėgų linijos yra uždarnosios. Toks laukas, pavyzdžiui, yra taikomas elektronams greitinti indukcinio tipo greitintuve – betatrone.



265 pav. Laidumo ir slinkties srovės

**Antroji Maksvelo lygtis** apibendrina ir papildo pilnutinės srovės dėsnį. Nuolatinė srovė neteka grandine, kurioje yra kondensatorius, o kintamoji – teka (265 pav.). Taip yra todėl, kad kondensatoriuje sukuriama *slinkties srovė* vadinamas kintamasis elektrinis laukas, kuris „uždarą“ laidumo srovę grandinėje.

*Slinkties srovės tankis*

$$\vec{j}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (29.48)$$

čia  $\vec{D}$  – elektrinė slinktis (žr. 24.5 poskyrį).  
Pagal srovės stiprio ir srovės tankio sąsają (25.4) slinkties srovė pro plotą  $S$  –

$$I_{d.} = \int_{(S)} (\vec{j}_d d\vec{S}) = \int_{(S)} \left( \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S} \right) = \frac{\partial \Phi_D}{\partial t}, \quad (29.49)$$

čia  $\Phi_D = \int_{(S)} (\vec{D} d\vec{S})$  – elektrinės slinkties srautas pro baigtinį plotą  $S$ .

Taikant (27.16) ir (27.28) formules, pilnutinės srovės dėsnis (26.47) išreiškiamas taip:

$$\oint_{(L)} (\vec{H} d\vec{l}) = \sum_{i=1}^N I_i, \quad (29.50)$$

Šios lygties dešiniąją dalį papildęs slinkties srove, Maksvelas gavo pilnutinės srovės dėsnio išraišką, kuri vadinama *antrąja Maksvelo lygtimi*:

$$\oint_{(L)} (\vec{H} d\vec{l}) = I_{kon.} + \frac{\partial \Phi_D}{\partial t}, \quad (29.51)$$

čia  $I_{kon.} = \sum_{i=1}^N I_i$  ir  $I_{d.} = \frac{\partial \Phi_D}{\partial t}$  – kontūro  $L$  aprėpiamų laidumo ir slinkties srovių sumos.

Taigi *magnetinio lauko stiprio vektoriaus cirkuliacija uždaruojų kontūru  $L$  yra lygi laidumo ir slinkties srovių, kurias aprėpia šis kontūras, algebrinei sumai*.

Matome, kad magnetinį lauką sukuria ne tik laidumo srovė, bet ir kintamasis elektrinis laukas. 265 pav. pavaizduotos laidumo bei slinkties srovės ir jų kuriamų magnetinių laukų jėgų linijos.

*Trečioji Maksvelo lygtis* yra Gauso teorema, pritaikyta ne tik stacionariajam, bet ir kintamajam elektriniam laukui:

$$\oint_{(S)} (\vec{D} d\vec{S}) = \sum_{i=1}^N q_i, \quad (29.52)$$

t. y. *elektrinio lauko slinkties srautas pro uždarąjį paviršių lygus paviršiaus gaubiamų laisvųjų elektros krūvių algebrinei sumai*.

*Ketvirtoji Maksvelo lygtis* yra magnetiniam laukui taikoma Gauso teorema (žr. 26.9 poskyrį):

$$\oint_{(S)} (\vec{B} d\vec{S}) = 0, \quad (29.53)$$

t. y. *magnetinės indukcijos vektoriaus srautas pro bet kokį uždarąjį paviršių lygus nuliui*.

Teorema išreiškia sukurinį magnetinio lauko pobūdį, tai, kad „magnetiniai krūviai“ neegzistuoja.

Surašykime Maksvelo lygtis į vieną sistemą:

$$\left. \begin{aligned} \oint_{(L)} (\vec{E} d\vec{l}) &= -\frac{\partial \Phi_m}{\partial t}, \\ \oint_{(L)} (\vec{H} d\vec{l}) &= I_{kon.} + \frac{\partial \Phi_D}{\partial t}, \\ \oint_{(S)} (\vec{D} d\vec{S}) &= \sum_{i=1}^N q_i, \text{ laisv.}, \\ \oint_{(S)} (\vec{B} d\vec{S}) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (29.54)$$

Keturių Maksvelo lygčių sistema turi būti papildyta elektrinio ir magnetinio laukų charakteristikų sąsajomis, kurios galioja izotropinėms neferoelektrinėms (žr. 24.9 poskyrį) ir neferomagnetinėms (žr. 27.5 poskyrį) terpėms:  $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$ ,  $\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$ .

29.6. Elektromagnetinės bangos, jų lygtys ir parametrai

Maksvelo lygtys matematiškai pagrindžia elektromagnetinio lauko, t. y. neatsiejamų kintamųjų sukurinių elektrinio ir magnetinio laukų, egzistavimą. Šis laukas plinta erdvėje *elektromagnetinių bangų* pavidalu. Šio lauko vienalytėje izotropinėje terpėje toli nuo elektromagnetinio lauko šaltinių (elektros krūvių ir srovių) stiprio vektoriai  $\vec{E}$  ir  $\vec{H}$  atitinka bangos lygtį<sup>1</sup> (žr. 14.3 poskyrį):

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}, \quad (29.55)$$

$$\Delta \vec{H} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2}, \quad (29.56)$$

čia  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – Laplaso operatorius,  $v$  – bangos *fazinis greitis*.

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{\sqrt{\epsilon \mu}} = \frac{c}{n_a}, \quad (29.57)$$

čia  $\epsilon$  ir  $\mu$  – terpės santykinės dielektrinė ir magnetinė skvarbos,  $\epsilon_0$  ir  $\mu_0$  – elektrinė ir magnetinė pastoviosios,  $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$  – elektromagnetinių bangų greitis vakuume. Dydis  $n_a = \sqrt{\epsilon \mu}$  vadinamas terpės *absoliučiuoju lūžio rodikliu* (žr. 30.1 poskyrį).

Taigi elektromagnetinės bangos greičiai vakuume ir terpėje susiję taip:

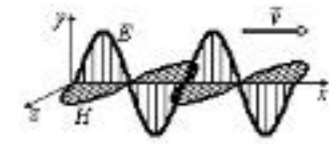
$$v = \frac{c}{n_a}, \quad (29.58)$$

Elektromagnetinės bangos yra skersinės, vektoriai  $\vec{E}$  ir  $\vec{H}$  svyruoja tarpusavyje statmenose plokštumose, pati banga sklinda greičiu  $\vec{v}$  statmenai vektoriams  $\vec{E}$  ir  $\vec{H}$ . Vektoriai  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  ir  $\vec{v}$  sudaro dešininę sistemą (žr. 6.1 poskyrį). Elektrinio ir magnetinio laukų stiprių vektoriai  $\vec{E}$  ir  $\vec{H}$  svyruoja vienodose fazėse. Momentinės šių vektorių modulių reikšmės siejasi taip:

$$\sqrt{\epsilon \epsilon_0} E = \sqrt{\mu \mu_0} H. \quad (29.59)$$

<sup>1</sup> Elektromagnetinės bangos nusakančios lygtys ir bangų parametrų pavadinimai yra tokie patys kaip ir mechaninių bangų (žr. 14.2 skyrių).

Jeigu vektorių  $\vec{E}$  ir  $\vec{H}$  svyravimo plokštumų padėtys erdvėje nekinta, banga vadinama *plokščiai* (arba *tiesiai*) *poliarizuota*. Plokščiai poliarizuotos elektromagnetinės bangos akimirkinis vaizdas pateiktas 266 pav. Tokios bangos  $\vec{E}$  ir  $\vec{H}$  vektorių moduliai kinta atitinkamai y ir z kryptimis, o vektorių modulių lygtys gaunamos iš (29.55) ir (29.56):



266 pav. Plokščiai poliarizuota elektromagnetinė banga

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}, \quad (29.60)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2}. \quad (29.61)$$

Vieni iš (29.60) ir (29.61) lygčių sprendinių yra *plokščiai poliarizuotos monochromatinės elektromagnetinės bangos lygtys*:

$$E_y = E_0 \sin(\omega t - kx + \phi_0), \quad (29.62)$$

$$H_z = H_0 \sin(\omega t - kx + \phi_0), \quad (29.63)$$

čia  $E_0$  ir  $H_0$  – bangos elektrinio ir magnetinio laukų stiprių amplitudės,  $\omega$  – bangos *ciklinis dažnis*,  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$  – *bangos skaičius* ( $\lambda$  – *bangos ilgis*),  $\phi_0$  –  $\vec{E}$  ir  $\vec{H}$  vektorių svyravimų *pradinės fazės taške*  $x = 0$ .

Elektromagnetinių bangų *dažnis*  $\nu = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$  ( $T$  – *bangos periodas*), jų greitis terpėje –

$$\nu = \lambda \nu. \quad (29.64)$$

Pastoviojo dažnio elektromagnetinės bangos vadinamos *monochromatinėmis* (vienspalvėmis).

Terpėje ir vakuume elektromagnetinės bangos dažnis yra tas pats, vadinasi, terpėje bangos ilgis sumažėja  $n_a$  kartų ( $n_a$  – terpės absoliutusias lūžio rodiklis).

### 29.7. Elektromagnetinių bangų energija

Elektromagnetinės bangos perneša energiją. Jos tankis  $w$ ... yra lygus elektrinio lauko energijos tankio  $w_e$  (24.43) ir magnetinio lauko energijos tankio  $w_m$  (28.24) sumai:

$$w = w_e + w_m = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2 + \mu\mu_0 H^2}{2}. \quad (29.65)$$

Atsižvelgę į (29.59), darome išvadą, kad bet kuriuo laiko momentu elektrinio ir magnetinio laukų energijos tankiai yra vienodi ir lygūs, o jų suma –

$$w = 2w_e = 2w_m = \epsilon\epsilon_0 E^2 = \mu\mu_0 H^2 = \sqrt{\epsilon_0\mu_0} \sqrt{\epsilon\mu} EH. \quad (29.66)$$

Elektromagnetinės bangos energijos srauto tankį  $P$ , kaip ir akustinės (žr. 15.4 poskyrį), galime išreikšti energijos tankiu ir bangos greičiu:

$$P = wv. \quad (29.67)$$

Į (29.67) įrašę dydžių išraiškas iš (29.57) ir (29.66), gauname *elektromagnetinės bangos energijos srauto tankio* modulį:

$$P = wv = EH. \quad (29.68)$$

Kadangi  $\vec{E} \perp \vec{H}$ , vektorinė šios lygties forma:

$$\vec{P} = [\vec{E} \vec{H}]. \quad (29.69)$$

Dydis  $\vec{P}$  vadinamas *Pointingo vektoriumi*. Jo kryptis rodo elektromagnetinės bangos energijos pernašos (t. y. bangos sklidimo) kryptį, o vidutinės reikšmės modulis lygus energijai, kurią

perneša elektromagnetinė banga pro greičiui statmeno ploto vienetą per laiko vienetą, t. y. *bangos energijos srauto tankiui*, arba *bangos intensyvumui*:

$$I_b = \langle P \rangle = \frac{E}{St} = \langle w \rangle v. \quad (29.70)$$

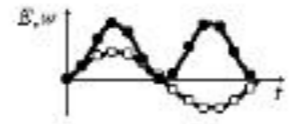
Pointingo vektoriaus SI matavimo vienetas:  $[P] = [I_b] = \frac{W}{m^2}$ .

Pagal (29.59) (29.68) ir (29.70) elektromagnetinės bangos intensyvumą galima išreikšti bangos elektrinio lauko stiprio vektoriaus modulių:

$$I_b = \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} E^2. \quad (29.71)$$

29.4 p a v y z d y s. Raskime elektromagnetinės bangos energijos tankio ir Pointingo vektoriaus modulio priklausomybes nuo laiko per vieną periodą.

*Sprendimas.* (29.66) lygtis nusako elektromagnetinės bangos energijos tankį, o (29.68) – Pointingo vektoriaus modulį, suvidurkintus per laiką  $t \gg T$  ( $T$  – bangos periodas). Šių dydžių priklausomybei nuo laiko gauti į (29.66) ir (29.68) lygtis turime įrašyti elektrinio ir magnetinio laukų stiprių modulių reikšmes  $E = E_0 \sin \omega t$  ir  $H = H_0 \sin \omega t$ .



267 pav. Elektromagnetinės bangos elektrinio lauko stiprio (o) ir energijos tankio (•) reikšmių kitimas

Elektromagnetinės bangos energijos tankis

$$w(t) = \sqrt{\epsilon_0\mu_0} \sqrt{\epsilon\mu} E_0 H_0 \sin^2 \omega t. \quad (a)$$

Pointingo vektoriaus modulį gauname padauginę energijos tankį iš bangos sklidimo greičio  $v$ :

$$P(t) = v \sqrt{\epsilon_0\mu_0} \sqrt{\epsilon\mu} E_0 H_0 \sin^2 \omega t. \quad (b)$$

Elektromagnetinės bangos elektrinio lauko stiprio ir energijos tankio reikšmių kitimas per vieną periodą pavaizduoti 267 pav.

29.5 p a v y z d y s. Raskime elektromagnetinės bangos Pointingo vektoriaus modulio vidutinę per periodą reikšmę, laikydami, kad elektromagnetinė banga sklinda vakuume ( $\epsilon = 1, \mu = 1, v = c$ ). Ieškomą dydį išreikškime elektrinio ir magnetinio laukų stiprių amplitudėmis  $E_0$  ir  $H_0$ .

*Sprendimas.* Parašykime 29.4 pavyzdžio (b) lygtį, jei banga sklinda vakuume, atsižvelgę į (29.57):

$$P(t) = E_0 H_0 \sin^2 \omega t. \quad (a)$$

Vadinasi, vidutinė per periodą  $T$  Pointingo vektoriaus modulio reikšmė –

$$\langle P(t) \rangle = E_0 H_0 \langle \sin^2 \omega t \rangle. \quad (b)$$

Randame funkcijos  $\sin^2 \omega t$  vidutinę per periodą  $T$  reikšmę:

$$\langle \sin^2 \omega t \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2 \omega t \, dt = \frac{1}{T} \left( \frac{1}{2} t - \frac{1}{4\omega} \sin 2\omega t \right) \Big|_0^T = \frac{1}{2}, \quad (c)$$

nes  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , ir  $\sin 4\pi = 0$ .

Taigi iš (a) ir (c):

$$\langle P(t) \rangle = \frac{1}{2} E_0 H_0. \quad (d)$$

Remdamiesi (29.70), elektromagnetinės bangos intensyvumą išreiškiame bangos elektrinio ir magnetinio laukų stiprių amplitudėmis:

$$I_b = \frac{1}{2} E_0 H_0. \quad (e)$$

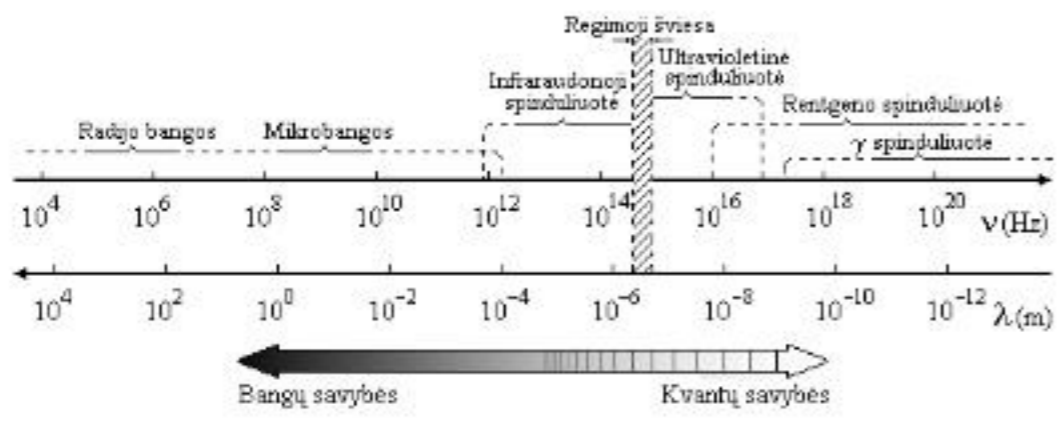
29.8. Elektromagnetinių bangų spektras

Elektromagnetinių bangų dažnis  $\nu$  teoriškai gali kisti nuo 0 iki  $\infty$ . Nuo dažnio (arba nuo bangų ilgio vakuume  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ ) priklauso bangų savybės, jų generavimo ir registravimo būdai. 29.2 lentelėje nurodyti sąlygiški diapazonų rėžiai ir išvardyti kai kurie spinduliuočių šaltiniai. Pažymėtina, kad gretimoms spektro srityms iš dalies dengia viena kita. Pavyzdžiui, bangos ilgi  $\lambda = 10^{-4}$  m galima generuoti radiotechnikos būdais, taip pat jį spinduliuoja ir įšilę kūnai.

29.2 lentelė

Elektromagnetinių bangų diapazonas	Bangos ilgis $\lambda$ (m)	Bangos dažnis $\nu$ (Hz)	Spinduliuotės šaltinių pavyzdžiai
Radio bangos (su mikrobangų sritimi)	$10^1 \div 10^4$	$3 \times 10^3 \div 3 \times 10^{12}$	radiotechniniai įrenginiai, Saulė, tarpžvaigždinė medžiaga
Infraraudonoji spinduliuotė	$5 \times 10^{-4} \div 7,7 \times 10^{-1}$	$6 \times 10^{11} \div 3,9 \times 10^{14}$	įšilę kūnai
Regimoji šviesa	$7,7 \times 10^{-7} \div 3,8 \times 10^{-7}$	$3,9 \times 10^{14} \div 7,9 \times 10^{14}$	Saulė, lempos, lazeriai
Ultravioletinė spinduliuotė	$3,8 \times 10^{-7} \div 10^{-8}$	$7,9 \times 10^{14} \div 3 \times 10^{17}$	Saulė, žvaigždės, elektros išlydžiai, lazeriai
Rentgeno spinduliuotė	$10^{-8} \div 10^{-12}$	$3 \times 10^{17} \div 3 \times 10^{20}$	Rentgeno vamzdis, sinchrotronai (cikliniai elektronų greitintuvai), Saulė, žvaigždės
$\gamma$ spinduliuotė	$< 10^{-10}$	$> 3 \times 10^{18}$	atomų branduoliai

Elektromagnetinių bangų spektras pagal dažnius bei bangų ilgius logaritminėje skalėje ir spektro diapazonų pavadinimai pateikiami 268 pav.



268 pav. Elektromagnetinių bangų spektras

Elektromagnetinių bangų energija didėja didėjant jų dažniui (mažėjant bangos ilgiui). Ilgooms elektromagnetinėms bangoms būdingesnės banginės savybės, o bangos ilgiams mažėjant vis labiau pasireiškia spinduliuotės kvantinės savybės (žr. 36.5 poskyrį).

29.9. Elektromagnetinių bangų ekologinio poveikio pavyzdžiai

Elektromagnetinių bangų (EMB) biologinis poveikis priklauso nuo bangų dažnio ir intensyvumo. Čia aptarsime kai kuriuos nejonizuojančiosios ( $\lambda > 10^{-8}$  m) elektromagnetinės spinduliuotės poveikio žmogaus organizmui aspektus. Apie jonizuojančiąją ( $\lambda < 10^{-8}$  m) spinduliuotę kalbama 41.12 ir 44.16 poskyriuose.

[ Žmogaus audinius prasiskverbianti bangos amplitudė mažėja eksponentiškai:

$$E(\lambda, \delta) = E_0 e^{-k \cdot \delta \lambda}, \quad (29.72)$$

čia  $E(\lambda, \delta)$  – amplitudė gylyje  $\delta$ ,  $E_0$  – pradinė EMB amplitudė,  $k$  – nuo bangos ilgio  $\lambda$  priklausantis EMB sugerties koeficientas.

Prasiskverbimo gylyje  $\delta_{0,e}$  EMB amplitudė sumažėja  $e = 2,72$  karto. Bangos ilgiui mažėjant  $\delta_{0,e}$  greitai mažėja. Tokia  $\delta_{0,e}$  priklausomybė nuo  $\lambda$  išlieka, kol bangos ilgis yra daug didesnis už audinių ląsteles.

Žmogui žalingas yra visų diapazonų EMB poveikis, jei bangų galios tankis viršija keliasdešimt milivatų (mW) į švitinamo paviršiaus  $1 \text{ cm}^2$ .

29.3 lentelė

Buitinis elektrinis įrenginys	Elektrinio lauko stipris $(\text{V/m})$ 30 cm atstumu	Magnetinio lauko indukcija ( $\mu\text{T}$ )		
		už 3 cm	už 30 cm	už 1 m
Saldytuvas	60	–	–	–
Lygintuvas	60	8,0÷30,0	0,12÷0,30	0,100÷0,025
Spalvotas televizorius	30	2,5÷50,0	0,04÷2,00	0,010÷0,150
Dulkių siurblys	16	200÷800	2,0÷20,0	0,13÷2,00
Viryklė	4	6÷200	0,2÷4,2	–
Skalbimo mašina	–	–	0,01÷0,40	–
Liuminescencinė lempa	–	–	0,5÷2,4	–
Mikrobangų krosnelė	–	–	4÷12	–

29.3 lentelėje pateikiami buitinių elektrinių įrenginių skleidžiamų elektromagnetinių bangų elektrinio lauko stipris  $E_0$  ir magnetinė indukcija  $B_0$  (orientaciniai dydžiai). Stiprūs elektromagnetiniai laukai susidaro apie aukštosios įtampos elektros tiekimo linijas, transformatorines, didelio srovės stiprio kontaktines elektros transporto linijas.

Sanitarinės saugos zonos plotis priklauso nuo elektros tiekimo linijos (ETL) įtampos (29.4 lentelė).

29.4 lentelė

ETL įtampa (kV)	20	120	400	735
Zonos plotis (m)	10	20	40	50

Pagal JAV ir Švedijos mokslininkų duomenis, jei žmogų ilgai veikia magnetinis laukas, kurio magnetinė indukcija  $B > 0,1 \mu\text{T}$ , auglių ir leukozijų tikimybė padidėja 24 kartus.

Kartu pažymėtina, kad EMB naudojamos terapijoje – kraujagyslėms praplėsti, sąnarių, ausų, gerklės uždegimams gydyti. Biologinėse sistemose gali vykti dipoliniai virpesiai ( $10^{11} \div 10^{12}$ ) Hz dažniu. Išorinis poveikis padidina šių virpesių energiją. Didelio dažnio EMB taikomos medicinoje augliams naikinti hipertermijos metodu – lokaliau juo auglio šildymu iki 42–45 °C.

Be energinio, egzistuoja informacinis EMB poveikis. Mažo intensyvumo milimetrinių ilgių mikrobangos keičia informacijos perdavimo spartą ir pobūdį organizme ir todėl gali būti taikomos gydymui.

Vanduo yra vienas svarbiausių biologinės sistemos komponentų. Vandens polinės molekulės (žr. 24.3 poskyrį) labai sugeria milimetrines EMB. Pavyzdžiui, 1 mm vandens sluoksnis sumažina 8 mm ilgio bangos intensyvumą  $10^2$  kartų, o 2 mm ilgio bangos –  $10^4$  kartų. Vanduo sudaro apie 65 % žmogaus odos masės, todėl milimetrinės EMB beveik visiškai sugeriamos dešimtųjų milimetro dalių storio odos sluoksnyje, tačiau bangų poveikis nuo receptorių perduodamas nervais visam organizmui ir turi įtakos jo imuniniams procesams.

Iš esmės EMB sąveika su įvairiomis organizmo sistemomis yra sudėtinga, ne visai žinoma ir reikalauja skirtingų mokslo sričių – medicinos, biologijos, fizikos, elektronikos, ekologijos – bendrų pastangų ją tiriant.

Infraraudonosios spinduliuotės žmogus nemato, tačiau gali jausti jos šiluminį poveikį. Medicinoje infraraudonoji spinduliuotė taikoma medžiagų apykaitai audiniuose spartinti, kraujagyslėms plėsti ir kt.

Didžiausią dalį informacijos iš aplinkos gauname regimosios šviesos spektro srityje. Tūkstančiai spalvų ir atspalvių „telpa“ palyginti labai siauruose EMB ilgių rėžiuose. Regimosios spinduliuotės bangų ilgiai – nuo  $3,8 \times 10^{-7}$  m (violetinė spalva) iki  $7,6 \times 10^{-7}$  m (tamsiai raudona spalva). Spinduliuotė, kurios bangos ilgis  $\lambda \approx 7 \times 10^{-7}$  m, ypač svarbi vykstant biologiniams vyksmams – fotosintezei, kurios metu Saulės energija virsta organinių junginių cheminių ryšių energija. Taip prasideda globalinė biologinių medžiagų apykaita. Kasmet dėl fotosintezės Žemėje susidaro per 100 milijardų tonų organinių junginių, sugeriami apie 200 milijardų tonų anglies dvideginio ir išsiskiria apie 145 milijardai tonų deguonies. Saulės skleidžiamos ultravioletinės spinduliuotės (UV) trumpabangę dalį ( $\lambda = (2 \times 10^{-7} + 10^{-9})$  m) sugeria Žemės atmosfera (žr. 36.9 poskyrį). Ilgabangė UV dalis įsigeria į augalų paviršinius sluoksnius, gyvūnų ir žmogaus odą. Nedidelės ultravioletinės spinduliuotės dozės yra naudingos, skatina D grupės vitaminų susidarymą, didina organizmo imunitetą. Būtent ultravioletinė spinduliuotė sukelia žmogaus odos pigmentaciją (įdegimą). Didelės šios spinduliuotės dozės gali pakenkti regėjimui, sukelti genetines pažeidas, nudeginti odą.

Trumpabangė UV dalis kenkia jūros dumbliams, gaminantiems apie pusę Žemės organizmams reikalingo deguonies.

29.6 p a v y z d y s. Tarkime, kad žmogų veikiančios 1 MHz dažnio elektromagnetinės bangos leidžiamasis elektrinio lauko stipris  $E = 50 \frac{V}{m}$ . Raskime šios bangos magnetinio lauko stiprį, didžiausią bangos energijos tankį ir energijos srauto tankį (Pointingo vektoriaus modulį). Laikykime  $\epsilon_{oro} = 1, \mu_{oro} = 1$ .

Duota:  $E = 50 \frac{V}{m}$ .

Rasti:  $H_0, w, P$ .

Sprendimas. Iš (29.59) formulės išreiškiame ir apskaičiuojame magnetinio lauko stiprį:

$$H = \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_0}{\mu\mu_0}} E = 0,13 \left( \frac{A}{m} \right). \quad (a)$$

Pažymėtina, kad 1 MHz dažnio elektromagnetinės bangos leidžiamasis magnetinio lauko stipris  $H = 5 \frac{A}{m}$ .

Energijos tankį randame taikydami (29.66) formulę:

$$w = \epsilon\epsilon_0 E^2 = 2,2 \times 10^{-6} \left( \frac{J}{m^3} \right). \quad (b)$$

Pointingo vektoriaus modulį apskaičiuojame pagal (29.70), laikydami, kad elektromagnetinių bangų greitis ore  $v \cong c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$ :

$$P = wv = wc = 6,6 \left( \frac{W}{m^2} \right). \quad (c)$$

29.7 p a v y z d y s. Prasiskverbimo gylyje  $\delta_{b,e}$  EMB amplitudė sumažėja  $e = 2,72$  karto. Raskime sugerties koeficiento  $k_\lambda$  ir  $\delta_{b,e}$  sąsają.

Sprendimas. Taikome (29.72) lygtį, kai gylis  $\delta_{b,e}$ :

$$\frac{E(\lambda, \delta)}{E_0} = e^{-k_\lambda \delta_{b,e}}, \quad (a)$$

arba

$$e = e^{k_\lambda \delta_{b,e}}. \quad (b)$$

Iš (b) gauname

$$k_\lambda = \frac{1}{\delta_{b,e}}. \quad (c)$$

t. y. sugerties koeficientas  $k_\lambda$  yra atvirkščias audinių sluoksnio storii, kuriame EMB amplitudė sumažėja  $e = 2,72$  karto.

29.8 p a v y z d y s. Nustatyta, kad  $\lambda_1 = 0,1$  m ilgio EMB amplitudė žmogaus minkštuo-siuose audiniuose  $e = 2,72$  karto sumažėja  $\delta_{b,e1} = 0,15$  m audinių sluoksnio storiyje, o  $\lambda_2 = 0,008$  m ilgio –  $\delta_{b,e2} = 3 \times 10^{-4}$  m storiyje. Pagal šiuos duomenis nubrėžkime abiejų bangos ilgių EMB amplitudžių  $E$  ir energijos tankių  $w$  priklausomybes nuo pereinamo audinių sluoksnio storio  $\delta_b$ .

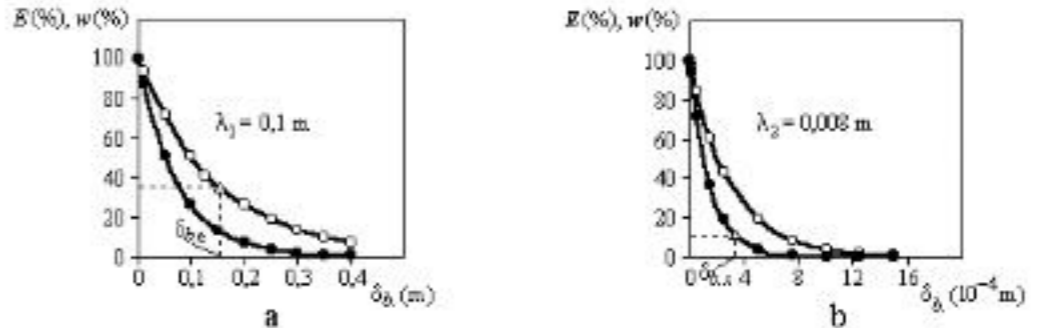
Sprendimas. Iš 29.7 pavyzdžio (a) ir (c) lygčių gauname:

$$\frac{E(\lambda, \delta_b)}{E_0} = e^{-\frac{\delta_b}{\delta_{b,e}}}. \quad (a)$$

I šią lygtį įrašę  $\delta_{b,e1}$  ir  $\delta_{b,e2}$  reikšmes, atitinkančias bangų ilgius  $\lambda_1$  ir  $\lambda_2$ , apskaičiuojame funkcijas  $\frac{E(\lambda_1, \delta_{b,1})}{E_0}$  ir  $\frac{E(\lambda_2, \delta_{b,2})}{E_0}$ .

EMB energijos tankiai proporcingi amplitudžių kvadratams, t. y.

$$\frac{w(\lambda, \delta_b)}{w_0} = e^{-\frac{2\delta_b}{\delta_{b,e}}}. \quad (b)$$



269 pav. Elektromagnetinių bangų amplitudės  $E$  (○) ir energijos tankio  $w$  (●) kitimas bangoms sklindant žmogaus  $\delta_b$  storio audiniuose (a – bangų ilgis 0,1 m, b – bangų ilgis 0,008 m)

Skaičiavimų rezultatai pateikiami 269 pav. grafikuose. Pažymėtina, kad 269 pav., a ir b, grafikų  $\delta_b$  ašių mastelis skiriasi 250 kartų (trumpasias elektromagnetines bangas audiniai su-geria žymiai labiau).

269 pav., a, baltu trikampių pažymėtas taškas, atitinkantis prasiskverbimo gylį  $\delta_{b,e}$ , kuria-me EMB amplitudė sumažėja  $e$  kartų, t. y.  $\frac{E(\lambda, \delta_b)}{E_0} = \frac{1}{e} \approx 37 \%$ .

29.9 p a v y z d y s. Žinome, kad  $\lambda = 0,008$  m ilgio EMB amplitudė sumažėja  $e = 2,72$  karto, kai banga pereina žmogaus audinių sluoksnį  $\delta_{b,e} = 3,0 \times 10^{-4}$  m. Raskime, kokiame audi-nių gylyje EMB energijos tankis sumažėja 10 kartų.

Duota:  $\delta_{b,e} = 3,0 \times 10^{-4}$  m,  $\frac{w(\lambda, \delta_b)}{w_0} = 0,1$ .

Rasti:  $\delta_{b,s}$ .

Sprendimas. Taikome 29.8 pavyzdyje gautą lygtį:

$$\frac{n(\lambda, \delta_{b,s})}{n_0} = e^{-\frac{2\delta_{b,s}}{a_{b,s}}} = 0,1, \quad (a)$$

arba

$$\ln 10 = \frac{2\delta_{b,s}}{a_{b,s}}, \quad (b)$$

Iš čia

$$\delta_{b,s} = \frac{a_{b,s} \ln 10}{2} = 3,4 \times 10^{-4} \text{ (m)}. \quad (c)$$

269 pav., b, baltu trikampių pažymėtas taškas, atitinkantis  $\delta_{b,s} = 3,4 \times 10^{-4} \text{ m}$ , kuriame EMB energijos tankis sumažėja 10 kartų.

## BANGINĖ OPTIKA

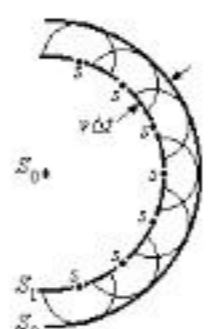
Elektromagnetinių bangų *optiniam diapazonui* priklauso infraraudonoji spinduliuotė, regimoji šviesa, ultravioletinė ir rentgeno spinduliuotės. Neabejotina jų reikšmė gamtoje, technikoje, moksle. Visoms spinduliuotėms būdingos ir bangų, ir kvantų savybės (žr. 268 pav.). Šias savybes nagrinėsime atskirai, visą laiką turėdami mintyje dvilybę spinduliuotės prigimtį.

Toliau banginės optikos skyriuje šviesos lūžimas, atspindys, interferencija, poliarizacija aptariami makroskopiniu požiūriu. Šių reiškinų elektroninis mechanizmas aiškinamas 33 skyriaus įžangoje ir šviesos dispersijos pavyzdžiu (žr. 33.2 poskyrį).

### 30. ŠVIESOS ATSPINDYS IR LŪŽIMAS

#### 30.1. Hiuigenso principas. Šviesos atspindžio ir lūžimo dėsniai

Maksvelo teorija (XIX a. antroji pusė) įrodė, kad šviesa yra elektromagnetinės bangos (žr. 29.6 poskyrį). Tačiau dar XVII amžiaus pabaigoje šviesa buvo laikoma tamprioje terpėje – eteryje – sklindančiomis mechaninėmis bangomis. Pagal *Hiuigenso principą kiekvienas bangos fronto taškas yra antrinių bangų šaltinis; šių bangų gaubiamoji nusako bangos fronto padėtį bet kuriuo laiko momentu*. 270 pav. pavaizduotas sferinės bangos, sklindančios greičiu  $v$  iš šaltinio  $S_0$ , pjūvis ( $S_1$  – bangos fronto padėtis tam tikru laiko momentu,  $s$  – antrinių bangų šaltiniai,  $S_2$  – bangos fronto padėtis praėjus laikui  $\Delta t$ , kai banga nučina kelią  $v\Delta t$ ).



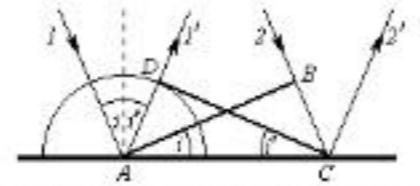
270 pav. Bangos sklindimo aiškinimas Hiuigenso principu

Taikant Hiuigenso principą galima paaiškinti ir mechaninių, ir elektromagnetinių bangų, tarp jų šviesos, atspindžio ir lūžimo dvių skirtingų optinių savybių terpių riboje dėsnius. Pagal *geometrinės optikos* įvaizdžius optiškai vienalytėje terpėje šviesos spinduliai, rodantys energijos pamašos kryptį, yra tiesūs, jiems statmenas šviesos bangos frontas  $AB$  (271 pav.) – plokštuma. Išnagrinėkime dviejų spindulių ( $1$  ir  $2$ ) eigi. Spindulių *kritimo kampas*  $i$ . Kai  $1$  spindulys, t. y. bangos frontas, pasiekia atspindžio tašką  $A$ , iš to taško išspinduliuojamos antrinės bangos. Viena iš jų sklinda toje pačioje terpėje. Kol spindulys  $2$  nučina kelią  $BC$ , pirmojo spindulio antrinės bangos frontas sudaro puslėrę, kurios geometrinis spindulys  $AD = BC$ , nes  $1$  ir  $2$  optinių spindulių greičiai yra lygūs. Atsispindėjusios bangos frontas yra plokštuma, einanti per tašką  $C$  ir liečianti puslėrę. Atsispindėjęs  $1'$  spindulys yra statmenas bangos frontui  $CD$ , *atspindžio kampas*  $i'$ . Dėl trikampių  $ABC$  ir  $ADC$  lygybės  $\angle BAC = \angle ACD$ . Kadangi  $\angle BAC = i$ , o  $\angle ACD = i'$  (kampai su tarpusavyje statmenomis kraštinėmis), gauname *šviesos atspindžio dėsnį: spindulio kritimo kampas  $i$  lygus atspindžio kampui  $i'$* :

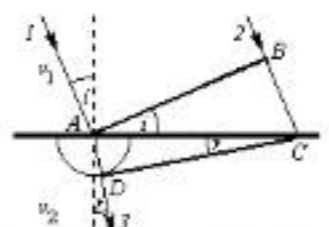
$$i = i'. \quad (30.1)$$

Kritęs ir atsispindėjęs spinduliai yra vienoje plokštumoje su terpių ribos statmeniu, brėžiamu iš atspindžio taško.

Tarkime, šviesa sklinda iš optiškai retesnės terpės, kurioje šviesos greitis  $v_1$ , į optiškai tankesnę, kurioje šviesos greitis  $v_2 < v_1$ . Spindulio kritimo kampas  $i$ . Kai spindulys  $1$  pasiekia tašką  $A$ , iš jo išspinduliuojama antrinė banga (272 pav.). Kol spindulys  $2$  per laiką  $\Delta t = \frac{BC}{v_1}$  pasiekia



271 pav. Hiuigenso principo taikymas šviesos atspindžio dėsniai gauti



272 pav. Hiuigenso principo taikymas šviesos lūžimo dėsniai gauti



tašką  $C$ , į antrąją terpę išspinduliuotos antrinės bangos frontas yra spindulio  $AD = v_2 \Delta t$  pussferės formos. Lūžusios bangos frontas  $CD$  yra plokštuma, einanti per tašką  $C$  ir liečianti šią pussferę. Bangos frontui statmenas spindulys  $3$  rodo lūžusios šviesos sklidimo kryptį. Kampas  $r$  vadinamas *lūžio kampu*. Kadangi  $\angle BAC = i$ , o  $\angle ACD = r$  (kampai su tarpusavyje statmenomis kraštinėmis), stačiakampių trikampių  $ABC$  ir  $ACD$  bendrą įžambinę galima išreikšti kampų  $i$  bei  $r$  sinusais ir atkarpomis  $BC = v_1 \Delta t$  bei  $AD = v_2 \Delta t$ :  $AC = \frac{v_1 \Delta t}{\sin i} = \frac{v_2 \Delta t}{\sin r}$ .

Iš čia gauname *šviesos lūžimo dėsnį: dviejų terpių riboje spindulio kritimo ir lūžimo kampų sinusų santykis yra pastovus dydis, lygus šviesos greičių pirmojoje ir antrojoje terpėje santykiui, ir vadinamas antrosios terpės santykiniu lūžio rodikliu pirmosios terpės atžvilgiu* –

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2} \quad (30.2)$$

Kritęs ir lūžęs spinduliai yra vienoje plokštumoje su terpių ribos statmeniu, nubrėžtu iš lūžio taško.

Jei šviesa sklinda iš vakuumo į terpę, kurioje šviesos greitis lygus  $v$ , iš (30.2) gauname antrosios terpės *absoliutųjį lūžio rodiklį*:

$$n_a = \frac{c}{v} \quad (30.3)$$

čia  $c$  – šviesos greitis vakuumc.

29.6 poskyryje elektromagnetinių bangų absoliutūs lūžio rodiklis jau buvo apibrėžtas. Jo sąsaja su terpės elektrinėmis ir magnetinėmis savybėmis tokia:

$$n_a = \frac{c}{v} = \sqrt{\epsilon \mu} \quad (30.4)$$

čia  $\epsilon$  ir  $\mu$  – terpės santykinės elektrinė ir magnetinė skvarbos.

Optiškai skaidrių terpių  $\mu \approx 1$ , todėl galima laikyti, kad

$$n_a = \sqrt{\epsilon} \quad (30.5)$$

Didesnio lūžio rodiklio terpė vadinama *optiškai tankesne*, mažesnio – *optiškai retesne*.

Optiškai tankesnės medžiagos santykinis lūžio rodiklis optiškai labai retos terpės (pavyzdžiui, oro, kuriame  $v \approx c$ ) atžvilgiu gali būti laikomas lygiu absoliučiajam, t. y.  $n \approx n_a$ . Praktiniais sumetimais žinynuose dažniausiai nurodomi medžiagų santykiniai lūžio rodikliai oro atžvilgiu, kurie labai mažai skiriasi nuo absoliučiajū lūžio rodiklių (žr. 30.1 pavyzdį).

30 lentelėje pateikti kai kurių medžiagų santykiniai oro atžvilgiu ( $n_{a,oro} = 1,000292$ )

30 lentelė

Medžiaga	$n$	Medžiaga	$n$
Akmens druska	1,5443	Kanados balzamas	1,5443
Azotas	1,000297	kvarco stiklas	1,4584
Benzinas	1,38÷1,41	ledas (nuo 0 iki -4 °C)	1,31
Deguonis	1,000272	metanas	1,000441
Deimantas	2,4173	oras	1
Etilo spiritas	1,3617	pleksiglasas	1,491
Gintaras	1,55	stiklas	1,5÷1,9
Islandijos špatas		vandenilis	1,000139
paprastasis spindulys	1,6584	vandens garai	1,000252
nepaprastasis spindulys	1,4864	vanduo	1,3330

lūžio rodikliai (dujų – esant 20 °C temperatūrai ir normaliajam slėgiui<sup>1</sup>, skystųjų ir kietųjų kūnų – esant 20 °C temperatūrai ir šviesos bangos ilgiui<sup>2</sup>  $\lambda = 5,893 \times 10^{-7}$  m).

Iš (30.2) formulės matome: jei antrosios terpės santykinis lūžio rodiklis pirmosios atžvilgiu yra  $n_{21}$ , tai pirmosios terpės santykinis lūžio rodiklis antrosios atžvilgiu –

$$n_{12} = \frac{1}{n_{21}} \quad (30.6)$$

(30.6) lygtis išreiškia *šviesos spindulių apgręžiamumo principą*: jei spindulys sklinda optinėse terpėse keliu  $ABCD\dots$ , tai priešinga kryptimi spindulys sklinda atvirkštiniu keliu  $DCBA$ . Šis principas plačiai taikomas, pavyzdžiui, optinėms sistemoms skaičiuoti ir optiniams atvaizdams tose sistemose gauti.



273 pav. Veidrodinis (a) ir sklaidusis (b) šviesos atspindys

Atspindėjęsios šviesos erdvinis pasiskirstymas priklauso nuo terpių ribos nelygumų. Jei šie nelygumai yra mažesni, palyginti su krintančios šviesos bangos ilgiu, vyksta *veidrodinis atspindys*, jei nelygumai yra bangos ilgio eilės arba didesni (matinis paviršius) – *sklaidusis atspindys*. 273 pav. pavaizduotas taškinio šaltinio  $S$  sklaidžiamos šviesos veidrodinis (a) ir sklaidusis (b) atspindžiai.

30.2. Visiškas vidaus atspindys

Šviesai sklindant iš optiškai tankesnės terpės į optiškai retesnę, kritimo kampo sinusas (kartu ir pats kampas) yra didesnis nei lūžio (274 pav., a). Jei kritimo kampas yra *ribinis*  $i_{rb}$ , šviesa sklinda terpių riba (274 pav., b), jei didesnis nei ribinis – atsispindi atgal į optiškai tankesnę terpę (274 pav., c). Šis reiškinys vadinamas *visiškuoju vidaus atspindžiu*.

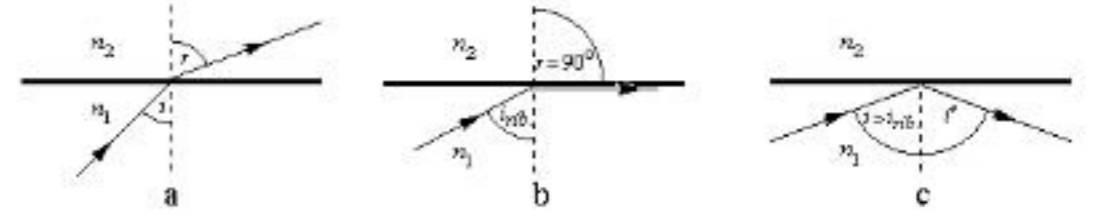
Gaukime ribinio kampo reikšmę. Esant ribiniam kritimo kampui  $i_{rb}$ , lūžio kampas  $r = 90^\circ$ ,  $\sin r = 1$ , todėl

$$\frac{\sin i_{rb}}{\sin 90^\circ} = \sin i_{rb} = n \quad (30.7)$$

arba

$$i_{rb} = \arcsin n \quad (30.8)$$

čia  $n$  – optiškai retesnės terpės santykinis lūžio rodiklis optiškai tankesnės atžvilgiu (esant tokiam spindulių kritimui  $n < 1$ ).



274 pav. Šviesos sklindimas iš optiškai tankesnės terpės į optiškai retesnę (a), ribinis kritimo kampas (b), visiškas vidaus atspindys (c)

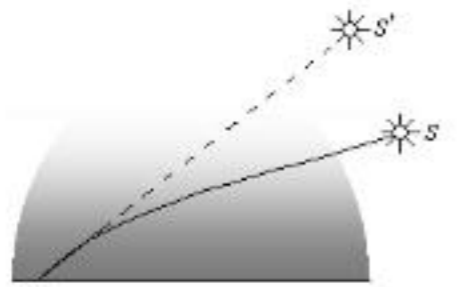
Visiškojo vidaus atspindžio reiškinys plačiai taikomas optiniuose prietaisuose (atspindžio prizmės, skaidulinė optika, šviesolaidžiai).

Šviesos lūžimas vyksta ne tik dviejų terpių riboje, bet ir vienoje nevienodo optinio tankio

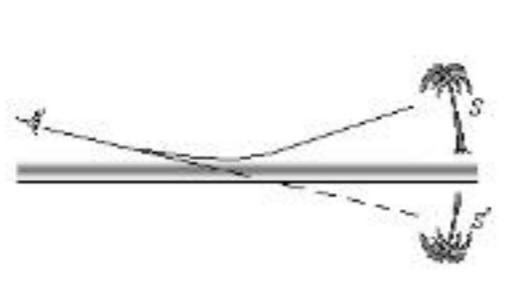
<sup>1</sup> Elektromagnetinių bangų lūžio rodiklis nežymiai priklauso nuo dujų tankio, t. y. nuo jų temperatūros ir slėgio.  
<sup>2</sup> Elektromagnetinių bangų lūžio rodiklis priklauso nuo bangos ilgio (dispersijos reiškinys, žr. 33.1 skyrių).

terpėje. Tipiškas pavyzdys – *astronominės refrakcijos* (lūžimo) reiškinys. Žemės atmosferos optinis tankis mažėja aukščiui didėjant. Todėl atmosferoje dangaus šviesulių, ypač esančių arti horizonto, spinduliai iškreivėja Žemės paviršiaus link (275 pav.), ir stebėtojui atrodo, kad šviesos šaltinis yra aukščiau.

Dykumose ir stepėse karštomis be vėjo dienomis galima pamatyti *apatiniusius mirażus* – atvirkščius tolimųjų objektų vaizdus (276 pav.). Juos galima matyti ir įkaitusiame asfalto kelyje. Reiškiniai paaiškinami taip: arti įkaitusio paviršiaus yra plonas didžiausio optinio tankio oro sluoksnis, tačiau prie pat paviršiaus optinis tankis mažėja. Dėl dideliu kampu krintančių spindulių visiškojo atspindžio stebėtojas mato, pavyzdžiui, dangaus atspindį (asfaltas atrodo lyg būtų dengiamas vandens).



275 pav. Astronominė refrakcija (spindulio kreivumas labai padidintas)



276 pav. Mirażo susidarymas (spindulio kreivumas labai padidintas)

30.1 p a v y z d y s. Laikydami, kad šviesos greitis vakuume  $c = 2,99792 \times 10^8 \frac{m}{s}$ , o ore –  $v_{ore} = 2,99704 \times 10^8 \frac{m}{s}$ , raskime vandens absoliutųjį lūžio rodiklį.

Duota:  $c = 2,99792 \times 10^8 \frac{m}{s}$ ,  $v_{ore} = 2,99704 \times 10^8 \frac{m}{s}$ .

Rasti:  $n_{a,vand}$ .

Sprendimas. Pagal 30.1 lentelę randame, kad vandens santykinis lūžio rodiklis oro atžvilgiu –

$$n_{vand} = \frac{v_{ore}}{v_{vand}} = 1,3330. \quad (a)$$

Oro absoliutusias lūžio rodiklis –

$$n_{a,oro} = \frac{c}{v_{ore}} = \frac{2,99792 \times 10^8}{2,99704 \times 10^8} = 1,0003. \quad (b)$$

Vandens absoliutųjį lūžio rodiklį randame, padauginę (a) iš (b):

$$n_{a,vand} = n_{vand} n_{a,oro} = \frac{v_{ore}}{v_{vand}} \cdot \frac{c}{v_{ore}} = \frac{c}{v_{vand}} = 1,3334. \quad (c)$$

Taigi vandens absoliutusias lūžio rodiklis tik 0,03 % skiriasi nuo santykinio lūžio rodiklio oro atžvilgiu.

(c) formulę galima apibendrinti:

$$n_{a,1} = \frac{c}{v_1} = \frac{v_2}{v_1} \cdot \frac{c}{v_2} = n_{12} n_{a,2}, \quad (d)$$

arba

$$n_{12} = \frac{n_{a,1}}{n_{a,2}}, \quad (e)$$

čia  $n_{12}$  – pirmosios terpės santykinis lūžio rodiklis antrosios terpės atžvilgiu,  $n_{a,1}$  – pirmosios terpės absoliutusias lūžio rodiklis,  $n_{a,2}$  – antrosios terpės absoliutusias lūžio rodiklis.

30.2 p a v y z d y s. Žmogus žiūri nedideliu kampu į ežero dugne  $h_1$  gylyje esantį daiktą. Raskime, kiek kartų tikrasis gylis  $h_1$  yra didesnis už gylį  $h_2$ , kuriame atrodo esąs daiktas. Vandens lūžio rodiklis  $n = 1,33$ .

Duota:  $h_1$ ,  $n = 1,33$ .

Rasti:  $h_2$ .

Sprendimas. 277 pav. pavaizduotas tikrasis spindulys, kuris, sklisdamas iš daikto (taškas 1) į stebėtojo akį, lūžta vandens ir oro riboje (šio spindulio kritimo kampas  $i$ , lūžio kampas  $r$ ). Stebėtojas suvokia šį spindulį kaip nelūžtantį ir atsklidusį iš taško 2, kuriame atrodo esąs kūnas. Tą patį atstumą  $a$  galima išreikšti ir gyliu  $h_1$  bei kampo  $i$  tangentu, ir gyliu  $h_2$  bei kampo  $r$  tangentu:

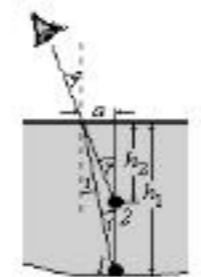
$$a = h_1 \operatorname{tg} i = h_2 \operatorname{tg} r. \quad (a)$$

Iš (a) gauname, kad tikrojo ir matomo gylių santykis –

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\operatorname{tg} r}{\operatorname{tg} i} = \frac{\sin r \cos i}{\sin i \cos r} = n \frac{\cos i}{\cos r}, \quad (b)$$

čia  $n$  – vandens lūžio rodiklis (atkreipkime dėmesį, kad šiuo atveju spindulys sklinda iš vandens į orą, todėl oro santykinis lūžio rodiklis vandens atžvilgiu  $n' = \frac{1}{n} = \frac{\sin i}{\sin r} < 1$ ).

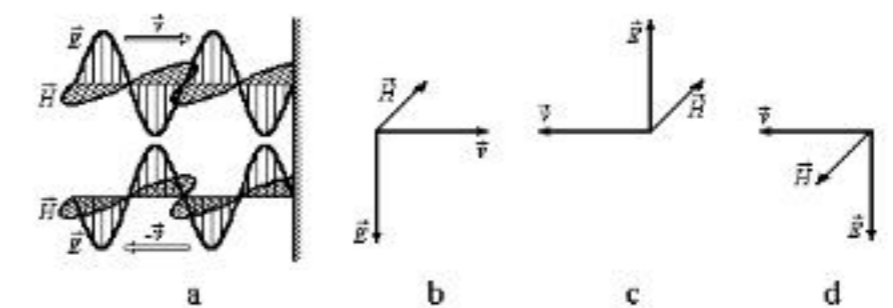
277 pav. Tikroji (1) ir iš oro matoma (2) kūno padėtis vandenyje



Vadinasi, tikrojo ir matomo gylių santykis priklauso nuo terpių santykinio lūžio rodiklio (nagrinėjamu atveju vandens oro atžvilgiu) ir kampo  $r$ , kuriuo stebėtojas žiūri į vandenį. Jei  $r = 0^\circ$  (stebėtojas žiūri į vandenį statmenai jo paviršiui),  $i = 0^\circ$ , ir iš (b) gauname  $\frac{h_1}{h_2} = n = 1,3$ .

30.3. • Šviesos bangos atspindžio ir pralaidumo koeficientai

Geometrinės optikos įvaizdžiai yra paprasti ir patogūs spindulių eigai (vairiose terpėse ir optinėse sistemose nustatyti, tačiau visais tais atvejais nepaisoma šviesos kaip elektromagnetinės bangos fizikinių savybių. Remdamiesi šiomis savybėmis aptarkime šviesos bangos atspindį. Krintanti ir nuo optiškai tankesnės terpės atsispindėjusi elektromagnetinė banga pavaizduota 278 pav., a. Šios bangos vektoriai  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  ir  $\vec{v}$  sudaro dešininę sistemą (žr. 29.6 poskyrį), kaip tai parodyta 278 pav., b.



278 pav. Krintanti (greitis  $\vec{v}$ ) ir nuo optiškai tankesnės aplinkos atsispindėjusi (greitis  $-\vec{v}$ ) elektromagnetinė banga (a). Vektorių kryptys elektromagnetinėje bangoje: krintančioje (b), atsispindėjusioje nuo optiškai tankesnės (c) ir optiškai retesnės (d) terpės

Būtina atspindžio, t. y. bangos sklidimo krypties pokyčio priešinga (kai kritimo kampas  $i = 0^\circ$ ), sąlyga – vektorių  $\vec{E}$  arba  $\vec{H}$  krypties pokytis priešinga, kitaip tariant, vektorių fazės pokytis dydžiu  $\pm \pi$ , nes atsispindėjusios bangos vektoriai  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  ir  $\vec{v}$  taip pat turi sudaryti dešininę sistemą. Jei atspindys susidaro nuo optiškai tankesnės terpės, keičiasi bangos elektrinio lauko

stiprio vektoriaus  $\vec{E}$  kryptis (278 pav., c), ir elektromagnetinė banga „praranda“ pusę bangos ilgio. Jei elektromagnetinė banga atsispindi nuo optiškai retesnės terpės, keičiasi magnetinio lauko stiprio vektoriaus  $\vec{H}$  kryptis (278 pav., d), ir bangos fazė nekinta.

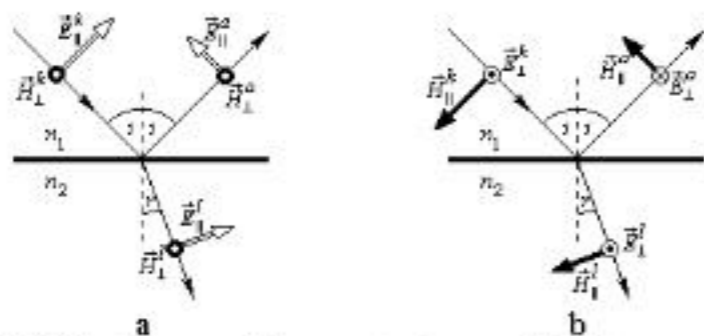
Dauguma procesų, vykstančių medžiagai sąveikaujant su šviesa, siejama su elektronų veikiančia apibendrintą Lorencio jėga  $\vec{F} = |e|\vec{E} + |e|\vec{v} \times \vec{B}$  (žr. 26.1 poskyrį). Dažniausiai dešiniojos formulės pusės antrasis dėmuo yra daug mažesnis už pirmąjį, todėl esminę reikšmę turi ne elektromagnetinės bangos magnetinės indukcijos, o elektrinio lauko stiprio vektorius, kuris optikoje dažnai vadinamas *šviesos vektoriumi*.

Nagrinėjant elektromagnetinių bangų atspindį ir lūžimą, plokščiąją monochromatinę bangą patogų vaizduoti kaip dviejų tarpusavyje statmenose plokštumose plokščiai poliarizuotų bangų superpoziciją. Į terpių ribą kampu  $i$  krintančios elektromagnetinės bangos elektrinio lauko stiprio vektorius  $\pm \vec{E}$  gali būti suskaidytas į kritimo plokštumoje esančią dedamąją  $\pm \vec{E}_{||}$  ir jai statmeną dedamąją  $\pm \vec{E}_{\perp}$  (čia ženklas „ $\pm$ “ reiškia tai, kad bangai slenkant tam tikrame erdvės taške vektoriaus  $\vec{E}$  modulis kinta nuo  $+E$  iki  $-E$ , o jo kryptis keičiasi į priešingą išilgai tos pačios linijos, kartu kinta ir  $\vec{E}$  dedamosios). Tame pačiame taške magnetinio lauko stiprio vektoriaus atitinkamos dedamosios yra: kritimo plokštumai statmena  $\pm \vec{H}_{\perp}$  ir kritimo plokštumoje esanti  $\pm \vec{H}_{||}$ . Atspindėjusioje ir lūžusioje bangose visų komponentių kryptys lieka tokios pačios. Abiejų laukų stiprių vektorių komponentių kryptys pavaizduotos 279 pav., a (kai  $\pm \vec{E}_{||}$  ir  $\pm \vec{H}_{\perp}$ ) ir b (kai  $\pm \vec{E}_{\perp}$  ir  $\pm \vec{H}_{||}$ ).

*Frenelio formulės* nusako krintančiosios, atsispindėjusios ir lūžusiosios bangų elektrinio lauko stiprio dedamųjų sąsajas:

$$\left. \begin{aligned} E_{||}^a &= -E_{||}^k \frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)}, & E_{||}^l &= E_{||}^k \frac{2 \cos i \sin r}{\sin(i+r) \cos(i-r)}, \\ E_{\perp}^a &= -E_{\perp}^k \frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}, & E_{\perp}^l &= E_{\perp}^k \frac{2 \cos i \sin r}{\sin(i+r)}. \end{aligned} \right\} \quad (30.9)$$

čia  $E_{||}^k$  ir  $E_{\perp}^k$  – visada teigiamosios krintančiosios bangos elektrinio lauko stiprio dedamosios;  $E_{||}^l$  ir  $E_{\perp}^l$  – lūžusiosios bangos elektrinio lauko stiprio dedamosios (jos irgi visada teigiamosios dėl krintančiosios ir lūžusiosios bangų fazių sutapimo);  $E_{||}^a$  ir  $E_{\perp}^a$  – atsispindėjusios bangos elektrinio lauko stiprio dedamosios (gali būti ir teigiamosios, ir neigiamosios atitinkamai pagal terpių lūžio rodiklį).



279 pav. Plokščiai poliarizuotos elektromagnetinės bangos elektrinio ir magnetinio laukų stiprių dedamosios: a – dedamoji  $\vec{E}_{||}$  kritimo plokštumoje, dedamoji  $\vec{H}_{\perp}$  statmena kritimo plokštumai; b – dedamoji  $\vec{E}_{\perp}$  statmena kritimo plokštumai, dedamoji  $\vec{H}_{||}$  kritimo plokštumoje (⊙, ⊗ – vektorius nukreiptas į mus, ⊙ – nuo mūsų, indeksai: k – krintančioji, a – atsispindėjusioji, l – lūžusioji banga)

Šviesos *atspindžio koeficientu*  $\rho$  vadinamas atsispindėjusios bangos intensyvumo santykis su kritusiosios bangos intensyvumu, arba šių bangų elektrinio lauko stiprio amplitudžių kvadratų santykis (žr. 29.7 poskyrį):

$$\rho = \frac{I^a}{I^k} = \left( \frac{E^a}{E^k} \right)^2. \quad (30.10)$$

Iš (30.9) lygčių sistemos gauname, kad bangos komponentės, kurios vektorius  $\vec{E}_{||}$  yra kritimo plokštumoje, atspindžio koeficientas –

$$\rho_{||} = \frac{I_{||}^a}{I_{||}^k} = \left( \frac{E_{||}^a}{E_{||}^k} \right)^2 = \frac{\operatorname{tg}^2(i-r)}{\operatorname{tg}^2(i+r)}, \quad (30.11)$$

o bangos komponentės, kurios vektorius  $\vec{E}_{\perp}$  yra statmenas kritimo plokštumai, atspindžio koeficientas –

$$\rho_{\perp} = \frac{I_{\perp}^a}{I_{\perp}^k} = \left( \frac{E_{\perp}^a}{E_{\perp}^k} \right)^2 = \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)}. \quad (30.12)$$

Visuminės krintančiosios bangos, kuri yra abiejų komponentių sanklota ir kurios vektorius  $\vec{E}$  orientuotas laisvai, atspindžio koeficientas –

$$\rho = \frac{I_{||}^a + I_{\perp}^a}{I_{||}^k + I_{\perp}^k} = \frac{\rho_{||} I_{||}^k + \rho_{\perp} I_{\perp}^k}{I_{||}^k + I_{\perp}^k}, \quad (30.13)$$

čia  $I_{||} = E_{||}^2$  ir  $I_{\perp} = E_{\perp}^2$  – bangos komponentių intensyvumai.

Pagal energijos tvermės dėsnį visuminės krintančiosios bangos intensyvumas –

$$I^k = I_{||}^k + I_{\perp}^k. \quad (30.14)$$

Šviesos *pralaidumo koeficientu*  $T$  vadinamas lūžusiosios bangos intensyvumo santykis su kritusiosios bangos intensyvumu. Išreiškiant intensyvumus atitinkamų bangų elektrinio lauko stiprio amplitudžių kvadratais atsižvelgiama į skirtingas terpių elektrines savybes (29.71) ir į tai, kad optiškai skaidrių medžiagų  $\mu_1 \cong \mu_2 \cong 1$ , todėl:

$$T = \frac{I^l}{I^k} = \sqrt{\frac{\epsilon_2 \mu_2}{\epsilon_1 \mu_1}} \left( \frac{E^l}{E^k} \right)^2 = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1}} \left( \frac{E^l}{E^k} \right)^2 = n_{21} \left( \frac{E^l}{E^k} \right)^2, \quad (30.15)$$

čia  $n_{21} = \frac{\sin i}{\sin r}$  – antrosios terpės santykinis lūžio rodiklis pirmosios terpės atžvilgiu.

Pritaikę (30.15) lygtį krintusiosios ir lūžusiosios bangų komponentėms ir įrašę jų reikšmes iš (30.9), gauname:

$$T_{||} = \frac{I_{||}^l}{I_{||}^k} = \frac{4 \cos^2 i \sin i \sin r}{\sin^2(i+r) \cos^2(i-r)}, \quad (30.16)$$

$$T_{\perp} = \frac{I_{\perp}^l}{I_{\perp}^k} = \frac{4 \cos^2 i \sin i \sin r}{\sin^2(i+r)}. \quad (30.17)$$

30.3 p a v y z d y s. Raskime į terpių ribą statmenai krintančios šviesos bangos atspindžio koeficientą. Terpių santykinis lūžio rodiklis  $n$ . Apskaičiuokime statmenai į vandenį ( $n = 1,33$ ) iš oro krintančios šviesos bangos atspindžio koeficientą.

Duota:  $i = 0^\circ$ ,  $n$ .

Rasti:  $\rho$ .



*Sprendimas.* Pagal sąlygą  $i = 0^\circ$ , vadinasi,  $r = 0^\circ$ . Įrašę šias reikšmes į (30.11) ir (30.12), gauname neapibrėžtumą. Todėl pertvarkome (30.11) lygtį:

$$\rho_{\parallel} = \left[ \frac{\operatorname{tg}(i-r)}{\operatorname{tg}(i+r)} \right]^2 = \left[ \frac{(\sin i \cos r - \cos i \sin r)(\cos i \cos r - \sin i \sin r)}{(\sin i \cos r + \cos i \sin r)(\cos i \cos r + \sin i \sin r)} \right]^2 =$$

$$\left[ \frac{\sin i \cos i \cos^2 r - \cos^2 i \sin r \cos r - \sin^2 i \sin r \cos r + \sin i \cos i \sin^2 r}{\sin i \cos i \cos^2 r + \cos^2 i \sin r \cos r + \sin^2 i \sin r \cos r + \sin i \cos i \sin^2 r} \right]^2 = \quad (a)$$

$$\left[ \frac{\sin i \cos i - \sin r \cos r}{\sin i \cos i + \sin r \cos r} \right]^2 = \left[ \frac{\frac{\sin i \cos i}{\sin r \cos r} - 1}{\frac{\sin i \cos i}{\sin r \cos r} + 1} \right]^2 = \left[ \frac{\frac{\cos i}{\cos r} - 1}{\frac{\cos i}{\cos r} + 1} \right]^2.$$

(a) formulėje pereiname prie ribos, kai  $i \rightarrow 0$ ,  $r \rightarrow 0$ :

$$\rho_{\parallel} = \lim_{i, r \rightarrow 0} \left[ \frac{\frac{\cos i}{\cos r} - 1}{\frac{\cos i}{\cos r} + 1} \right]^2 = \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2. \quad (b)$$

Pertvarkome (30.12) lygtį:

$$\rho_{\perp} = \left[ \frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)} \right]^2 = \left[ \frac{\sin i \cos r - \cos i \sin r}{\sin i \cos r + \cos i \sin r} \right]^2 =$$

$$\left[ \frac{\frac{\sin i}{\sin r} \cos r - \cos i}{\frac{\sin i}{\sin r} \cos r + \cos i} \right]^2 = \left[ \frac{n \cos r - \cos i}{n \cos r + \cos i} \right]^2, \quad (c)$$

(c) formulėje pereiname prie ribos, kai  $i \rightarrow 0$ ,  $r \rightarrow 0$ :

$$\rho_{\perp} = \lim_{i, r \rightarrow 0} \left[ \frac{n \cos r - \cos i}{n \cos r + \cos i} \right]^2 = \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2. \quad (d)$$

Atsižvelgiant į (30.13) gaunama:

$$\rho = \rho_{\parallel} = \rho_{\perp}, \quad (e)$$

t. y. statmenai į terpių ribą krintančios šviesos bangos atspindžio koeficientas lygus bangos dedamųjų atspindžio koeficientams.

Statmenai į vandenį ( $n = 1,33$ ) iš oro krintančios šviesos bangos atspindžio koeficientas

$$\rho = \left( \frac{n-1}{n+1} \right)^2 = 0,02. \quad (f)$$

Taigi esant nuliniam arba mažam spindulių kritimo kampui vandens atspindžio koeficientas yra mažas. Pavyzdžiui, aukštai virš horizonto esančios Saulės šviesa mažai atspindima, ji yra sugerama vandens ir jį sušildo. Taip susidaro savotiškos Saulės energijos „taupyklės“.

## 31. ŠVIESOS INTERFERENCIJA

### 31.1. Šviesos bangų koherentiškumas

*Koherentinėmis* vadinamos pastovaus (arba dėsningai kintančio laikui bėgant) fazių skirtumo elektromagnetinės bangos. Tokios bangos yra vienodų ciklinių dažnių. Vykstant bangų superpozicijai, kiekviename erdvės taške susideda bangų sukelti virpesiai. Bangos elektrinio ir magnetinio laukų stiprių vektoriai kiekviename taške sumuojasi pagal vektorių sudėties dėsnį.

Du skirtingų  $\omega_1$  ir  $\omega_2$  ciklinių dažnių harmoniniai virpesiai laikytini apytiksliai koherentiniais tik trumpą laiką  $\Delta t$ , per kurį šių virpesių fazė pakinta nežymiai, t. y.

$$\Delta t \ll \tau_{\text{koh}} = \frac{2\pi}{|\omega_2 - \omega_1|}, \quad (31.1)$$

čia  $\tau_{\text{koh}}$  =  $\frac{2\pi}{|\omega_2 - \omega_1|}$  vadinamas *koherentiškumo trukme*.

Įprastinių (nelazerinių) šviesos šaltinių atomai spinduliuoja trumpalaikiais ( $\tau \sim 10^{-8}$  s) impulsais – *voromis*. Praėjus laikui  $\tau$  bangos fazė pakinta. Savaiminis atomo spinduliavimas vyksta nepriklausomai nuo kitų atomų, pradinės vorų fazės chaotiškai keičiasi, todėl tokie atamai yra nekoherentiniai šviesos šaltiniai (priešingai indukuotajam lazerių spinduliavimui, žr. 43 skyrių). Realioji elektromagnetinė (šviesos) banga, išspinduliuota per ribotą laiko tarpą ir pasisklidusi ribotoje erdvės dalyje, nėra monochromatinė. Ją sudaro bangos, kurių ciklinių dažnių spektras yra  $\Delta\omega$  pločio, t. y. cikliniai dažniai yra režiuose nuo  $(\omega - 0,5\Delta\omega)$  iki  $(\omega + 0,5\Delta\omega)$ .

Tokios bangos koherentiškumo trukmė  $\tau_{\text{koh}} = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$ , ši banga laikytina  $\omega$  dažnio monochromati-

ne tik laiko tarpu  $\Delta t \ll \frac{2\pi}{\Delta\omega}$ .

Jei šviesos greitis terpėje  $v$ , per koherentiškumo trukmę šviesa nueina vadinamąjį *koherentiškumo nuotolį*

$$L_{\text{koh}} = \tau_{\text{koh}} v = \frac{2\pi v}{\Delta\omega}. \quad (31.2)$$

Kuo šviesos banga artimesnė monochromatinei, tuo mažesnis jos spektro plotis  $\Delta\omega$ , ilgesnė koherentiškumo trukmė ir didesnis koherentiškumo nuotolis. Dvi arba kelios koherentiškumo nuotolį praėjusios bangos praranda koherentiškumą.

Žmogaus akis ir dirbtiniai šviesos registravimo prietaisai dėl tam tikro „inertiškumo“ registruoja šviesos intensyvumą, kuris suvidurkintas pagal tam tikrą *ekspozicijos trukmę* vadinamą laiką  $T$ . Šis laikas yra daug ilgesnis už voros spinduliavimo laiką  $\tau$ . Vadinasi, įprastinių (nelazerinių) šaltinių skleidžiamos šviesos bangos yra nekoherentinės.

31.1 p a v y z d y s. Regimosios Saulės šviesos dažnių režiai nuo  $\nu_1 = 3,9 \times 10^{14}$  Hz iki  $\nu_2 = 7,9 \times 10^{14}$  Hz (žr. 29.2 lentelę). Raskime Saulės šviesos koherentiškumo trukmę ir koherentiškumo nuotolį vakuume.

*Sprendimas.* Regimosios šviesos ciklinių dažnių režiai –

$$\omega_1 = 2\pi\nu_1, \quad (a)$$

$$\omega_2 = 2\pi\nu_2, \quad (b)$$

Pagal (31.1) koherentiškumo trukmė –

$$\tau_{\text{koh}} = \frac{2\pi}{\Delta\omega} = \frac{1}{\Delta\nu} = 2,5 \times 10^{-15} \text{ (s)}, \quad (c)$$

Koherentiškumo nuotolis, kai šviesa sklinda greičiu  $c \approx 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ , –

$$L_{\text{koh}} = \tau_{\text{koh}} c = 7,5 \times 10^{-7} \text{ (m)}. \quad (d)$$

Matome, kad regimosios Saulės šviesos koherentiškumo trukmė daug mažesnė už voros trukmę ( $\tau \sim 10^{-8}$  s), o koherentiškumo nuotolis yra regimosios šviesos bangos ilgio eilės.

Pažymėtina, kad lazerių skleidžiamos indukuotosios spinduliuotės koherentiškumo trukmė yra keliomis eilėmis didesnė už voros laiką ir siekia  $10^{-5}$  s, o koherentiškumo nuotolis –  $\sim 10^3$  m (žr. 31.2 pavyzdį).

31.2 p a v y z d y s. Tarkime, kad lazerio koherentiškumo nuotolis vakuume  $L_{koh} = 800$  m. Raskime šio lazerio koherentiškumo trukmę, ciklinių dažnių ir dažnių spektro plotį.

Duota:  $L_{koh} = 800$  m.

Rasti:  $\tau_{koh}$ ,  $\Delta\omega$ .

Sprendimas. Koherentiškumo trukmę išreiškiame koherentiškumo nuotoliu ir šviesos greičiu vakuume  $c$ :

$$\tau_{koh} = \frac{L_{koh}}{c} = 2,7 \times 10^{-6} \text{ (s)} \quad (a)$$

Ciklinių dažnių spektro plotį randame pagal (31.2):

$$\Delta\omega = \frac{2\pi c}{L_{koh}} = 2,4 \times 10^6 \text{ (s}^{-1}\text{)} \quad (b)$$

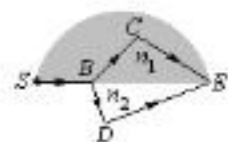
Dažnių spektro plotis –

$$\Delta\nu = \frac{\Delta\omega}{2\pi} = 3,8 \times 10^5 \text{ (Hz)} \quad (c)$$

Pavyzdžiui, raudonosios šviesos ( $\lambda = 690$  nm) dažnis  $\nu \approx 4,3 \times 10^{14}$  Hz. Vadinasi, santykinis spektro plotis  $\frac{\Delta\nu}{\nu} = 8,8 \times 10^{-10}$ , t. y. lazeriams būdinga labai didelis spinduliuojamos šviesos monochromatiškumas.

### 31.2. Šviesos interferencijos maksimumų ir minimumų sąlygos

Mechaninių bangų *interferencija* išnagrinėta 14.5 poskyryje. Ten gautos formulės iš esmės taikytinos ir elektromagnetinėms bangoms, t. y. šviesai, tačiau koherentiškos monochromatinės šviesos bangas gauti yra daug sudėtingiau nei mechanines. Šiam tikslui vieno šaltinio šviesos banga suskaidoma į dvi arba keletą bangų, kurios yra koherentiškos dėl bendros kilmės, ir jų sanklotos vietoje vyksta interferencija.



280 pav. Koherentiškų bangų susidarymo schema

Tarkime, kad šaltinio  $S$  šviesos banga išskaidoma į dvi taške  $B$  (280 pav.). Šios bangos sklinda skirtingose terpėse keliais  $x_1 = BCE$  (terpės absoliutusias lūžio rodiklis  $n_{01}$ ) ir  $x_2 = BDE$  (terpės absoliutusias lūžio rodiklis  $n_{02}$ ), o taške  $E$  vyksta bangų interferencija. Taikykime šiam atvejui 14.5 poskyrio formules. Jei taške  $B$  virpesių fazė  $\omega t$ , tai taške  $E$  pirmoji banga sukels virpesį  $A_1 \sin(\omega t - k_1 x_1)$ , o antroji –  $A_1 \sin(\omega t - k_2 x_2)$ . Esant tam pačiam bangų cikliniam dažniui  $\omega$  bangų ilgiai atvirkščiai proporcingi terpių absoliutesiems lūžio rodikliams:  $\lambda_1 = \frac{\lambda_0}{n_{01}}$ ,  $\lambda_2 = \frac{\lambda_0}{n_{02}}$  (čia  $\lambda_0$  –  $\omega$  ciklinio dažnio bangos ilgis vakuume). Taške  $E$  virpesių fazių skirtumas –

$$\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = k_2 x_2 - k_1 x_1 = \frac{2\pi x_2}{\lambda_2} - \frac{2\pi x_1}{\lambda_1} = \frac{2\pi}{\lambda_0} (x_2 n_{02} - x_1 n_{01}) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta, \quad (31.3)$$

čia  $x_1 n_{01}$  – šviesos optinė eiga  $i$ -ojoje terpėje,  $\delta = x_2 n_{02} - x_1 n_{01}$  – spindulių optinis eigos skirtumas.

Šviesos interferencijos maksimumo sąlyga: optinis eigos skirtumas lygus sveikajam bangų ilgių vakuume skaičiui (t. y. lyginiam pusbangių vakuume skaičiui):

$$\delta = m\lambda_0, \quad (31.4)$$

čia  $m = 0, 1, 2, \dots$  – interferencijos maksimumo eilė.

Šviesos interferencijos minimumo sąlyga: optinis eigos skirtumas lygus nelyginiam pusbangių vakuume skaičiui:

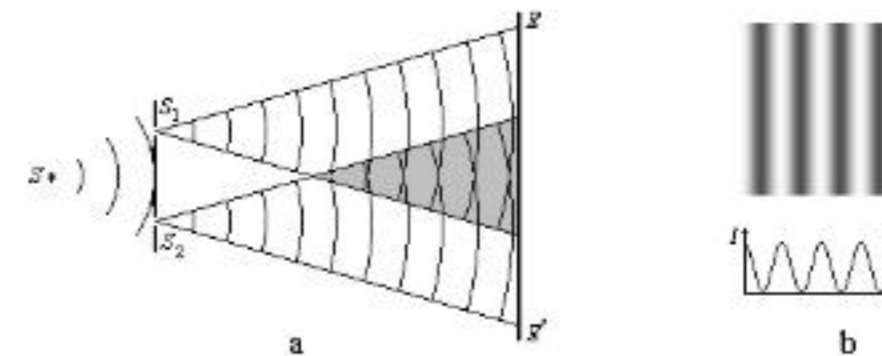
$$\delta = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad (31.5)$$

čia  $m = 0, 1, 2, \dots$  – interferencijos minimumo eilė.

### 31.3. Šviesos interferencijos gavimo būdai

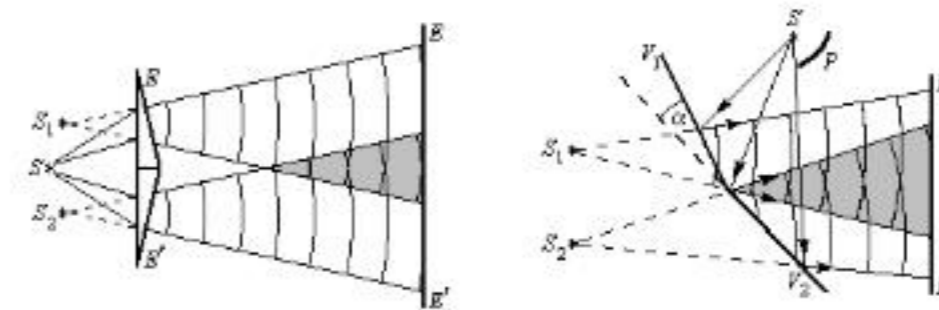
Aptarkime kai kuriuos šviesai suskaidyti į koherentinių bangų sistemas taikomus būdus.

1) *Jungo plyšiai* (281 pav., a). Šviesa iš šaltinio  $S$  apšviečia du plonus lygiagrečius plyšius ( $S_1$  ir  $S_2$ ), iš kurių pagal Hiuigenso principą sklinda antrinės bangos. Jos yra koherentiškos dėl kilmės iš bendro šaltinio  $S$ . Bangų sanklotos erdvėje (281–283 pav. šios erdvės sąlygiškai pasirinkta sritis patamsinta) vyksta interferencija. Ekране  $EE'$  matomas interferencinis vaizdas (su plyšiais lygiagrečios šviesos ir tamsios juostos, 281 pav., b).



281 pav. Jungo plyšiai (a), jų sudaromas interferencinis vaizdas ir šviesos intensyvumo pasiskirstymas šiame vaizde (b)

2) *Frenelio biprizmė* sudaryta iš dviejų pagrindais suglaustų mažo laužiamojo kampo prizmių (282 pav.), kurios tikrojo šviesos šaltinio  $S$  šviesą suskaido į du menamųjų šaltinių  $S_1$  ir  $S_2$  koherentinius šviesos srautus. Jų sanklotos erdvėje vyksta interferencija.



282 pav. Frenelio biprizmė

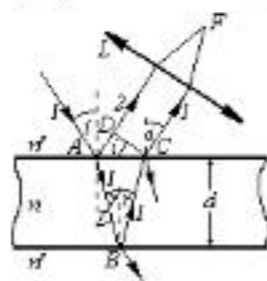
283 pav. Frenelio veidrožiai



3) *Frenelio veidrodžiais* vadinama dviejų plokščių veidrodžių, kurių plokštumos sudaro mažą kampą  $\alpha$  (283 pav.), sistema. Šaltinis  $S$  uždengiamas pertvara  $P$ , kad šaltinio šviesa nepatektų į ekraną  $EE'$ . Veidrodžiai atspindi  $S$  šaltinio šviesą dviem koherentiniais šviesos srautais taip, lyg juos skleistų du šviesos šaltinio  $S$  menamieji atvaizdai –  $S_1$  ir  $S_2$  (tikroji spindulių eiga pavaizduota rodyklėmis). Šie šviesos srautai yra koherentiniai, todėl ekrane  $EE'$  matomas interferencinis vaizdas.

### 31.4. Šviesos interferencija plonoje plėvelėje

Išnagrinėjime monochromatinės (tam tikro bangos dažnio) šviesos kritimą į plonąją  $d$  storio gretasienę vienalytę skaidriąją plėvelę arba plokštelę. Plėvelės lūžio rodiklis  $n$ , terpės –  $n'$  (284 pav.). Dalis krintančios šviesos (spindulys 1) lūžta, atsispindi nuo apatinio paviršiaus, vėl lūžta ir išeina iš plėvelės. Kita dalis (spindulys 2) atsispindi nuo viršutinio plėvelės paviršiaus ir sklinda lygiagrečiai su iš plėvelės išėjusiu spinduliu (1). Spinduliai yra koherentiniai, todėl praėję pro glaudžiamąjį lęšį  $L$  (pavyzdžiui, akies lęšiuką) interferuoja taške  $F$ . Raskime interferencijos maksimumų ir minimumų sąlygas šiuo atveju. Tam apskaičiuokime 1 ir 2 spindulių optinės eigos (žr. 31.2 poskyrį) skirtumą, atsižvelgę į tai, kad nuo optiškai tankesnės terpės atsispindėjęs spindulys (1) praranda pusę bangos ilgio:



284 pav. Interferencija plonoje plėvelėje

$$\delta = (AB + BC)n - \left(AD + \frac{\lambda}{2}\right)n', \quad (31.6)$$

čia  $\lambda$  – šviesos bangos terpėje ilgis.

Kadangi  $AB = BC = \frac{d}{\cos r}$ ,  $AD = AC \sin i = 2d \operatorname{tg} r \cdot \sin i$ ,  $n' = n \frac{\sin i}{\sin r}$ ,  $n'\lambda' = \lambda_0$  (čia  $\lambda_0$  – šviesos bangos vakuume ilgis), (31.6) lygtį užrašome taip:

$$\delta = \frac{2dn}{\cos r} - 2dn' \operatorname{tg} r \cdot \sin i - \frac{\lambda_0}{2} = \frac{2dn}{\cos r} (1 - \sin^2 i) - \frac{\lambda_0}{2} = 2dn \cos r - \frac{\lambda_0}{2}. \quad (31.7)$$

Taikydami (31.4) ir (31.5) formules, gauname:

*atsispindėjusios šviesos interferencijos plonoje plėvelėje maksimumo sąlyga:*

$$2dn \cos r = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad (31.8)$$

arba

$$2d \cos r = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}; \quad (31.9)$$

*atsispindėjusios šviesos interferencijos plonoje plėvelėje minimumo sąlyga:*

$$2dn \cos r = m\lambda_0, \quad (31.10)$$

arba

$$2d \cos r = m\lambda, \quad (31.11)$$

(31.8–31.11) formulėse  $m = 0, 1, 2, \dots$  – interferencijos maksimumo arba minimumo eilė,

$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$  – šviesos bangos ilgis plėvelės medžiagoje.

*Praėjusios pro plėvelę šviesos* interferencijos maksimumo sąlyga atitinka atsispindėjusios šviesos interferencijos minimumo sąlygą (31.11), o minimumo – maksimumo sąlygą (31.9).

Jeigu vyksta baltosios (daugiaspalvės) šviesos interferencija, kiekvieną bangos ilgio (šviesos spalvos) maksimumą ir minimumą atitinka tam tikras kritimo, kartu ir atspindžio, kampas. Todėl stebėdami, pavyzdžiui, benzino plėvelę ant vandens paviršiaus skirtingose vietose (t. y. esant skirtingam atspindžio kampui) matome spalvotas juostas ir dėmes.

Didžiausias plėvelės storis, kuriam esant dar matoma interferencija, ribojamas koherentiškumo nuotolio  $L_{\text{koh}}$ :

$$2d_{\max} \cos r < L_{\text{koh}}, \quad (31.12)$$

čia  $L_{\text{koh}} = v\tau_{\text{koh}} = \frac{c\tau_{\text{koh}}}{n_0}$  ( $\tau_{\text{koh}}$  – koherentiškumo trukmė,  $v$  – šviesos greitis plėvelės medžiagoje,  $c$  – šviesos greitis vakuume,  $n_0$  – plėvelės medžiagos absoliutusias lūžio rodiklis).

Nagrinėdami šviesos interferenciją, nepaisėme antrinių šviesos atspindžių, kurių intensyvumas yra  $\rho^2$  (čia  $\rho$  – atspindžio koeficientas) kartų mažesnis ir interferencijai mažo atspindžio koeficiento plėvelėse nereikšmingas.

31.3 p a v y z d y s. Išreikškime atsispindėjusios šviesos interferencijos maksimumo ir minimumo sąlygas kritimo kampų.

*Sprendimas.* Kadangi  $\sin r = \frac{\sin i}{n}$ ,  $\cos r = \sqrt{1 - \left(\frac{\sin i}{n}\right)^2} = \frac{1}{n} \sqrt{n^2 - \sin^2 i}$ . Šią išraišką įrašome į atsispindėjusios šviesos interferencijos maksimumo plonoje plėvelėje sąlygą (31.8):

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}, \quad (a)$$

Akivaizdu, kad minimumo sąlyga –

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} = m\lambda_0, \quad (b)$$

31.4 p a v y z d y s. Muilo plėvelės absoliutusias lūžio rodiklis  $n_0 = 1,33$ . Į ją iš oro  $30^\circ$  kampu krinta baltoji šviesa. Raskime mažiausią plėvelės storį, kuriam esant matysime atsispindėjusią geltonąją ( $\lambda_0 = 6,0 \times 10^{-7} \text{ m}$ ) šviesą.

*Duota:*  $n_0 = 1,33$ ,  $i = i' = 30^\circ$ ,  $\lambda_0 = 6,0 \times 10^{-7} \text{ m}$ .

*Rasti:*  $d_{\min}$ .

*Sprendimas.* Laikykime, kad muilo plėvelės santykinis lūžio rodiklis oro atžvilgiu lygus plėvelės absoliučiajam lūžio rodikliui ( $n = n_0$ ). Mažiausią plėvelės storį apskaičiuojame pagal atsispindėjusios šviesos interferencijos maksimumo sąlygą, laikydami, kad 31.3 pavyzdžio (a) formulėje interferencijos maksimumo eilė  $m = 0$ :

$$d_{\min} = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = 1,2 \times 10^{-7} \text{ (m)}. \quad (a)$$

31.5 p a v y z d y s. Raskime a) mažiausią benzino ( $n = 1,40$ ) plėvelės storį, kuriam esant  $45^\circ$  kampu atsispindėjusioje šviesoje matysime raudonųjų spindulių ( $\lambda_0 = 6,8 \times 10^{-7} \text{ m}$ ) interferencijos maksimumą; b) kokį plotą tokio storio plėvelė padengtų 1 litras benzino?

*Duota:*  $n = 1,4$ ,  $i = i' = 45^\circ$ ,  $\lambda_0 = 6,8 \times 10^{-7} \text{ m}$ ,  $V = 10^{-3} \text{ m}^3$ .

*Rasti:*  $d_{\min}$ ,  $S$ .

*Sprendimas.* a) Iš atsispindėjusios šviesos interferencijos maksimumo plonoje plėvelėje sąlygos (31.4 pavyzdžio (a) formulė) gaunama, jei  $m = 0$ :

$$d_{\min} = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{n^2 - \sin^2 i}} = 1,4 \times 10^{-7} \text{ (m)}. \quad (a)$$

b) Plėvelės plotą randame padaliję benzino tūrį iš plėvelės storio:

$$S = \frac{V}{d_{\min}} = 7,1 \times 10^3 \text{ (m}^2\text{)}. \quad (b)$$

Matome, kad net mažas benzino tūris gali dengti didelius plotus (pavyzdžiui, vandens telkinių paviršius).

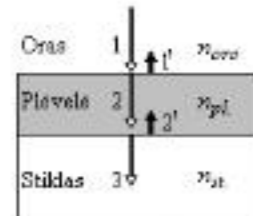
### 31.5. Interferencijos taikymas

Interferencijos reiškinys plačiai taikomas moksle ir technikoje. Čia paminėsime tik keletą būdingiausių taikymo atvejų.

Iš (31.9) ir (31.11) formulių matome, kad spindulio optinei eigai pakitus vos puse šviesos bangos ilgio, t. y.  $10^{-7}$  m eilės dydžiu, interferencijos maksimumai ir minimumai apsikeičia vietomis. Vadinasi, interferencija gali būti taikoma tiksluose optiniuose prietaisuose šviesos bangos ilgiui, mažiems poslinkiams ( $10^{-7}$  m eilės) arba terpės lūžio rodikliui nustatyti. Interferenciniais refraktometrais galima išmatuoti lūžio rodiklį  $10^{-6}$  tikslumu. Tai leidžia, pavyzdžiui, nustatyti nedideles oro teršalų koncentracijas pagal jų sukliamą lūžio rodiklio kitimą.

Optikoje taikoma daugelio koherentinių šviesos pluoštų interferencija. Jos maksimumai žymiai siauresni ir ryškesni už gaunamus vykstant anksčiau aptartai dviejų spindulių interferencijai. Jei interferuoja  $N$  koherentinių šviesos pluoštų, maksimumo intensyvumas padidėja  $N^2$  kartų.

Optiniuose prietaisuose, tarp jų ir skirtuose buičiai – fotoaparatuose, vaizdo kameros ir pan., taikomas lęšių skaidrinimas interferencijos būdu. Lęšiai dengiami plona plėvele (285 pav.), kurios lūžio rodiklis  $n_{pl}$  yra mažesnis už lęšio stiklo lūžio ro-



285 pav. Optikos skaidrinimo schema

diklį  $n_{st}$ . Krintantis šviesos pluoštas (1 balta rodyklė) iš dalies atsispindi nuo oro ir plėvelės ribos (1' juoda rodyklė, atspindžio pluoštai paveikslė pavaizduoti dešiniau), o iš dalies praeina į plėvelę (2 balta rodyklė) ir atsispindi nuo plėvelės ir stiklo ribos (2' juoda rodyklė). Plėvelės storis  $d$  ir lūžio rodiklis  $n_{pl}$  parenkami taip, kad atsispindėjusios koherentinės pluoštų 1' ir 2' bangos būtų vienodų amplitudžių ir priešingų fazių, tada jos slopina viena kitą. Taip labai mažinamas atspindėtos šviesos intensyvumas, kartu didėja į lęšį patenkan-

čio pluošto (3 balta rodyklė) intensyvumas. Skaičiavimai rodo, kad statmenai krintančios šviesos atspindžio minimumas esti, kai  $n_{pl} = \sqrt{n_{st}}$ . (žr. 31.6 pavyzdį), ir optiniu plėvelės storiu vadinama plėvelės storio sandauga iš jos medžiagos lūžio rodiklio  $n_{pl}d = 0,25 \lambda_0$  (čia  $\lambda_0$  – šviesos bangos ilgis vakuume). Taigi atspindžio minimumo sąlygos gali būti realizuojamos tik esant tam tikro bangos ilgio šviesai. Paprastai pasirenkamas didžiausią žmogaus akies jautrį atitinkantis bangos ilgis  $\lambda_0 = 5,5 \times 10^{-7}$  m (žalioji spalva). Todėl skaidrintos optikos lęšiai labiau atspindi kitus bangų ilgius ir yra mėlynai raudono atspalvio.

JAV sukurtas naujo tipo veidrodis, sudarytas iš 9 labai plonų ( $10^{-6}$  m eilės) telūro ir polistireno sluoksnių. Dėl šviesos interferencijos plonuose sluoksniuose šis veidrodis atspindi beveik visą į jį krintančią šviesą. Specialiai parinkus sluoksnių storius, galima gauti selektyvųjį (tik tam tikro bangos ilgio) šviesos atspindį. Tokio idealiojo veidrodžio pagrindu galima kurti aukštos kokybės šviesolaidžius, šilumos izoliacines dangas ir pan.

31.6 p a v y z d y s. Raskime skaidrinančios plėvelės medžiagos lūžio rodiklį, jei lęšio stiklo lūžio rodiklis yra  $n_{st}$ , ir šviesa krinta į lęšį statmenai.

Duota:  $n_{st}, i = 0$ .

Rasti:  $n_{pl}$ .

Sprendimas. Taikome (30.10), 30.4 pavyzdžio (e) ir (f) formules:

$$E_1^a = \sqrt{I_1^a} = \frac{n_{pl} - 1}{n_{pl} + 1}, \quad (a)$$

čia  $E_1^a$  – nuo plėvelės ir oro ribos atsispindėjusios šviesos bangos amplitudė,  $n_{pl}$  – plėvelės santykinis lūžio rodiklis oro atžvilgiu;

$$E_2^a = \sqrt{I_2^a} = \frac{\frac{n_{st} - 1}{n_{pl}}}{\frac{n_{st} + 1}{n_{pl}}} = \frac{n_{st} - n_{pl}}{n_{st} + n_{pl}}, \quad (b)$$

čia  $E_2^a$  – nuo stiklo ir plėvelės ribos atsispindėjusios šviesos bangos amplitudė,  $\frac{n_{st}}{n_{pl}}$  – plėvelės santykinis lūžio rodiklis stiklo atžvilgiu.

Dėl atspindžio koeficiento mažumo galima laikyti –

$$I_1^a \approx I_2^a. \quad (c)$$

[rašę  $I_1^a$  iš (a) ir  $I_2^a$  iš (b) į (c) ir pakėlę kvadratu gauname:

$$\frac{n_{pl} - 1}{n_{pl} + 1} = \frac{n_{st} - n_{pl}}{n_{st} + n_{pl}}. \quad (d)$$

Iš (d) išreiškiame  $n_{pl}$ :

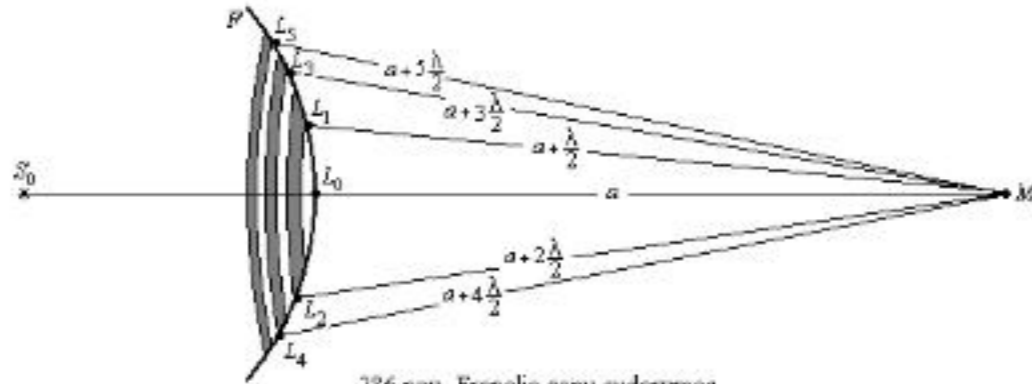
$$n_{pl} = \sqrt{n_{st}}. \quad (e)$$

Kadangi lūžio rodiklis priklauso nuo šviesos bangos ilgio, (e) sąlyga gali būti tenkinama tik esant tam tikram bangos ilgiui.

### 32. ŠVIESOS DIFRAKCIJA

#### 32.1. Hiuigenso ir Frenelio principas. Frenelio zonų metodas

Hiuigenso principas (žr. 30.1 poskyrį) neleidžia skaičiuoti antrinių bangų atstojamosios amplitudės. Šiam uždaviniui spręsti Frenelis papildė Hiuigenso principą. *Hiuigenso ir Frenelio principas: šaltinio  $S_0$  sklaidžiamos bangos amplitudė bet kuriame už bangos fronto esančiame taške gali būti skaičiuojama kaip antrinių šaltinių (be galo mažų bangos fronto plotų  $ds$ ), kurie yra koherentiniai su pirminiu šaltiniu ir tarpusavyje, bangų interferencijos rezultatas.* Jei bangos fronto dalis uždengta neskaidriu ekranu, uždengtų šaltinių antrinių bangų nepaisoma.



286 pav. Frenelio zonų sudarymas

Tarkime, vienalytėje ir izotropinėje terpėje šaltinis  $S_0$  sklaidžia monochromatinę  $\lambda$  ilgio šviesos bangą. Tada bangos frontas  $F$  yra sferinis (286 pav.). Šviesos bangos amplitudei taške  $M$  rasti mintyse dalijame sferinį bangos frontą į žiedines zonas (*Frenelio zonas*) taip, kad zonų kraštų atstumai iki taško  $M$  skirtųsi puse šviesos bangos ilgio:  $L_1M - L_0M = L_2M - L_1M = L_3M - L_2M = \dots = \frac{\lambda}{2}$  (galima įsivaizduoti, kad frontas dalijamas į zonas braižant jame apskritimus, kurių centras yra taške  $M$ , o spinduliai –  $a = L_0M$ ,  $a + \frac{\lambda}{2}$ ,  $a + 2\frac{\lambda}{2}$ ,  $a + 3\frac{\lambda}{2}$ , ...). Iš gretimų zonų į tašką  $M$  ateinančios bangos yra priešingų fazių (jų eigos skirtumas lygus  $\frac{\lambda}{2}$ ), todėl silpnina viena kitą. Taške  $M$  atstojamojo virpesio amplitudė

$$A = A_0 + A_1 + A_2 + \dots, \tag{32.1}$$

čia  $A_0, A_1, A_2, \dots$  – atitinkamų zonų taške  $M$  sukeliamų virpesių amplitudės. Apytiksliai laikoma, kad amplitudės monotoniškai mažėja didėjant atstumui nuo zonos iki taško  $M$ , todėl  $k$ -oji amplitudė –

$$A_k = \frac{A_{k-1} + A_{k+1}}{2}. \tag{32.2}$$

Atsižvelgę į tai, (32.1) lygtį galime užrašyti taip:

$$A = \frac{A_0}{2} + \left(\frac{A_0}{2} - A_1 + \frac{A_2}{2}\right) + \left(\frac{A_2}{2} - A_3 + \frac{A_4}{2}\right) + \dots \tag{32.3}$$

(32.3) lygtyje skliaustuose esantys reiškiniai pagal (32.2) lygūs nuliams, vadinasi

$$A = \frac{A_0}{2}. \tag{32.4}$$

Taigi viso bangos fronto poveikis taške  $M$  lygus tik pusei centrinės zonos poveikio. Kadangi šios zonos geometrinis spindulys labai mažas (žr. 32.1 pavyzdį), galima teigti, kad šviesos spindulys sklinda iš  $S_0$  į  $M$  tiesiškai. Jeigu taškinio šviesos šaltinio sklaidžiama šviesa uždengiama *zonine plokšte* – stikline plokšte su koncentriniais šviesai pralaidžiais ir nepralaidžiais

žiedais, atitinkančiais lygines ir nelygines Frenelio zonas, šviesos intensyvumas taške  $M$  padidėja, nes tašką  $M$  pasiekia tik lyginių (arba tik nelyginių) zonų bangos, ir pagal (32.3) formulę šviesos bangos atstojamoji amplitudė yra  $A_{lyg.} = A_0 + A_2 + A_4 + \dots > A_0$ , arba  $A_{nelyg.} = A_1 + A_3 + A_5 + \dots > A_0$ .

32.1 p a v y z d y s. Raskime  $k$ -osios Frenelio zonos spindulį  $r_k$  ir plotą  $\Delta\sigma_k$ . Apskaičiuokime pirmosios zonos ( $k=1$ ) spindulio ir  $k$ -osios Frenelio zonos ploto reikšmes, jei bangos fronto spindulys  $R = 0,2$  m ir atstumas nuo bangos fronto iki taško  $M$   $a = 0,3$  m. Šviesos bangos ilgis  $\lambda = 5 \times 10^{-7}$  m.

Duota:  $R = 0,20$  m,  $a = 0,30$  m,  $\lambda = 5,0 \times 10^{-7}$  m.

Rasti:  $r_k, \Delta\sigma_k$ .

Sprendimas. Zonos plotas lygus dviejų sferinių segmentų paviršių plotų skirtumui (286 pav.):

$$\Delta\sigma_k = \sigma_k - \sigma_{k-1}, \tag{a}$$

čia  $\sigma_k$  ir  $\sigma_{k-1}$   $k$ -ojo ir  $(k-1)$ -ojo segmentų paviršių plotai.

Raskime  $k$ -ojo segmento paviršiaus plotą (287 pav.). Iš stereometrijos žinoma, kad segmento paviršiaus plotas –

$$\sigma_k = 2\pi R h_k, \tag{b}$$

čia  $R$  – bangos fronto spindulys,  $h_k$  – segmento aukštis.

Dydį  $r_k$  galima išreikšti dvejopai:

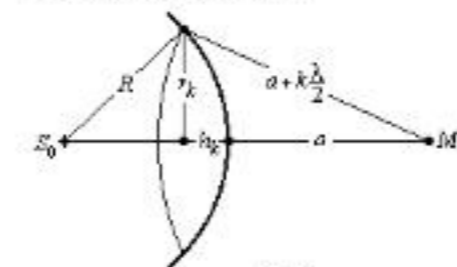
$$r_k^2 = R^2 - (R - h_k)^2 = 2R h_k - h_k^2, \tag{c}$$

arba

$$r_k^2 = \left(a + k\frac{\lambda}{2}\right)^2 - \left(a + h_k\right)^2 \cong \tag{d}$$

$$k a \lambda - 2a h_k - h_k^2,$$

čia atsižvelgta į tai, kad  $\lambda \ll a$ .



287 pav. Schema sferinio segmento ploto rasti

Sulyginę (c) ir (d) lygčių dešiniąsias puses po supaprastinimo išreiškiame  $h_k$ :

$$h_k = \frac{k a \lambda}{2(R + a)}. \tag{e}$$

[rašę (e) į (b) gauname  $k$ -ojo segmento paviršiaus plotą:

$$\sigma_k = k \frac{\pi R a \lambda}{R + a}. \tag{f}$$

$(k-1)$ -ojo segmento paviršiaus plotas atitinkamai lygus

$$\sigma_{k-1} = (k-1) \frac{\pi R a \lambda}{R + a}, \tag{g}$$

o  $k$ -osios Frenelio zonos plotas –

$$\Delta\sigma_k = \sigma_k - \sigma_{k-1} = \frac{\pi R a \lambda}{R + a}. \tag{h}$$

Matome, kad Frenelio zonų plotai yra vienodi (nepriklauso nuo  $k$ ). [rašę į (h) skaitines dydžių reikšmes, gauname:

$$\Delta\sigma_k = 1,9 \times 10^{-7} \text{ m}^2. \tag{i}$$

$k$ -osios zonos spindulį randame, [rašę (e) į (c) ir atsižvelgę į tai, kad  $h_k \ll R$ :

$$r_k = \sqrt{k \frac{R a \lambda}{R + a}} = 2,4 \times 10^{-4} \sqrt{k} \text{ (m)}. \tag{j}$$

[rašę į (j)  $k = 1, 2, 3, \dots$ , gautume atitinkamų zonų spindulius. Taigi makroskopiniu požiūriu Frenelio zonų spinduliai yra maži.



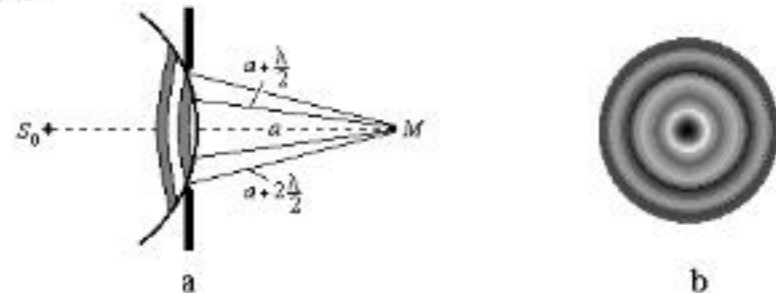
32.2. Difrakcija apskritoje angoje ir diske (Frenelio difrakcija)

Jeigu šaltinio  $S_0$  sklaidžiama sferinė banga pasiekia neskaidrią pertvarą su *apskrita anga*, taške  $M$ , esančiame šaltinį ir angos centrą jungiančios linijos susikirtime su ekranu, difrakcinį vaizdą lemia tik tos Frenelio zonos, kurios telpa angoje (288 pav., a). Atstojamojo virpesio taške  $M$  amplitudė priklauso nuo angoje tilpusių zonų skaičiaus  $m$ :

$$A = \frac{A_0}{2} \pm \frac{A_m}{2}, \quad (32.5)$$

čia pliuso ženklas taikomas, jeigu  $m$  yra nelyginis, o minuso – jei  $m$  lyginis.

Difrakcinis vaizdas atrodo kaip koncentriniai tamsūs ir šviesūs žiedai apie skritulį (288 pav., b).

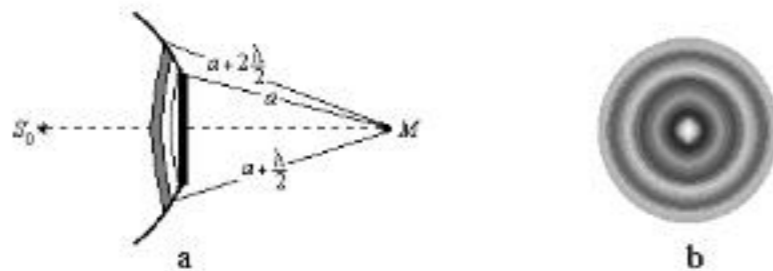


288 pav. Frenelio difrakcija apskritoje angoje (a) ir difrakcinis vaizdas, kai atidengtų Frenelio zonų skaičius  $m$  lyginis (b)

Kai sferinė banga difraguoja *apskritame diske*, kuris uždengia  $m$  pirmųjų Frenelio zonų, taške  $M$ , esančiame šaltinį ir disko centrą jungiančios linijos susikirtime su ekranu, difrakcinį vaizdą sudaro Frenelio zonos, pradedant nuo  $(m + 1)$ -osios (289 pav., a). Taikydami (32.3) formulę, gauname, kad atstojamoji amplitudė taške  $M$  –

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}, \quad (32.6)$$

čia  $A_{m+1}$  –  $(m + 1)$ -osios zonos sukeltų virpesių amplitudė.

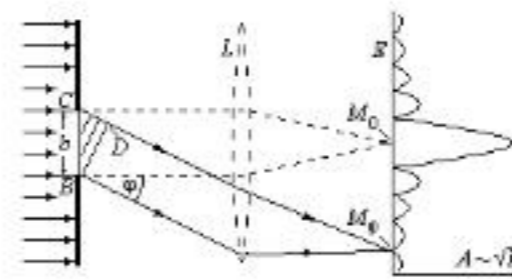


289 pav. Frenelio difrakcija apskritame diske (a) ir jo difrakcinis vaizdas (b)

Šiuo atveju taške  $M$  visada matomas interferencinis maksimumas, t. y. šviesi dėmė, o apie ją – koncentriniai tamsūs ir šviesūs žiedai (289 pav., b).

32.3. Difrakcija plyšyje (Fraunhoferio difrakcija)

Išnagrinėkime *lygiagrečių spindulių* (plokščiosios šviesos bangos) *difrakciją* siaurame plyšyje (290 pav.). Plyšio plotis  $b$ , plyšio ilgis (paveikslu plokštumai statmena kryptimi)  $l \gg b$ . Tarkime, kad monochromatinės ( $\lambda = \text{const}$ ) šviesos spinduliai krinta į plyšį statmenai jam, todėl bangų fazė visuose plyšio taškuose yra vienoda. Difrakciniam vaizdai gauti plyšį praėję spinduliai *glaudžiamuoju lęšiu*  $L$  fokusuojami į ekraną  $E$ . Pagal Hiuigenso principą (žr. 30.1 poskyrį) nuo plyšį pasiekusio bangos fronto taškų šviesa sklinda visomis kryptimis. Pasirinkę kampą  $\varphi$



290 pav. Fraunhoferio difrakcija plyšyje ir šviesos bangos amplitudės  $A$  pasiskirstymas ekrane

difraguojančius spindulius iš taško  $B$  brėžiame į juos statmenį  $BD$ . Lęšis sufokusuoja lygiagrečius kampų  $\varphi$  sklindančius spindulius taške  $M_\varphi$ , taip, kad jų optiniai keliai nuo atkarpos  $BD$  iki taško  $M_\varphi$  yra vienodi, t. y. jų fazių skirtumas lygus nuliui. Todėl interferencijos taške  $M_\varphi$  rezultatas priklauso tik nuo eigos skirtumo  $CD = b \sin \varphi$  ( $\angle CBD = \varphi$ ). Padalijame plyšį į Frenelio zonas, kurios šiuo atveju yra su briauna  $B$  lygiagrečios (t. y. statmenos brėžinio plokštumai) juostelės. Jų skaičius lygus atkarpoje  $CD$  telpančių pusbangių skaičiui:

$$N = \frac{b |\sin \varphi|}{\lambda/2} = \frac{2b |\sin \varphi|}{\lambda}, \quad (32.7)$$

čia  $b$  – plyšio plotis,  $|\sin \varphi|$  – spindulių sklaidimo kampo sinuso absoliutusis dydis (kampas  $\varphi$  gali būti ir teigiamasis, ir neigiamasis),  $\lambda$  – šviesos bangos ilgis.

Taške  $M_\varphi$  gretimųjų zonų sukelti virpesiai yra vienodų amplitudžių ir priešingų fazių, todėl *difrakcijos plyšyje minimumas* (visiškai tamsi juosta) gaunamas esant lyginiam zonų skaičiui, t. y. kai

$$b \sin \varphi = \pm 2m \frac{\lambda}{2} = \pm m\lambda, \quad (32.8)$$

o *difrakcijos plyšyje maksimumas* (atitinkantis vienos Frenelio zonos šviesos bangą) – esant nelyginiam zonų skaičiui:

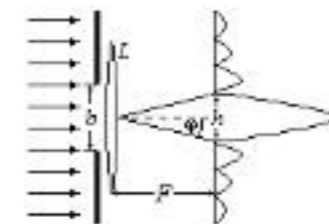
$$b \sin \varphi = \pm (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (32.9)$$

čia  $m = 1, 2, \dots$  – difrakcijos minimumo (maksimumo) eilė.

Šviesos bangos amplitudės pasiskirstymas ekrane pavaizduotas 290 pav. Centrinis maksimumas, kai  $m = 0$ , yra taške  $M_0$ . Kadangi šviesos intensyvumas tiesiog proporcingas amplitudės kvadratui ( $I \sim A^2$ ), šviesos maksimumų, palyginti su centru, intensyvumas didėja labai greitai. Pavyzdžiui,  $I_0 : I_1 : I_2 = 1 : 0,047 : 0,017$ .

Jeigu vyksta ne monochromatinės, o baltosios, t. y. įvairių bangos ilgių, šviesos difrakcija, centrinis maksimumas yra baltas, o aukštesnių eilių maksimumai – spalvoti, nes (32.9) sąlyga tenkina skirtingi kampai  $\varphi$ , atitinkantys skirtingus bangų ilgius  $\lambda$ .

32.2 p a v y z d y s. Į 0,1 mm pločio plyšį statmenai krinta lygiagrečių 600 nm bangos ilgio spindulių pluoštas. Ekranas, į kurį lęšiu  $L$  fokusuojamas difrakcinis vaizdas, yra atstumu  $F = 1$  m nuo lęšio (291 pav.). Raskime centrinio maksimumo plotį  $h$ , t. y. atstumą tarp dviejų pirmosios eilės minimumų. Koks būtų centrinio maksimumo plotis, jei plyšio plotis padidėtų keturgubai?



291 pav. Nulinio difrakcinio maksimumo pločio  $h$  skaičiavimo schema

Duota:  $b = 10^{-4}$  m,  $b' = 4 \times 10^{-4}$  m,  $\lambda = 6 \times 10^{-7}$  m,  $F = 1$  m.

Rasti:  $h, h'$ .

Sprendimas. Rašome difrakcinio minimumo sąlygą (32.8), kai  $m = 1$ :

$$b \sin \varphi = \pm \lambda. \quad (a)$$

Kampas, kuriuo matomas atstumas tarp dviejų simetriškai lęšio pagrindinės optinės ašies atžvilgiu išsidėsčiusių minimumų, lygus  $2\varphi$  (čia  $\pm \varphi$  – pagal (32.8) formulę minimumą atitinkantis kampas). Iš 291 pav. matyti, kad

$$h = 2F \operatorname{tg} \varphi. \quad (b)$$

Kadangi  $\frac{b}{2} \ll F$ ,  $\operatorname{tg} \varphi \approx \sin \varphi$ , iš (a) ir (b) gauname:

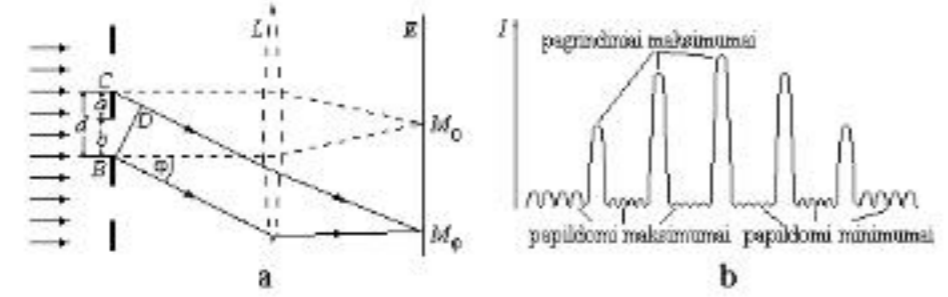
$$h = \frac{2F\lambda}{b} = 0,012 \text{ (m)}, \quad (c)$$

$$h' = \frac{2F\lambda}{b'} = 0,003 \text{ (m)}. \quad (d)$$

Matome, kad mažėjant plyšio pločiui nulinio maksimumo plotis proporcingai didėja. Didėjant plyšio pločiui maksimumo ryškumas didėja. Jeigu  $b \gg \lambda$ , ekrane matomas ryškus plyšio vaizdas, t. y. difrakcija išnyksta. Ryškiausias difrakcinis vaizdas gaunamas, kai  $b \approx (3-5)\lambda$ .

### 32.4. Difrakcija vienmatėje difrakcinėje gardelėje

Vienmatė difrakcinė gardelė – tai daugelio vienodų  $b$  pločio lygiagrečių plyšių, atskirtų vienodo  $a$  pločio neskaidriais tarpais, sistema. Dydis  $d = a + b$  vadinamas difrakcinės gardelės konstanta. Difrakcinis vaizdas gaunamas glaudžiamojo lęšio  $L$  židinio plokštumoje esančiame ekrane  $E$  (292 pav.).



292 pav. Fraunhoferio difrakcija vienmatėje difrakcinėje gardelėje (a) ir šviesos intensyvumo  $I$  pasiskirstymas difrakciniame vaizde (b). Jeigu plyšių skaičius didelis, pagrindinių maksimumų, palyginti su papildomais, intensyvumas yra daug didesnis už pavaižduotąjį

Skaičiuojant minimumų ir maksimumų vaizdą reikia atsižvelgti ir į koherentinių antrinių bangų, sklindančių iš skirtingų plyšių panašiujų taškų (pavyzdžiui,  $B$  ir  $C$ ), interferenciją, ir į kiekvieno plyšio Frenelio zonų skleidžiamų bangų interferenciją.

Kiekvienos gretimų plyšių poros koherentinių šviesos bangų fazių skirtumas taške  $M_φ$  priklauso nuo šviesos bangos ilgio  $\lambda$  ir plyšių geometriškai panašiu taškų (pavyzdžiui,  $B$  ir  $C$ ) skleidžiamų spindulių eigos skirtumo. Dėl šių bangų interferencijos gaunamų pagrindinių difrakcinių maksimumų sąlyga:

$$d \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (32.10)$$

čia  $d$  – difrakcinės gardelės konstanta,  $m = 0, 1, 2, \dots$  – pagrindinio maksimumo eilė.

Jei difrakcinę gardelę sudaro  $N$  plyšių, pagrindinių difrakcinių maksimumų intensyvumas yra  $N^2$  kartų didesnis už vieno plyšio difrakcinio maksimumo intensyvumą.

Pagrindinių difrakcinių minimumų sąlyga ta pati kaip ir difrakcijos pavieniame plyšyje:

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda, \quad (32.11)$$

čia  $b$  – plyšio plotis,  $m = 0, 1, 2, \dots$  – pagrindinio minimumo eilė.

Tarp kiekvienų dviejų pagrindinių maksimumų yra  $(N - 1)$  papildomų minimumų, nuskaitomų sąlyga

$$d \sin \varphi = \pm \left( \frac{n \lambda}{N} \right), \quad (32.12)$$

čia  $n$  – bet koks teigiamasis sveikasis skaičius, išskyrus  $N, 2N, 3N, \dots$ , kai (32.12) sąlyga virsta difrakcinių maksimumų sąlyga (32.10);  $N$  – difrakcinės gardelės plyšių skaičius.

Tarp kiekvienų dviejų pagrindinių maksimumų yra  $(N - 2)$  papildomų maksimumų, kurių intensyvumas daug kartų mažesnis už pagrindinių maksimumų intensyvumą.

Kadangi  $\sin \varphi \leq 1$ , iš (32.10) lygties gauname, kad negali būti  $d < \lambda$ . Difrakcija nevyksta ir jei  $d \gg \lambda$  (šiuo atveju  $\varphi \rightarrow 0$ ).

Pagrindinių maksimumų padėtis priklauso nuo šviesos bangos ilgio, todėl difrakcinė gardelė taikoma šviesos spektrui gauti. Apšviestas gardelę baltąja šviesa, lęšio židinio plokštumoje matomas baltas centrinis maksimumas, o iš abiejų jo pusių – difrakciniai spektrai, kuriuose arčiausiai centro spalva yra violetinė, toliausiai – raudona. Praleidžiant pro gardelę įkaitintų vienatomų dujų arba metalo garų skleidžiamą šviesą (žr. 40 skyrių), gaunamas jos linijinis spektras, susidedantis iš spalvotų skirtingo intensyvumo linijų.

Difrakcinės gardelės kampinė dispersija vadinamas dydis

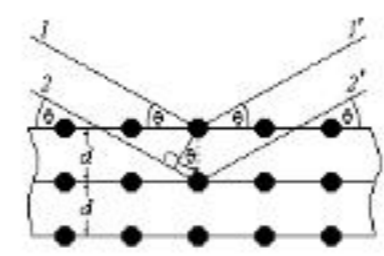
$$D = \frac{\Delta \varphi}{\Delta \lambda}, \quad (32.13)$$

čia  $\Delta \lambda$  – gretimų spektro linijų bangų ilgių skirtumas,  $\Delta \varphi$  – šių linijų tam tikros eilės difrakciniame spektre kampinis nuotolis. Didėjant difrakcinio spektro eilei, didėja gardelės kampinė dispersija.

Šiuolaikinių difrakcinių gardelių konstantos siekia  $8,5 \times 10^{-7}$  m, bendras 0,2 m pločio gardelės plyšių skaičius – apie 200 000.

### 32.5. Difrakcija erdvinėje difrakcinėje gardelėje

Difrakcija vyksta ir erdvinėje difrakcinėje gardelėje. Monokristalų struktūra (žr. 22.1 poskyrį) leidžia laikyti juos erdvinėmis gardelėmis, kuriose plyšiais laikytini elektromagnetinės bangos sklaidantys kristalo mazgai. Kadangi atstumai tarp mazgų yra  $10^{-10}$  m eilės, regimosios šviesos ( $\lambda = (3,8-7,3) \times 10^{-7}$  m) difrakcija kristaluose nebevyksta. Tokiose gardelėse gali difraguoti rentgeno spinduliuotė ( $\lambda = (10^{-9}-10^{-12})$  m). Jos difrakcija plačiai taikoma ir pačios spinduliuotės spektrams analizuoti (rentgeninė spektroskopija), ir kristalų struktūrai tirti (rentgeninė struktūros analizė).



293 pav. Rentgeno spinduliuotės difrakcija kristalinėje gardelėje

Iš 293 pav. matome, kad

$$\delta = 2d \sin \theta, \quad (b)$$

čia  $d$  – atstumas tarp mazgų plokštumų,  $\theta$  – sklendimo kampas.

Taigi difrakcijos erdvinėje gardelėje maksimumų sąlyga –

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad (c)$$

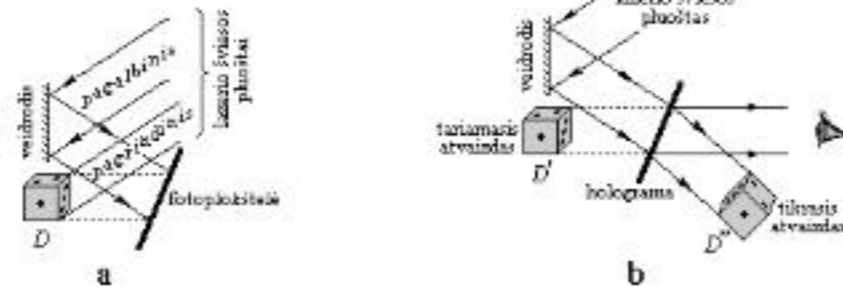
čia  $m = 1, 2, \dots$  – maksimumo eilė.

Rentgeno spinduliuotės difrakciją kristale nusakanti (c) lygtis vadinama *Brego formule*.

### 32.6. Holografijos esmė

*Holografija* vadinamas daiktų erdvinio atvaizdo gavimo metodas, pagrįstas šviesos bangų interferencija. Įprastinė fotografija – tik amplitudinės šviesos bangos charakteristikos registravimas fotoemulsijoje, fotografuojamo objekto paviršiaus apšvietos atvaizdas. Holografijoje fiksuojamos ir amplitudinės, ir fazinės šviesos bangos charakteristikos. Tai leidžia atkurti hologramuojamo objekto šviesos lauko erdvinę struktūrą, t. y. sudaryti optinę objekto kopiją. Aptarkime hologramų gavimo ir vaizdo atkūrimo principą.

Vienas lazerio (žr. 43 poskyrį) monochromatinės šviesos pluoštas (vadinamasis *pagrindinis*) apšviečia objektą  $D$  ir nuo jo išsibarstęs patenka į fotografinę plokštelę  $F$ , o kitas (*pagalbinis*) ateina į ją atsispindėjęs nuo veidrodžio (294 pav., a). Fotografinėje plokštelėje fiksuojamas dviejų koherentinių šviesos pluoštų interferencinis vaizdas. Šį vaizdą (*hologramą*) galima laikyti difrakcine gardele. Išryškintoje fotografinėje plokštelėje ji atrodo kaip sudėtingas labai smulkių pajuodimo maksimumų ir minimumų marginys, išoriškai visiškai nepanašus į objektą.



294 pav. Hologramos (a) ir holografinių atvaizdų (b) gavimo schemas

Objekto  $D$  optiniam vaizdui atkurti holograma peršviečiama to paties lazerio šviesos pluoštu, kurio kritimo į hologramą kampas yra toks pat kaip ir holografavimo metu (294 pav., b). Šis pluoštas difraguoja hologramoje. Susidaro du objekto atvaizdai – tariamasis  $D'$ , esantis hologramos atžvilgiu toje vietoje, kur buvo objektas, ir veidrodinis, tikrasis, tačiau lyg „pakibęs“ ore objekto atvaizdas  $D''$ . Paprastai naudojamos tariamuoju atvaizdu, kuris yra tapatus su objektu – erdvinis ir tokio pat paviršiaus apšvietos pasiskirstymo. Žiūrint į atvaizdą iš skirtingų vietų, vaizdas matomas skirtingais rakursais. Apšviečiant objektą trijų skirtingų spalvų (pavyzdžiui, raudona, žalia ir mėlyna) lazerių spinduliais, galima gauti spalvotą daikto atvaizdą.

Interferencinį vaizdą kiekviename hologramos taške nusako visų objekto taškų išsklaidytoji šviesa, todėl bet kurioje hologramos dalyje „įrašyta“ informacija apie visą objektą. Pagal hologramos dalį galima gauti objekto atvaizdą, bet jo ryškumas bus tuo mažesnis, kuo mažesnė hologramos dalis panaudojama. Taigi holograma kaip informacijos saugojimo priemonė, palyginti su fotografinėmis nuotraukomis, yra daug patikimesnė.

### 33. ŠVIESOS SKLIDIMAS MEDŽIAGOJE

Pagal klasikinę elektroninę teoriją dielektrinėje terpėje sklindančios šviesos kintamasis elektromagnetinis laukas sukelia terpės molekulių surišusių elektronų ir jonų priverstinius svyravimus. Daug masyvesni už elektronus jonai pradeda svyruoti tik veikiant palyginti žemo dažnio infraraudonajai spinduliuotei. Regimosios ir ultravioletinės spinduliuotės dažnių režiuose (žr. 29.8 poskyrį) daugiausia svyruoja vadinamieji *optiniai* išorinių apvalkalų elektronai, kurie silpniausiai surišti su atomo branduoliu. Šviesos veikiami priverstinai svyruojantys elektronai ir jonai spinduliuoja antrines šviesos bangas, kurių dažnis lygus svyravimus sukėlusios šviesos bangos dažniui. Paprastai vidutiniai atstumai tarp terpės molekulių yra daug mažesni už šviesos koherentiškumo nuotolį (žr. 31.1 poskyrį), todėl antrinės bangos yra koherentinės ir interferuoja. Dėl šios interferencijos vienalytėje ir izotropinėje terpėje susidaro sklindančioji banga, kurios fazinis greitis priklauso nuo bangos dažnio, o kryptis sutampa su pradinės bangos kryptimi.

Jei šviesa krinta į dviejų optiškai skirtingų terpių ribą, susidaro atspindėtoji ir lūžusioji bangos. Vadinasi, atsispindėjusią šviesą perspinduliuoja daugiau ar mažiau plono atspindinčio paviršiaus sluoksnio molekulės. Pavyzdžiui, vykstant visiškajam vidaus atspindžiui šviesos banga nenutrūksta optiškai retesnės terpės riboje, o kiek prasiskverbia į terpę, bet šviesos vektorius  $\vec{E}$  eksponentiškai mažėja tolstant nuo terpių ribos gilyn į optiškai retesnę terpę.

Optiškai nevienalytėje terpėje, kurioje nevienalytiškumai pasiskirstę chaotiškai, vyksta šviesos sklaida (žr. 33.4 poskyrį).

#### 33.1. Normalioji ir anomalioji dispersija

*Šviesos dispersija* vadinama šviesos lūžio rodiklio  $n$  (kartu ir šviesos bangos fazinio greičio  $v$ , žr. 29.6 poskyrį) priklausomybė nuo bangos ciklinio dažnio  $\omega$  (arba bangos ilgio  $\lambda$ ):

$$n = f(\omega) = \varphi(\lambda). \quad (33.1)$$

(33.1) lygties grafikas vadinamas *dispersijos kreive*.

Jei dažniui didėjant (bangos ilgiui mažėjant) lūžio rodiklis didėja, t. y.  $\frac{dn}{d\omega} > 0$ , dispersija vadinama *normaliąja*. Ji būdinga šviesai skaidrioms medžiagoms, pavyzdžiui, stiklui spektro regimosios šviesos ruože. Normaliosios dispersijos atveju fazinis bangų greitis  $v$  didesnis už grupinį  $u$ , kuriuo banga perneša energiją, t. y.  $v > u$ . Jei dažniui mažėjant (bangos ilgiui didėjant) lū-

žio rodiklis didėja, t. y.  $\frac{dn}{d\omega} < 0$ , dispersija vadinama *anomaliją*. Ji vyksta tokiam dažnių ruože, kur medžiaga intensyviai sugeria šviesą (paprastojo stiklo – tai infraraudonoji ir ultravioletinė spinduliuotės). Kai dispersija anomalioji,  $v < u$ .

Dėl dispersijos baltąją (heterochrominę) šviesą prizmė išskaido į *spektrą*. Elektromagnetinių bangų spektras aptartas 29.8 poskyryje. Optiniu spektru vadinama šviesos intensyvumo priklausomybė nuo dažnio arba bangos ilgio. Nagrinėjant spektro grafikus, reikia atsižvelgti į ciklinio dažnio, dažnio ir bangų ilgio sąsają  $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi c}{\lambda}$  (čia  $c$  – šviesos greitis vakuume).

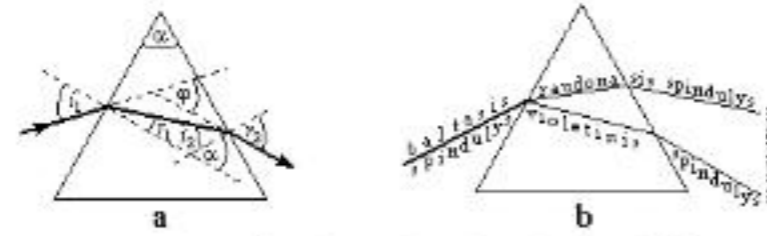
Optiniai spektrai plačiai taikomi ir kokybinėje, ir kiekybinėje spektrinėje analizėje.

**33.1 p a v y z d y s.** Baltosios šviesos spindulys kampu  $i$  krinta į prizmę, kurios medžiagos santykinis lūžio rodiklis  $n$ , laužiamasis kampas  $\alpha$ . Raskime nuokrypio kampą  $\varphi$  tarp į prizmę krintančio ir iš jos po dviejų lūžių išėjusio spindulio (295 pav., a).

*Sprendimas.* Iš brėžinio gauname:

$$\varphi = (i_1 - r_1) + (r_2 - i_2) = i_1 + r_2 - \alpha, \quad (a)$$

nes  $\alpha = r_1 + i_2$ .



295 pav. Monochromatinės šviesos dispersija prizmeje (a) ir baltos (heterochrominio) spindulio skaidymas į spektrą (b)

Į (a) lygtį įrašę kampus  $i_1$  ir  $r_2$ , išreikštus lūžio rodikliu  $n$  ir kampais  $i_2$  bei  $r_1$ , gauname nuokrypio kampą  $\varphi$ :

$$\varphi = \arcsin(n \sin r_1) + \arcsin[n \sin(\alpha - r_1)] - \alpha. \quad (b)$$

Diferencijuoję (b) ir prilyginę išvestinę nuliui, gauname, kad mažiausias nuokrypio kampas yra esant simetriškam spindulio keliui prizmeje, t. y. jeigu

$$r_1 = i_2 = \alpha - r_1 = \frac{\alpha}{2}. \quad (c)$$

Mažiausias nuokrypio kampas –

$$\varphi_{\min} = 2i_{1\min} - \alpha.$$

Jeigu prizmės laužiamasis kampas yra tiek mažas, kad kampų sinusus galima pakeisti radianais išreikštais kampais, (b) lygtis atrodo taip:

$$\varphi_{\min} = \alpha(n-1). \quad (d)$$

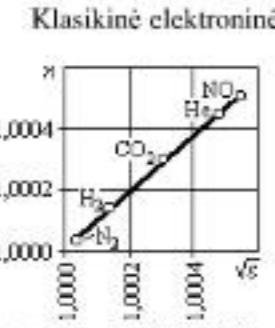
Dėl dispersijos vykstantis baltosios šviesos skaidymas į spektrą pavaizduotas 295 pav., b. Mažiausiai laužiami didžiausių bangų ilgių (raudonieji) spinduliai, daugiausiai – violetiniai.

33.2• Klasikinė elektroninė šviesos dispersijos teorija

Nagrinėdami elektromagnetinių bangų (tarp jų šviesos) sklidimą terpėse (žr. 29.6 poskyrį), gavome, kad terpės absoliutusias lūžio rodiklis –

$$n_0 = \sqrt{\epsilon\mu}. \quad (33.2)$$

čia  $\epsilon$  ir  $\mu$  – terpės santykinės dielektrinė ir magnetinė skvarbos.



296 pav. Kai kurių dujų n ir sqrt(epsilon) sąsaja

Klasikinė elektroninė šviesos dispersijos teorija taikytina optiškai skaidrioms terpėms, kurių absoliutusias lūžio rodiklis artimas vienetui, vadinasi,  $\epsilon \approx 1$ ,  $\mu \approx 1$  (pavyzdžiui, dujoms, žr. 30 lentelę). Kai kurių dujų lūžio rodiklio  $n$  ir kvadratinės šaknies iš santykinės dielektrinės skvarbos  $\sqrt{\epsilon}$  sąsaja grafiškai pateikta 296 pav. (33.2) lygtis galioja ir kai kuriems skysčiams (pavyzdžiui, benzolui, skystajam toluolui), bet daugeliui medžiagų  $\sqrt{\epsilon} \gg n$ . Pavyzdžiui, vandens  $\epsilon = 81$ , o  $n^2 = 1,78$ .

Dispersija terpėse aiškinama santykinės elektrinės skvarbos  $\epsilon$  priklausomybe nuo sklindančios šviesos bangos dažnio  $\nu$  (arba ciklinio dažnio  $\omega = 2\pi\nu$ ). Išnagrinėkime šį reiškinį nuodugniau.

Terpėje sklindančios šviesos bangos elektrinis ir magnetinis laukai daugiausia veikia terpės molekules optinius elektronus. Elektriniame lauke juos veikia jėga  $\vec{F} = -e\vec{E}$  (žr. 23.3 poskyrį), magnetiniame – Lorencio jėga  $\vec{F}_L = -e[\vec{v} \times \vec{B}]$  (žr. 26.1 poskyrį). Kadangi  $F \gg F_L$  (žr. 33.2 pavyzdį), Lorencio jėgos galima nepaisyti. Toliau paprastumo dėlei nagrinėsime molekules, kuriose

yra vienas optinis elektronas. Jį veikia harmoninė jėga  $F = -|e|E_0 \cos \omega t$  ir kvazitamprioji (žr. 13.1 poskyrį) sąveikos su kita molekules dalimi jėga  $F_{\text{suap.}} = -kx = -\omega_0^2 m_e x$  (čia  $m_e$  – elektrono masė,  $\omega_0$  – ciklinis jo laisvųjų (savųjų) svyravimų dažnis,  $x$  – elektrono nuokrypis nuo pusiausvyros padėties). Jeigu nepaisoma svyruojančio elektrono energijos nuostolių, kuriuos formaliai galima laikyti pasipriešinimo jėgos darbu, elektrono svyravimų diferencialinė lygtis yra tokia:

$$m_e \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 m_e x = -|e|E_0 \cos \omega t. \quad (33.3)$$

Šios diferencialinės lygties dalinis sprendinys

$$x = \frac{|e|E_0 \cos \omega t}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2)} = \frac{|e|E}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2)} \quad (33.4)$$

išreiškia harmoningai svyruojančio optinio elektrono nuokrypio priklausomybę nuo laiko.

Elektrono nuokrypis sukelia molekules poliarizaciją (žr. 24.3 poskyrį, 182 pav.), molekule įgyja dipolinį momentą (žr. 24.2 poskyrį):

$$p_e = |e|x = \frac{e^2 E}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (33.5)$$

Jei terpės molekulių koncentracija yra  $n_w$ , terpės poliarizuotumas (žr. 24.4 poskyrį) –

$$P_e = n_w p_e = \frac{n_w e^2 E}{m_e(\omega_0^2 - \omega^2)}. \quad (33.6)$$

Iš (24.8) ir (24.17) lygčių gauname:

$$P_e = \epsilon \epsilon_0 E = (1 + \epsilon) \epsilon_0 E. \quad (33.7)$$

Iš (33.7) išreiškiame santykinę dielektrinę skvarbą:

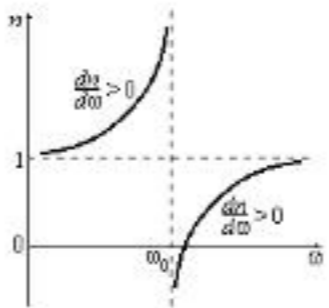
$$\epsilon = 1 + \frac{P_e}{\epsilon_0 E}, \quad (33.8)$$

arba, atsižvelgus į (33.2), –

$$n_0^2 = 1 + \frac{P_e}{\epsilon_0 E}. \quad (33.9)$$

Į (33.9) įrašome (33.6) ir traukiame kvadratinę šaknį:

$$n_0 = \sqrt{1 + \frac{n_w e^2}{\epsilon_0 m_e (\omega_0^2 - \omega^2)}}. \quad (33.10)$$



297 pav. Teorinė terpės lūžio rodiklio n priklausomybė nuo šviesos bangos ciklinio dažnio omega (normalioji dispersija)

Matome, kad terpės lūžio rodiklis priklauso nuo jos savybių (molekulių koncentracijos  $n_w$  bei elektronų savųjų svyravimų ciklinio dažnio  $\omega_0$ ) ir nuo šviesos bangos ciklinio dažnio  $\omega$ . Vadinasi, (33.10) lygtis kiekviškai išreiškia terpės dispersiją. Šios lygties grafikas pateikiamas 297 pav. Grafiko trūkis atitinka vadinamąjį rezonansinį ciklinį dažnį  $\omega_{\text{rez.}} = \omega_0$  (čia  $\omega_0 = \frac{k}{m_e}$  – optinio elektrono savųjų svyravimų ciklinis dažnis). Teoriškai gaunamas lūžio rodiklio šuolis nuo  $+\infty$  iki  $-\infty$  neturi fizikinės prasmės ir yra pasirinkto modelio, kuriame nepaisoma pasipriešinimo jėgos, trūkumas.

Tikslesniame modelyje atsižvelgiama į tai, kad svyruojantis elektronas netenka energijos, tarsi jį veiktų tiesiog proporcinga greičiui pasipriešinimo jėga  $F_{\text{pas.}} = -\mu v = -\mu \frac{dx}{dt}$ .

Irašykime ją į (33.3) lygtį (perkeliant į kairiąją lygties pusę keičiasi jėgos ženklas):

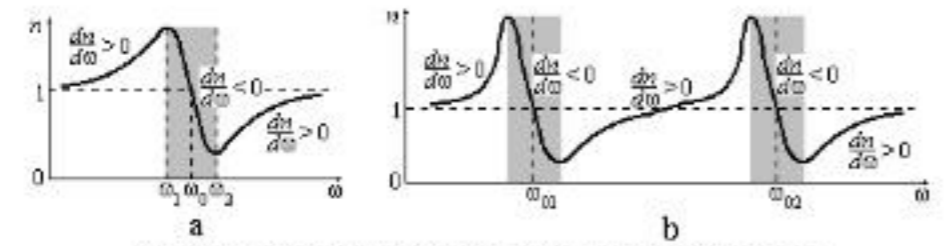
$$m_e \frac{d^2 x}{dt^2} + \mu \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 m_e x = -|e| E_0 \cos \omega t. \quad (33.11)$$

Šios lygties sprendinys (taikant skleidimą  $\sqrt{1+x} \cong 1 + \frac{x}{2}$ , kai  $x \ll 1$ ) –

$$n \cong 1 + \frac{n_0 e^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{2 \epsilon_0 m_e [(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4 \beta^2 \omega^2]}, \quad (33.12)$$

čia  $2\beta = \frac{\mu}{m_e}$ .

(33.12) lygties grafikas schemiškai pavaizduotas 298 pav., a.



298 pav. Normalioji ir anomalioji dispersija, kai terpės molekulėse yra vienas (a) ir du (b) optiniai elektronai

Šiame grafike nėra funkcijos trūkio,  $n(\omega_0) = 1$ , o ciklinių dažnių ruože nuo  $\omega_1$  iki  $\omega_2$  (298 pav., a patamsinta) dispersija yra anomalioji ( $\frac{dn}{d\omega} < 0$ ). Tokiuose dažnių ruožuose šviesa sugerama, atsiranda absorbcijos juosta.

Jeigu terpės molekulėse yra keli optiniai elektronai, kurių jungtis su molekule skirtinga, susidaro kelios absorbcijos juostos (298 pav., b, pavaizduota  $n(\omega)$  priklausomybė, kai molekulėje yra du optiniai elektronai).

Skaidriųjų terpių elektronų savųjų svyravimų cikliniai dažniai didesni už regimosios šviesos bangos dažnius, t. y. tokių medžiagų  $\omega_0 \gg \omega$  (pavyzdžiui, oro molekulių optinių elektronų savųjų svyravimų cikliniai dažniai atitinka ultravioletinę spektro dalį). Šiose terpėse regimosios šviesos lūžio rodikliai  $n > 1$  (298 pav. – kairiosios grafikų dalys iki absorbcijos juostos).

Terpės jonai daug masyvesni už elektronus, todėl jonų savųjų svyravimų dažniai yra daug mažesni, jie atitinka ilgabangę infraraudonąją šviesą ir neturi įtakos regimosios šviesos  $n(\omega)$  priklausomybei. Būtent jonų mažų dažnių svyravimų įtaka paaiškinamos didelės kai kurių skaidriųjų skysčių, tarp jų vandens, santykinės dielektrinės skvarbos reikšmės.

33.2 p a v y z d y s. Įrodykime, kad terpės, kurios  $\epsilon \cong 1$ ,  $\mu \cong 1$ , molekulių optinius elektronus elektriniame lauke veikianti jėga  $\vec{F} = -|e|\vec{E}$  yra daug didesnė už magnetiniame lauke veikiančią Lorencio jėgą  $\vec{F}_L = -|e|[\vec{v} \times \vec{B}]$ . Optinių elektronų greitis atome  $v \ll c$ .

Sprendimas. Raskime jėgų santykį:

$$\frac{F}{F_L} = \frac{E}{vB}, \quad (a)$$

čia laikome  $\sin \alpha = 1$  ( $\alpha$  – kampas tarp vektorių  $\vec{v}$  ir  $\vec{B}$ ).

Kadangi  $B = \mu\mu_0 H$ , (a) lygtį rašome taip:

$$\frac{F}{F_L} = \frac{E}{v\mu\mu_0 H}, \quad (b)$$

Iš (29.59) –

$$\frac{E}{H} = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\epsilon\epsilon_0}}, \quad (c)$$

[rašome (c) į (b):

$$\frac{F}{F_L} = \frac{\sqrt{\mu\mu_0}}{v\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}} = \frac{1}{v\sqrt{\epsilon\epsilon_0}\sqrt{\mu\mu_0}}. \quad (d)$$

Pagal pavyzdžio sąlygą  $\epsilon \cong 1$ ,  $\mu \cong 1$ , o  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = c$  (žr. (29.57) lygtį), todėl

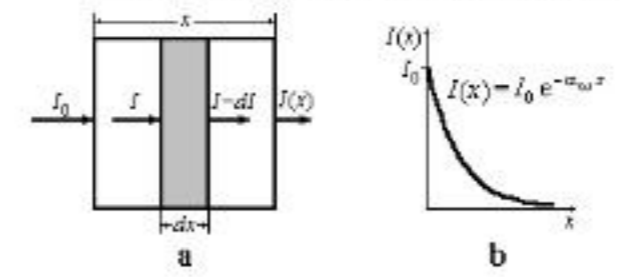
$$\frac{F}{F_L} \cong \frac{c}{v} \gg 1. \quad (e)$$

Taigi nagrinėjant šviesos bangos poveikį optiniams elektronams Lorencio jėgos galima nepaisyti.

### 33.3. Šviesos sugertis (absorbcija)

Šviesai sklindant terpėje šviesos bangos energija mažėja, nes ji virsta kitų rūšių energija (vidine, atomų bei molekulių jonizacijos, fotochemine arba kitos spektrinės sudėties antrinių šviesos bangų energija). Šis reiškinys vadinamas *šviesos sugertimi (absorbcija)*.

Tarkime, kad terpėje  $x$  ašies kryptimi sklinda plokščioji šviesos banga (299 pav., a). Terpės sluoksnyje  $dx$  šviesos (elektromagnetinės bangos) intensyvumas  $I$  (žr. 29.7 poskyrį) pakinta dydžiu  $-dI$ , t. y. sumažėja. Šis intensyvumo sumažėjimas turi būti tiesiog proporcingas pačiam intensyvumui ir terpės sluoksnio storiiui:



299 pav. Schema šviesos sugerčiai terpėje skaidriuoju (a) ir Bugero dėsnas (b)

$$dI = -\alpha_\omega I dx, \quad (33.13)$$

čia  $\alpha_\omega$  – nuo terpės savybių ir šviesos dažnio priklausantis *sugerties koeficientas*. Jo SI matavimo vienetas  $[\alpha_\omega] = m^{-1}$ .

(33.13) diferencialinę lygtį rašome

taip:

$$\frac{dI}{I} = -\alpha_\omega dx, \quad (33.14)$$

(33.14) integruojame, laikydami, kad koordinatę  $x = 0$  atitinka intensyvumas  $I_0$ :

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\alpha_\omega \int_0^x dx, \quad (33.15)$$

arba

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\alpha_\omega x. \quad (33.16)$$

Iš (33.16) lygties gauname *Bugero dėsnį*, nusakantį šviesos intensyvumo sumažėjimo absorbuojančioje terpėje priklausomybę nuo terpės savybių ir sluoksnio storio:

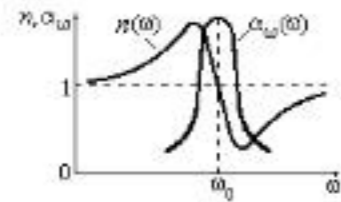
$$I(x) = I_0 e^{-\alpha_\omega x}. \quad (33.17)$$

Matome, kad terpėje sklindančios šviesos intensyvumas eksponentiškai mažėja. (33.17) funkcijos grafikas pateiktas 299 pav., b.

Šviesos sugertį nedidelės koncentracijos tirpaluose nusako *Bugero ir Bero dėsnis*:

$$I(x) = I_0 e^{-\alpha c x}, \quad (33.18)$$

čia  $c$  – absorbuojančios medžiagos koncentracija.



300 pav. Dispersijos kreivė  $n(\omega)$  ir absorbcijos spektras  $\alpha(\omega)$

Sugerties koeficiento priklausomybė nuo šviesos bangos dažnio (arba bangos ilgio)  $\alpha_\omega(\omega)$  vadinama *absorbcijos spektru*. Sugerties koeficientas  $\alpha_\omega$  didėja šviesos cikliniam dažniui  $\omega$  artėjant į rezonansinį ciklinį dažnį  $\omega_0$ .

300 pav. absorbcijos spektras  $\alpha_\omega(\omega)$  schemiškai sugretinamas su dispersijos kreive  $n(\omega)$ .

Vienatomių dujų bei metalų garų absorbcijos spektrai yra *linijiniai* ir atrodo kaip siauros juodos linijos išsistinio spektro fonc.

Absorbcijos linijos plotis  $\Delta\omega \approx (10^{20} - 10^{21}) \text{ Hz}$  eilės,  $\Delta\lambda \approx (10^{-11} - 10^{-12}) \text{ m}$ .

*Molekulinių* absorbcijos spektrų, kuriuos lemia atomų virpesiai molekulėse bei molekulių sukimasis (rotacija), absorbcijos juostų plotis  $\Delta\omega \approx (10^{16} - 10^{19}) \text{ Hz}$ ,  $\Delta\lambda \approx (10^{-7} - 10^{-10}) \text{ m}$ .

Dielektrikų sugerties koeficientai nedideli,  $(10^{-1} - 10^{-3}) \text{ m}^{-1}$  eilės, bet dielektrikams būdinga plačios absorbcijos juostos.

Metaluose šviesos bangos elektrinio lauko veikiamų elektronų judėjimas sukuria didelio dažnio elektros srovės, kurių energija virsta Džaulio ir Lenco šiluma (žr. 25.4 poskyrį), todėl šviesos bangos energija intensyviai sugerinama, metalai iš esmės yra optiškai neskaidrūs.

Aplinkosaugoje taikoma infraraudonosios spinduliuotės absorbcija naftos produktų koncentracijai nuotekų vandenyje nustatyti. Naftos produktų  $\text{CH}_2$  grupės absorbcijos juostos maksimumas atitinka bangos ilgį  $\lambda = 3,4 \times 10^{-6} \text{ m}$ .

Ekologiniu požiūriu labai svarbi ultravioletinės Saulės spinduliuotės sugertis atmosferos ozono sluoksnyje aptarta 36.7 poskyryje.

**33.3 p a v y z d y s.** Anglijoje sukurta automobilių išmetamųjų dujų analizės sistema. Vienoje gatvės pusėje automobilių išmetų vamzdžio lygyje yra ultravioletinių spindulių šaltinis, o kitoje – atšvaitas. Atspindėtasis spindulys analizuojamas, pagal absorbcijos juostų padėtį spektre nustatoma išmetų cheminė sudėtis, registruojama padidėjusi kenksmingų medžiagų koncentracija. Kodėl dujiniam teršalams nustatyti sistemoje naudojami ultravioletiniai spinduliai?

*Sprendimas.* Nuodingosios dujos beveik nesugeria regimosios šviesos, bet sugeria ultravioletinę. Be to, regimojoje spektro dalyje jautiklis registruotų labai daug pašalinių signalų.

### 33.4. Šviesos sklaida

*Šviesos sklaida* vadinamas šviesos transformavimo terpėje reiškinys, kai pakinta šviesos sklaidimo kryptis ir pasireiškia nesavaiminis terpės švytėjimas. Sklaida vyksta optiškai nevienalytėje terpėje. Tokios terpės lūžio rodiklis skirtinguose taškuose yra skirtingas dėl terpės tankio ir izotropijos fluktuacijų (*molekulinė sklaida*) arba dėl terpėje esančių smulkių pašalinės medžiagos dalelių (*sklaida drumstajame terpėje*).

Molekulinė sklaida vyksta, kai terpės nevienalytiškumų matmenys daug mažesni už šviesos bangos ilgį. Pagal *Reilėjaus dėsnį* išsklaidytos šviesos intensyvumas yra atvirkščiai proporcingas sklaidomos šviesos bangos ilgiui ketvirtuoju laipsniu:

$$I_\lambda \sim \lambda^{-4}, \quad (33.19)$$

Pavyzdžiui, mažesnių bangų ilgių žydraji šviesa išsklaidoma daugiau už raudonąją, todėl giedras dangus yra žydros spalvos. Saulei tekant arba leidžiantis tiesioginiuose spinduliuose dominuoja mažiau išsklaidyta raudonoji šviesa, tai nulemia saulėtekio ir saulėlydžio dangaus spalvą. Atmosferos tankio fluktuacijos, kartu ir šviesos sklaidos intensyvumas, didėja temperatūrai didėjant. Todėl giedrą vasaros dieną dangus yra sodresnės spalvos nei žiemą.

Drumstoji terpė (dūmai, rūkas, suspensijos, emulsijos), kurios nevienalytiškumai mažesni už šviesos bangos ilgį, irgi išsklaido šviesą pagal Reilėjaus dėsnį. Didėjant išsklaidytosios šviesos bangos ilgiui  $\lambda$  intensyvumas kinta pagal dėsnį  $I_\lambda \sim \lambda^{-k}$  (čia  $k < 4$  ir mažėja didėjant nevienalytiškumų matmenims  $r$ ). Jeigu  $r \gg \lambda$ , sklaidomos ir išsklaidytosios šviesos spektrai iš esmės sutampa. Pavyzdžiui, taip aiškinama balta debesų spalva.

Draudžiamieji šviesoforų, automobilių stabdymo signalai yra raudoni, nes tokią šviesą mažiau išsklaido dulksės ar rūkas.

**33.4 p a v y z d y s.** Apskaičiuokime, kiek kartų atmosferos išsklaidytos žydros šviesos ( $\lambda_z = 4,0 \times 10^{-7} \text{ m}$ ) intensyvumas yra didesnis už išsklaidytos raudonosios ( $\lambda_r = 6,5 \times 10^{-7} \text{ m}$ ). Tarkime, kad abiem atvejais sklaidomos šviesos intensyvumai yra vienodi.

*Duota:*  $\lambda_z = 4,0 \times 10^{-7} \text{ m}$ ,  $\lambda_r = 6,5 \times 10^{-7} \text{ m}$ .

*Sprendimas.* Išsklaidytų šviesų intensyvumų santykį apskaičiuojame pagal (33.19):

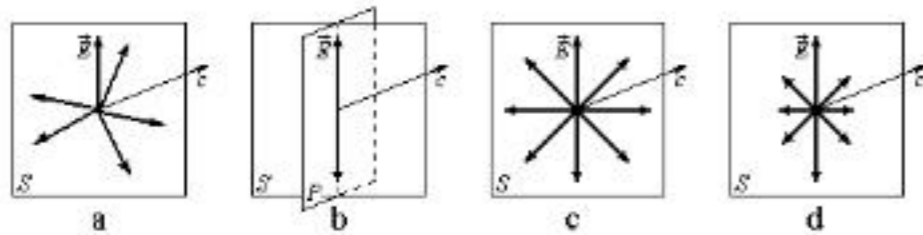
$$\frac{I_{\lambda_z}}{I_{\lambda_r}} = \left(\frac{\lambda_r}{\lambda_z}\right)^4 = 7. \quad (a)$$

Matome, kad žydra šviesa išsklaidoma daug daugiau už raudonąją.

### 34. ŠVIESOS POLIARIZACIJA

#### 34.1. Natūralioji ir poliarizuotoji šviesa

Šviesos šaltinių (išskyrus lazerius) skleidžiama šviesa yra daugelio įvairiai orientuotose plokštumose plokščiai poliarizuotų (žr. 29.6 poskyrį) elektromagnetinių bangų vorų (žr. 31.1 poskyrį) visuma. Tokių vorų šviesos vektoriai  $\vec{E}$  (kartu ir magnetinio lauko stiprio vektoriai  $\vec{H}$ ) svyruoja skirtingomis kryptimis, kurios chaotiškai keičiasi per trumpą ( $10^{-8}$  s eilės) laiką. Jei nėra viena iš šių krypčių nėra išskirtinė, šviesa vadinama *natūraliąja (nepoliarizuotąja)*. Jei šviesos vektorius  $\vec{E}$  svyruoja tik vienoje plokštumoje, šviesa vadinama *plokščiai (tiesiai) poliarizuota*. Galima ir kitokia šviesos poliarizacija, pavyzdžiui, *apskritinė* (vektorius  $\vec{E}$  tolygiai sukasi apie šviesos sklidimo kryptį) arba *elipsinė* (vektorius  $\vec{E}$  kryptis ir ilgis kinta taip, kad vektoriaus galas brėžia erdvėje elipsiškai cilindrinę spiralę).



301 pav. Šviesos vektorius svyravimų kryptys nepoliarizuotoje šviesoje (a), plokščiai (b), apskritai (c), elipsiškai (d) poliarizuotoje šviesoje

Vektoriaus  $\vec{E}$  projekcijos į šviesos sklidimo kryptį  $c$  statmeną plokštumą  $S$  natūraliojoje šviesoje pavaizduotos 301 pav., a, poliarizuotoje plokščiai – 301 pav., b, apskritai – 301 pav., c, elipsiškai – 301 pav., d.

Per šviesos sklidimo kryptį ir vektorių  $\vec{E}$  nubrėžta plokštuma vadinama *poliarizacijos plokštuma P* (ji yra statmena plokštumai  $S$  ir pavaizduota tik 301 pav., b).

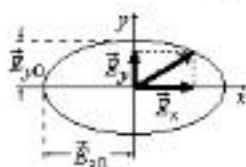
Sudėkime du tarpusavyje statmenus vienodo dažnio ir fazių skirtumo  $\phi$  harmoninius šviesos vektoriaus svyravimus, kuriuos išreiškia lygtys  $E_x = E_{x0} \cos \omega t$  ir  $E_y = E_{y0} \cos(\omega t + \phi)$ . Jų sumą nusako lygtis

$$\left(\frac{E_x}{E_{x0}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{y0}}\right)^2 - 2\frac{E_x E_y}{E_{x0} E_{y0}} \cos \phi = \sin^2 \phi. \quad (34.1)$$

Jeigu fazių skirtumo  $\phi$  reikšmė chaotiškai kinta (svyravimai nekoherentiniai), atstojamasis vektorius  $\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y$  keisis šuoliškai ir chaotiškai. Todėl nepoliarizuotąją šviesą galima vaizduoti kaip dviejų nekoherentinių tarpusavyje statmenose plokštumose plokščiai poliarizuotų elektromagnetinių bangų sanklotą.

34.1 p a v y z d y s. Gaukime įvairius poliarizacijos atvejus taikydami (34.1) formulę.

Sprendimas. 1) Jei  $\phi = \frac{\pi}{2} \pm n\pi$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ),  $\cos \phi = 0$ ,  $\sin \phi = 1$ , ir iš (34.1) –



302 pav. 30.1 pavyzdžio (a) lygties dydžių grafinis vaizdas

$$\left(\frac{E_x}{E_{x0}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{y0}}\right)^2 = 1. \quad (a)$$

Kai  $E_{x0} \neq E_{y0}$ , (a) yra elipsės, kurios pusašiai lygūs  $E_{x0}$  ir  $E_{y0}$ , lygtis (302 pav.). Atstojamasis šviesos vektorius sukasi elipsiškai cilindrine spirale, vadinasi, šviesa yra elipsiškai poliarizuota.

Kai  $E_{x0} = E_{y0}$ , (a) yra apskritimo lygtis, šviesa yra apskritai poliarizuota.

2) Jei  $\phi = \pm n\pi$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ),  $\cos \phi = \pm 1$ ,  $\sin \phi = 0$ , ir iš (34.1) –

$$\frac{E_x}{E_{x0}} \pm \frac{E_y}{E_{y0}} = 0. \quad (b)$$

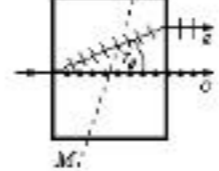
Šiuo atveju  $E_y = k E_x$  (čia  $k = \pm \frac{E_{y0}}{E_{x0}}$ ), t. y. atstojamasis vektorius svyruoja išilgai tiesės,

kuri su  $x$  ašimi sudaro kampą  $\alpha = \arctg k$ . Vadinasi, šviesa yra tiesiškai poliarizuota.

#### 34.2. Dvejopas šviesos lūžimas kristaluose. Nikolio prizmė

Dauguma kristalų yra optiškai anizotropiniai (turi nevienodas optines savybes skirtingomis kryptimis, žr. 22.2 poskyrį). Šių kristalų lūžio rodiklis priklauso nuo šviesos vektoriaus  $\vec{E}$  krypties. Tokie yra *vienašiai* ir *dviašiai* kristalai, kuriuose vyksta *dvejopas šviesos lūžimas*: į kristalo paviršių krįstantis šviesos spindulys suskyla į du lūžusius spindulius. Kristalo *optinė ašis* vadinama tokia kryptis optiškai anizotropiniame kristale, kuria sklindantis spindulys nelūžta dvejopai.

Vienašiuose kristaluose *paprastasis spindulys (o)* lūžta pagal įprastą lūžimo dėsnį (žr. 30.1 poskyrį), šio spindulio greitis  $v_o = \frac{c}{n_o}$  (čia absoliutusias lūžio rodiklis  $n_o = \text{const}$ ).



303 pav. Dvejopas šviesos lūžimas vienašiam kristale

*Nepaprastasis spindulys (e)* lūžta ne pagal lūžimo dėsnį, nes šio spindulio greitis kristale  $v_e = \frac{c}{n_e}$ , o lūžio rodiklis  $n_e$ , kartu ir lūžio kampas  $r_e$ , priklauso nuo spindulio krypties optinės ašies  $MN$  atžvilgiu (303 pav.).

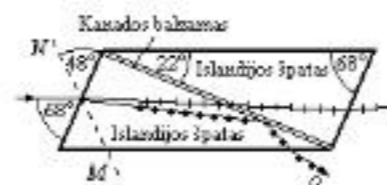
Ir paprastas, ir nepaprastasis spinduliai yra plokščiai poliarizuoti. 303 pav. paprastojo spindulio vektoriaus  $\vec{E}_o$  kryptis, statmena paveiklo plokštumai, pažymėta taškais, o nepaprastojo spindulio vektoriaus  $\vec{E}_e$  esančio paveiklo plokštumoje, kryptis pažymėta brūkšniais (čia laikoma, kad abu spinduliai ir kristalo optinė ašis  $MN$  yra paveiklo plokštumoje).

Kai kurių anizotropinių kristalų paprastojo ir nepaprastojo spindulių lūžio rodikliai pateikti 34.1 lentelėje.

34.1 lentelė

Kristalas	$n_o$	$n_e$	Kristalas	$n_o$	$n_e$
Ledas	1,309	1,313	kalцитas	1,658	1,486
Kvarcas	1,544	1,553	dolomitas	1,681	1,500

Dvejopo šviesos lūžimo reiškinys taikomas šviesai poliarizuoti. Aptarkime *Nikolio prizmės* veikimą. Islandijos špato kristalo prizmė perpjaunama įstrižai pusiau, ir pusės suklijuojamos specialiais klijais – Kanados balzamu, kuris yra izotropinis ir skaidrus regimajai šviesai.



304 pav. Šviesos poliarizacija Nikolio prizmėje

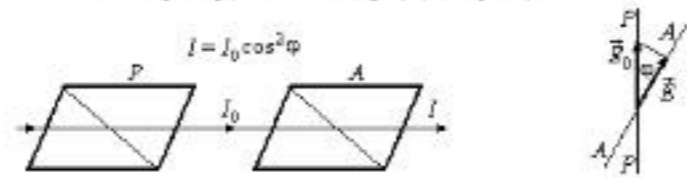
Kristalo prizmių kampai ir optinės ašies  $MN$  padėtis prizmės briaunų atžvilgiu pavaizduoti 304 pav. Nepoliarizuotasis spindulys suskyla prizmėje į poliarizuotuosius paprastąjį  $o$  ( $n_o = 1,659$ , kai šviesos bangos ilgis  $\lambda = 589,3$  nm) ir nepaprastąjį  $e$  ( $n_e = 1,486$ ) spindulius. Kanados balzamo lūžio rodiklis  $n = 1,550$ , t. y.  $n < n_o$ , todėl paprastas spindulys nuo Kanados balzamo sluoksnio visiškai atsispindi (žr. 30.2 poskyrį) ir išeina pro šoninę prizmės sieną arba sugeriamas jos juodosios dangos sluoksnyje, o nepaprastasis ( $n > n_e$ )

pracina Kanados balzamo sluoksnį, antrąją prizmės dalį ir lūžęs išcina iš jos beveik lygiagrečiai su į prizmę krintančiu spinduliu. Spindulių eiga Nikolio prizmėje schemiškai pavaizduota 304 pav. Taigi Nikolio prizmė gali būti taikoma kaip šviesą poliarizuojantis prietaisas – *poliarizatorius*.

Galimi ir kitokie poliarizuojančių prizmių variantai, pavyzdžiui, iš stiklo ir Islandijos špato. Plokščiai poliarizuota šviesa taip pat gali būti gaunama praleidžiant natūraliąją šviesą pro *poliaroidą* – skaidrią plėvelę, į kurią įterpta vienodai orientuotų labai smulkių vienašių kristaliukų.

34.3. Maliu dėsnis

Išnagrinėkime atvejį, kai pro vieną poliarizuojančią prizmę (*poliarizatorių P*) praėjusi tiesiai poliarizuota šviesa krinta į kitą (*analizatorių A*) (305 pav.).



305 pav. Maliu dėsnis

Tarkime, kad iš poliarizatoriaus *P* išėjusios, t. y. į analizatorių *A* krintančios poliarizuotos šviesos intensyvumas  $I_0$  (šviesos vektoriaus amplitudė –  $\vec{E}_0$ ). Kampas tarp poliarizatoriaus ir analizatoriaus poliarizacijos plokštumų yra  $\phi$ . Iš brėžinio matyti, kad analizatorius praleidžia tik šviesos vektoriaus amplitudės dedamąją

$$E = E_0 \cos \phi. \tag{34.2}$$

Šviesos intensyvumas tiesiog proporcingas šviesos vektoriaus amplitudės kvadratui ( $I \sim E^2$ ), todėl pakėlę (34.2) lygtį kvadratu gauname:

$$I = I_0 \cos^2 \phi. \tag{34.3}$$

(34.3) lygtis išreiškia *Malio dėsnį: iš analizatoriaus išėjusios šviesos intensyvumas I lygus į analizatorių įėjusios poliarizuotos šviesos intensyvumui I\_0, padaugintam iš kampo phi tarp poliarizatoriaus ir analizatoriaus poliarizacijos plokštumų kosinuso kvadrato.*

Dviejų poliarizuojančių prizmių sistema taikoma poliarizuotajai šviesai analizuoti (žr. 34.5 poskyrį).

Jeigu į analizatorių krinta iš dalies poliarizuota šviesa, jos poliarizacijos laipsnis *p* nuskaitomas formule

$$p = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}, \tag{34.4}$$

čia  $I_{max}$  ir  $I_{min}$  – didžiausias ir mažiausias šviesos intensyvumas, gaunami sukant analizatorių apie ašį, sutampančią su tiriamos šviesos spindulio kryptimi.

34.4. Atsispindėjusios ir lūžusios šviesos poliarizacija

Eksperimentai rodo, kad natūraliajai šviesai krintant į dielektrikus skiriančią ribą ir atsispindėjusi, ir lūžusi šviesa yra iš dalies poliarizuota. Nagrinėdami elektromagnetinių bangų, tarp jų ir šviesos, atspindį ir lūžimą (žr. 30.3 poskyrį), išvedėme bangos komponentės, kurios vektorius  $\vec{E}_\parallel$  yra kritimo plokštumoje, ir bangos komponentės, kurios vektorius  $\vec{E}_\perp$  yra statmenas kritimo plokštumai, atspindžio koeficientų išraiškas (30.11) ir (30.12). Pagal šias formules  $\vec{E}_\perp > \vec{E}_\parallel$ , todėl atspindžio šviesa yra iš dalies poliarizuota, ir joje dominuoja banga, kurios šviesos vektorius statmenas kritimo plokštumai. Atitinkamai lūžusioje šviesoje dominuoja banga, kurios šviesos vektorius yra kritimo plokštumoje.

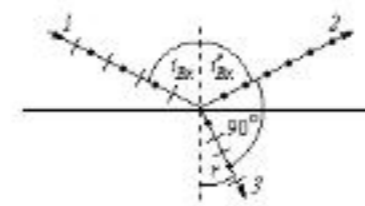
Taikydami atsispindėjusios šviesos komponentėms (34.4) formulę, gauname:

$$P_{atp} = \frac{I_\perp - I_\parallel}{I_\perp + I_\parallel} = \frac{(\vec{E}_\perp^\circ)^2 - (\vec{E}_\parallel^\circ)^2}{(\vec{E}_\perp^\circ)^2 + (\vec{E}_\parallel^\circ)^2}, \tag{34.5}$$

čia  $I_\perp$  ir  $I_\parallel$  – šviesos intensyvumai, atitinkantys komponentes  $\vec{E}_\perp^\circ$  ir  $\vec{E}_\parallel^\circ$ .

Poliarizacijos laipsnis priklauso nuo spindulių kritimo kampo ir dielektriko lūžio rodiklio. Iš pirmosios Frenelio formulės (30.9) akivaizdu, kad esant  $i + r = \frac{\pi}{2}$ ,  $\vec{E}_\parallel^\circ = 0$ , ir pagal (34.5)

$P_{atp} = 1$ . Vadinasi, šiuo atveju atsispindėjusi šviesa yra visiškai poliarizuota, ir jos šviesos vektorius statmenas kritimo plokštumai (306 pav.). Pagal (34.5) formulę skaičiuojamas poliarizacijos laipsnis yra teigiamasis, jei šviesoje dominuoja vektorius  $\vec{E}_\perp$ , ir neigiamasis, jei dominuoja vektorius  $\vec{E}_\parallel$ .



306 pav. Briusterio dėsnio schema. Natūralioji (1), tiesiai poliarizuota (2), iš dalies poliarizuota (3) šviesa

Kadangi  $i + r = \frac{\pi}{2}$ ,  $\sin i = \cos r$ , t. y.

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i}{\cos i} = \operatorname{tg} i = n_{12}. \text{ Iš čia gaunamas}$$

*Briusterio dėsnis: atsispindėjusi šviesa yra visiškai tiesiai poliarizuota, jei šviesos kritimo kampo, vadinamo Briusterio kampu,  $i_{Br}$ , tangentas lygus dielektriko, nuo kurio šviesa atsispindi, santykiniam lūžio rodikliui  $n_{21}$  dielektriko, kuriame sklinda natūralioji šviesa, atžvilgiu:*

$$\operatorname{tg} i_{Br} = n_{21}. \tag{34.6}$$

(30.16) ir (30.17) formulių nusakomi šviesos pralaidumo koeficientai  $T_\perp$  ir  $T_\parallel$  negali virsti nuliais, vadinasi, lūžusi šviesa negali būti visiškai poliarizuota. Jos poliarizacijos laipsnis –

$$P_{luz} = \frac{I_\perp - I_\parallel}{I_\perp + I_\parallel} = \frac{(\vec{E}_\perp^l)^2 - (\vec{E}_\parallel^l)^2}{(\vec{E}_\perp^l)^2 + (\vec{E}_\parallel^l)^2}, \tag{34.7}$$

Įrašę į (34.7)  $\vec{E}_\perp^l$  ir  $\vec{E}_\parallel^l$  reikšmes iš (30.9), atlikę trigonometrijos veiksmus ir atsižvelgę į formulę  $n_{21} = \frac{\sin i}{\sin r}$ , gauname tokią lūžusios šviesos poliarizacijos laipsnio išraišką:

$$P_{luz} = \frac{4n_{21}^2 - (n_{21}^2 + 1)^2}{4n_{21}^2 + (n_{21}^2 + 1)^2}, \tag{34.8}$$

čia  $n_{21}$  – dielektriko, kuriame lūžta šviesa, santykinis lūžio rodiklis dielektriko, kuriame sklinda natūralioji šviesa, atžvilgiu.

34.2 p a v y z d y s. Ore sklindanti natūralioji šviesa atsispindi nuo stiklo ( $n_{21} = 1,7$ ). Raskime Briusterio kampo reikšmę. Kam lygus lūžusios šviesos poliarizacijos laipsnis šiuo atveju? *Sprendimas.* Iš (34.6) formulės gauname, kad

$$i_{Br} = \operatorname{arctg} n_{21} \approx 60^\circ. \tag{a)}$$

Didėjant arba mažėjant šiam kampui poliarizacijos laipsnis mažėja.



Lūžusios šviesos poliarizacijos laipsnį randame pagal (34.8):

$$P_{\text{pol.}} = \frac{4n_{21}^2 - (n_{21}^2 + 1)^2}{4n_{21}^2 + (n_{21}^2 + 1)^2} = -0,13 = -13\% \quad (b)$$

Minusas ženklas rodo, kad lūžusioje šviesoje dominuoja vektorius  $\vec{E}_{\parallel}$ .

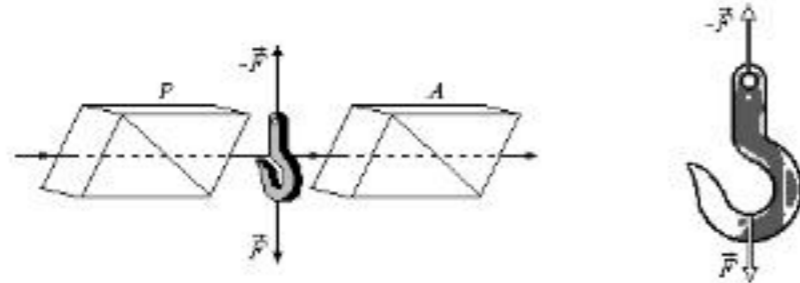
### 34.5. Dirbtinė optinė anizotropija

Optiškai izotropinės medžiagos gali tapti anizotropinėmis, jeigu jas veikia deformacijos jėgos (žr. 8.6 poskyrį), elektrinis arba magnetinis laukai. Tokiais atvejais medžiaga įgyja vienašio kristalo, kurio optinė ašis sutampa su deformacijos jėgos, elektrinio arba magnetinio lauko kryptimi, savybių. Taip gaunama *dirbtinė anizotropija*. Jos kiekybinis matas yra paprastojo ir nepaprastojo spindulių sklindančių statmenai optinei ašiai, lūžio rodiklių skirtumas.

Jei poveikis mechaninis,

$$n_o - n_e = k_1 \sigma, \quad (34.9)$$

čia  $k_1$  – tam tikrai medžiagai būdingas koeficientas,  $\sigma$  – mechaninis įtempis.



307 pav. Poliarizuotosios šviesos interferencijos taikymas mechaniniams įtempiams stebėti

Šis reiškinys plačiai taikomas mechaniniams įtempiams įvairiose detalėse ir konstrukcijose tirti. Detalės modelis pagaminamas iš šviesai skaidrios optiškai izotropinės medžiagos ir patalpintas tarp poliarizatoriaus ir analizatoriaus, kurių poliarizacijos plokštumos tarpusavyje statmenos, todėl šviesa pro šią sistemą nepraeina. Mechanškai deformuojant detalės modelį, jame sudaroma anizotropija, ir atsiranda paprastojo ir nepaprastojo spindulių optinės eigos skirtumas (žr. 31.2 poskyrį). Šiems spinduliams interferuojant pastebimos monochromatinės šviesios maksimumų bei minimumų tamsios ir šviesios dėmės (praleidžiant baltąją šviesą – spalvotos dėmės), atitinkančios įtempimų pasiskirstymą detalės modelyje (307 pav.).

Medžiagos anizotropijos atsiradimas veikiant elektriniam laukui vadinamas *Kero efektu*. Paprastojo ir nepaprastojo spindulių lūžio rodiklių skirtumas –

$$n_o - n_e = k_2 E^2, \quad (34.10)$$

čia  $k_2$  – tam tikrai medžiagai būdingas koeficientas,  $E$  – elektrinio lauko stipris.

Kero efektas atsiranda dėl medžiagos (pavyzdžiui, skysčio) molekulių nevienodos poliarizacijos (žr. 24.3 poskyrį) skirtingomis kryptimis. Šis reiškinys yra beveik neinertiškas, optinė anizotropija atsiranda ir išnyksta per  $\approx 10^{-10}$  s, todėl Kero efektas taikomas šviesai moduluoti, labai trumpiems šviesos impulsams gauti (įrašant ir atkuriant garsą, optinėje lokacijoje, optinėse telefonų linijose).

Optinė anizotropija gali atsirasti veikiant galingam lazerio šviesos spinduliui, poliarizuojančiam medžiagos molekules. Šis efektas taikomas greitiems vyksmams tirti labai trumpais (iki  $10^{-12}$  s) lazerio šviesos impulsais.

### 34.6. Optiškai aktyvios medžiagos

Kai kurios kietosios (kvarcas, cukrus) ir skystosios (vandeninis cukraus tirpalas, terpentinas) medžiagos gali sukurti šviesos poliarizacijos plokštumą apie šviesos spindulio kryptį. Tokios medžiagos vadinamos *optiškai aktyviomis*. Vienos tos pačios medžiagos atmainos pasuka poliarizacijos plokštumą pagal laikrodžio rodyklę (žiūrint prieš šviesos spindulį), kitos – prieš. Poliarizacijos plokštumos sukimo kampas –

$$\varphi = \alpha l, \quad (34.11)$$

čia  $\alpha$  – *sukimo konstanta*, priklausanti nuo medžiagos prigimties, temperatūros ir šviesos bangos ilgio,  $l$  – medžiagos sluoksnio storis.

Tirpalų sukimo konstanta tiesiog proporcinga optiškai aktyvios medžiagos koncentracijai ( $\alpha = kc$ ), todėl tirpalų poliarizacijos plokštumos sukimo kampas

$$\varphi = kcl, \quad (34.12)$$

čia  $k$  – medžiagos *savitoji sukimo konstanta*,  $c$  – medžiagos koncentracija. SI vienetais  $[c] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $[k] = \frac{\text{m}^2 \text{ rad}}{\text{kg}}$ . Pažymėtina, kad praktikoje sukimo kampas dažnai matuojamas kampinėmis minutėmis (kamp. min.).

34.2 lentelėje pateiktos vandeninio trijų rūšių cukraus tirpalo savitųjų sukimo konstantų reikšmės (kai temperatūra  $20^\circ\text{C}$ , ir šviesos bangos ilgis  $\lambda = 589,36 \text{ nm}$ ).

34.2 lentelė

Cukrus (vandeninis tirpalas)	Savitoji sukimo konstanta		Sukimo kryptis (žiūrint prieš spindulį)
	$k \left( \frac{10^{-2} \text{ m}^2 \text{ rad}}{\text{kg}} \right)$	$k \left( \frac{\text{m}^2 \cdot (\text{kamp. min.})}{\text{kg}} \right)$	
Nendrių	+1,1596	+39,86	dešinioji
Vynuogių	+0,9164	+31,50	dešinioji
Vaisių (fruktozė)	-1,6041	-55,44	kairioji

Žinant optiškai aktyvios medžiagos savitąją sukimo konstantą ir išmatavus poliarizacijos plokštumos sukimo kampą bei šviesos medžiagos tirpale nueitą kelią, galima greitai ir labai tiksliai nustatyti šios medžiagos koncentraciją. Tokiems matavimams skirti prietaisai vadinami *poliarimetrais*.

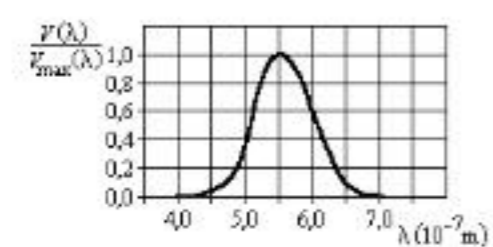
Aminorūgštys, iš kurių sudaryti gyvųjų organizmų baltymai, yra optiškai aktyvios ir suka poliarizacijos plokštumą kairiaja kryptimi.

### 35. FOTOMETRIJOS PAGRINDAI

Fotometrija nagrinėja sąvokas ir dydžius, apibūdinančius optinio diapazono elektromagnetinių bangų spinduliavimą, sklidimą ir sąveiką su medžiagomis. Elektromagnetinių bangų energiją ir jos charakteristikas aptarėme 29.7 poskyryje. Akivaizdu, kad šios *energinėmis* vadinamos charakteristikos visiškai tinka ir šviesos bangoms, tačiau pagal šviesos sukeltus regėjimo pojūčius (prietaisų – pagal jų spektrinį selektyvumą (atrankumą)) fotometrijoje taikomos specifinės (*šviesinės*) sąvokos bei jas nusakantys dydžiai, matavimo vienetai. Kai kurie fotometrijos klausimai tiesiogiai siejasi su žmonių regėjimo fiziologija ir darbo sauga.

#### 35.1. Žmogaus akies santykinis spektrinis jautris

Akies jautris, t. y. fiziologinė reakcija į šviesą, priklauso nuo šviesos bangos ilgio. Didžiausias jautris  $V_{max}(\lambda)$  esti, kai bangos ilgis  $\lambda = 5,55 \times 10^{-7}$  m (geltonai žalia šviesa).



308 pav. Žmogaus akies santykinis spektrinis jautris

308 pav. pateikta *vidutinė normalios žmogaus akies santykinio spektrinio jautrio*  $V_{norm}(\lambda) = \frac{V(\lambda)}{V_{max}(\lambda)}$

(čia  $V(\lambda)$  – akies jautris tam tikro bangos ilgio šviesai) *kreivė*. Ji yra kiek asimetriška, jos dešinysis sparnas tęsiasi nuo maksimumo į ilgesnių bangų pusę toliau nei kairysis į trumpesnių. Iš kreivės matyti, kad, pavyzdžiui,  $4,50 \times 10^{-7}$  m bangos ilgio šviesos galia turi būti  $\approx 25$  kartus didesnė už  $5,55 \times 10^{-7}$  m bangos ilgio šviesos galia, kad sukeltų tokį pat regėjimo pojūtį.

#### 35.2. Fotometrijos energiniai ir šviesiniai dydžiai

##### 1) Energiniai dydžiai

Monochromatinių elektromagnetinių bangų energiją aptarėme 29.7 poskyryje. Realioji šviesos banga yra įvairių ilgių bangų superpozicija (sanklota). Energijos pasiskirstymas pagal bangų ilgius esti netolygus ir apibūdinamas *spektrine pasiskirstymo funkcija*:

$$\varphi(\lambda) = \frac{d\Phi_{en}(\lambda)}{d\lambda}, \tag{35.1}$$

čia  $d\Phi_{en}(\lambda)$  – energijos, kurią perneša  $d\lambda$  ilgio ruožo bangos pro tam tikrą plotą, srautas.

*Energinis spinduliuotės srautas* – tai energija, pernešama pro tam tikrą plotą bangos ilgio režiuose nuo  $\lambda_1$  iki  $\lambda_2$ :

$$\Phi_{en} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \varphi(\lambda) d\lambda. \tag{35.2}$$

Energinio spinduliuotės srauto SI matavimo vienetas yra *vatas*:  $[\Phi_{en}] = W$ .

Taškinio<sup>1</sup> šviesos šaltinio *energinis spinduliuotės stipris* lygus vienetiniame erdviniam kampe sklindančiam energiniam spinduliuotės srautui:

$$I_{en} = \frac{d\Phi_{en}}{d\Omega}. \tag{35.3}$$

Energinio spinduliuotės stiprio SI matavimo vienetas yra *vatas steradianui*:  $[I_{en}] = \frac{W}{sr}$ .

<sup>1</sup> Taškinis laikytinas toks šviesos šaltinis, kurio matmenų galima nepaisyti, palyginti su atstumu iki stebėjimo taško.

*Energinė apšvieta* lygi į apšviečiamo paviršiaus ploto vieneta krintančiam energiniam spinduliuotės srautui:

$$E_{en} = \frac{d\Phi_{en}}{dS}. \tag{35.4}$$

Energinės apšvietos SI matavimo vienetas yra *vatas kvadratiniam metrui*:  $[E_{en}] = \frac{W}{m^2}$ .

*Energinis šviesis (išspindis)* apibūdina tįsius šviečiančius objektus ir lygus iš paviršiaus ploto vieneto visomis kryptimis sklindančiam energiniam spinduliuotės srautui:

$$R_{en} = \frac{d\Phi_{en}}{dS'}. \tag{35.5}$$

Energinio šviesio SI matavimo vienetas yra *vatas kvadratiniam metrui*:  $[R_{en}] = \frac{W}{m^2}$ .

*Energinis skaisis* lygus tįsaus šviečiančio objekto ploto elemento  $\Delta S$  energinio spinduliuotės stiprio ir šio ploto projekcijos į stebėjimo kryptį statmeną plokštumą santykiui:

$$B_{en} = \frac{\Delta I_{en}}{\Delta S_{\perp}}. \tag{35.6}$$

Energinio skaisčio SI matavimo vienetas yra *vatas steradianui kvadratiniam metrui*:  $[B_{en}] = \frac{W}{m^2 sr}$ .

##### 2) Šviesiniai dydžiai

Šviesiniai dydžiai apibrėžiami analogiškai energiniams, tačiau yra subjektyvūs, nes juos nusakant atsižvelgiama į šviesos imtuvo, pavyzdžiui, akies, spektrinį jautrį. Šie dydžiai išreiškiami pradedant nuo *šviesos stiprio*  $I_{sv}$ . Praktiniais sumetimais optikoje pagrindiniu SI matavimo vienetu pasirinktas šviesos stiprio vienetas – *kandela* (cd). Kandela lygi šviesos stipriui tokio tam tikra kryptimi monochromatinę ( $\nu = 5,40 \times 10^{14}$  Hz, t. y.  $\lambda = 5,55 \times 10^{-7}$  m) spinduliuotę sklaidžiančio šaltinio, kurio energinis spinduliuotės stipris ta kryptimi lygus  $\frac{1}{683} \frac{W}{sr}$ . Kai kurių šviesos šaltinių šviesos stipriai pateikiami 35.1 lentelėje.

35.1 lentelė

Šviesos šaltinis	Šviesos stipris (cd)	Šviesos šaltinis	Šviesos stipris (cd)
Saulė	$3 \times 10^{27}$	kaitrinė lempa (60 W)	51
Švyturys	$10^5 - 10^7$	kišeninio žibintuvėlio lempuotė	0,5-4
Elektrinis lankas	$10^3 - 10^5$	jonvalalis	$10^{-2} - 10^{-3}$

*Šviesos srautas* išreiškiamas energiniu spinduliuotės srautu, sukoreguotu atsižvelgiant į akies santykinį spektrinį jautrį (žr. 35.1 poskyrį):

$$\Phi_{sv} = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} V_{norm}(\lambda) \varphi(\lambda) d\lambda. \tag{35.7}$$

Šviesos srautas lygus šviesos stiprio sandaugai iš erdvinio kampo, kuriuo sklinda šviesa (309 pav.):

$$\Phi_{sv} = I_{sv} \Delta\Omega. \tag{35.8}$$

Šviesos srauto SI matavimo vienetas yra *liumenas* (lm):  $[\Phi_{sv}] = cd \times sr = lm$ .



309 pav. Šviesos srautas

Apšvieta (310 pav.) lygi į apšviečiamo paviršiaus ploto vienetai krintančiam šviesos srautui:



310 pav. Apšvieta

$$E_{sv} = \frac{d\Phi_{sv}}{dS} \quad (35.9)$$

Apšvietos srauto SI matavimo vienetas yra liuksas (lx):

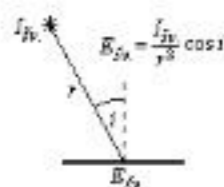
$$[E_{sv}] = \frac{\text{lm}}{\text{m}^2} = \text{lx} \quad (\text{liumenas kvadratiniam metrui} = \text{liuksas}).$$

Kai kurių natūraliųjų šviesos šaltinių sukeltos jų spinduliams statmenų paviršių apšvietos dydžiai pateikiama 35.2 lentelėje. Mokymo įstaigose, namuose vidutinė apšvieta turi būti (500÷1000) lx.

35.2 lentelė

Šviesos šaltinis	Šaltinio sukeliama apšvieta $E_{sv}$ (lx)	Šviesos šaltinis	Šaltinio sukeliama apšvieta $E_{sv}$ (lx)
Saulė vasarą	100 000	debesuotas dangus žiemą	1 000÷2 000
Saulė žiemą	10 000	pilnatis naktį	0,2÷0,4
Debesuotas vasaros dangus	5 000÷30 000	giedras nakties dangus (be mėnesienos)	0,0003

Pagal apšvietos dėsnį taškinis šaltinis, kurio šviesos stipris  $I_{sv}$ , atstumu  $r$  esančiame paviršiaus taške (311 pav.) sukelia apšvieta



311 pav. Apšvietos dėsnis

$$E_{sv} = \frac{I_{sv}}{r^2} \cos i, \quad (35.10)$$

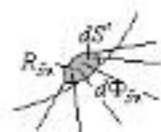
čia  $i$  – spindulių kritimo kampas.

Kelių šviesos šaltinių sukelta apšvieta lygi pavienių šaltinių sukeltų apšvietų sumai:

$$E_{sv} = \sum_{k=1}^n E_{sv,k}, \quad (35.11)$$

čia  $n$  – šviesos šaltinių skaičius.

Šviesis (išspindis) (312 pav.) lygus iš paviršiaus ploto vieneto visomis kryptimis sklindančiam šviesos srautui:



312 pav. Šviesis

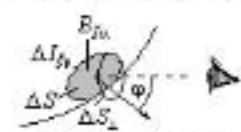
$$R_{sv} = \frac{d\Phi_{sv}}{dS'} \quad (35.12)$$

SI vienetais  $[R_{sv}] = \frac{\text{lm}}{\text{m}^2}$  (liumenas kvadratiniam metrui).

Jei kūno, kurio atspindžio koeficientas  $\rho$ , šviesį lemia kūno apšvieta  $E_{sv}$  (pavyzdžiui, Saulės apšviesto Mėnulio), kūno šviesis –

$$R_{sv} = \rho E_{sv}. \quad (35.13)$$

Skaistis (313 pav.) lygus tįsaus šviečiančio objekto ploto elemento  $\Delta S$  šviesos stiprio  $\Delta I_{sv}$  santykiui su šio ploto projekcija  $\Delta S_{\perp}$  į stebėjimo kryptį statmeną plokštumą:



313 pav. Skaistis

$$B_{sv} = \frac{\Delta I_{sv}}{\Delta S \cos \varphi} = \frac{\Delta I_{sv}}{\Delta S_{\perp}}, \quad (35.14)$$

čia  $\varphi$  – kampas tarp ploto elemento normalės ir stebėjimo krypties.

SI vienetais  $[B_{sv}] = \frac{\text{cd}}{\text{m}^2}$  (kandela kvadratiniam metrui).

Jeigu kūno skaitis nepriklauso nuo krypties, t. y. kūnas idealiai išsklaido šviesą (pavyzdžiui, drumstosios terpės, matinis paviršius), kūno šviesis ir skaitis siejasi taip:

$$R_{sv} = \pi B_{sv}, \quad (35.15)$$

čia  $[\pi] = \text{sr}$ .

Kelių šviesos šaltinių skaisčiai pateikiami 35.3 lentelėje.

35.3 lentelė

Šviesos šaltinis	Skaitis $B_{sv}$ (cd/m <sup>2</sup> )	Šviesos šaltinis	Skaitis $B_{sv}$ (cd/m <sup>2</sup> )
Saulė	$1,5 \times 10^9$	giedras dangus dieną	$(1,5 \div 4) \times 10^3$
Elektrinio lanko elektrodo krateris	$1,5 \times 10^8$	stearino žvakės liepsna	$5 \times 10^3$
Lempos spirale	$5 \times 10^6$	pilnatis pro atmosferą	$10^3$
Dužošvytė lempa	$5 \times 10^4$	giedras dangus naktį	$\approx 10^{-4}$

Fotometrija yra svarbi darbo saugos požiūriu. Įvairios paskirties patalpų, darbo vietų natūralųjį ir dirbtinį apšvietimą priklausomai nuo darbo pobūdžio, apšvietimo rūšies ir sistemos, fono, darbo objekto ir fono skaisčių skirtumo reglamentuoja Lietuvos higienos normos (HN 98 : 2000). Pavyzdžiui, auditorijos bendroji apšvieta turi būti (300÷750) lx, lentos apšvieta – (500÷1000) lx.

Apšvietą būtina didinti esant didesnei traumų tikimybei arba atliekant didelio regos įtempimo reikalaujančius darbus.

Natūralusis apšvietimas priklauso nuo paros ir metų laiko, meteorologinių sąlygų, todėl esant mišriajam (natūraliajam ir dirbtiniam) apšvietimui dirbtinis turi būti atitinkamai keičiamas.

Pagal apšvietos dėsnį (35.8) skiriamas viršutinis ( $i = 0^\circ$ ) ir šoninis ( $i > 0^\circ$ ) apšvietimas.

35.4 lentelė

Darbo paviršiaus plotas (m <sup>2</sup> )	Didžiausias leidžiamasis skaitis (cd/m <sup>2</sup> )
Mažiau kaip $10^{-4} \div 10^{-3}$	2000
$10^{-4} \div 10^{-1}$	1500
$10^{-1} \div 10^{-2}$	1000
$10^{-2} \div 10^{-1}$	750
Daugiau kaip $10^{-1}$	500

Darbo paviršiaus skaitis neturi viršyti didžiausių leidžiamųjų verčių, kad neakintų darbuotojo. Didžiausios leidžiamosios skirtingų darbo paviršiaus plotų skaisčio vertės pateiktos 35.4 lentelėje.

35.1 p a v y z d y s. Tarkime, reikia gauti skaitomo teksto 200 lx apšvietą. Kokiu atstumu nuo 100 cd šviesos stiprio lempos turime laikyti tekstą, jei spindulių kritimo kampas  $i = 45^\circ$ ?

Duota:  $I_{sv} = 100 \text{ cd}$ ,  $E_{sv} = 200 \text{ lx}$ ,  $i = 45^\circ$ .

Rasti:  $r$ .

Sprendimas. Atstumą išreiškiame iš (35.8) formulės:

$$r = \sqrt{\frac{I_{sv}}{E_{sv}} \cos i} = 0,60 \text{ (m)}. \quad (a)$$

Čia laikėme, kad popierius, nuo kurio atsispindi šviesa, yra matinis.

35.2 p a v y z d y s. Pelėda gali pastebėti nejudančią pilką pelę esant  $2,1 \times 10^{-6} \text{ lx}$  apšvietai. Kokia giedro nakties dangaus (be mėnesienos) ploto dalis sukelia tokią apšvietą? Kokiu atstumu esanti stearino žvakė, kurios šviesos stipris  $I_{sv} = 0,80 \text{ cd}$ , sukeltų tokią apšvietą? Spindulių kritimo kampas  $i = 0^\circ$ .

Duota:  $E_{sv} = 2,1 \times 10^{-6} \text{ lx}$ ,  $I_{sv} = 0,80 \text{ cd}$ .

Rasti:  $\frac{S}{S_0}$ ,  $r$ .

Sprendimas. Visas giedro nakties dangaus plotas sukelia apšvietą  $E_{sv,0} = 3 \times 10^{-4} \text{ lx}$  (žr. 35.2 lentelę). Dangaus ploto dalis, kuri sukelia apšvietą  $E_{sv} = 2 \times 10^{-6} \text{ lx}$  –

$$\frac{S}{S_0} = \frac{E_{sv}}{E_{sv,0}} \approx 0,7 \text{ \%}. \quad (a)$$

Žvakės atstumą randame iš (35.10), laikydami, kad spindulių kritimo kampas  $i = 0$ :

$$r = \sqrt{\frac{I_{sv}}{E_{sv}}} \approx 620 \text{ (m)}. \quad (b)$$

35.2 p a v y z d y s. Į  $0,05 \text{ m}^2$  ploto matinį paviršių statmenai krinta  $50 \text{ lm}$  šviesos srautas. Paviršiaus atspindžio koeficientas  $\rho = 0,7$ . Raskime paviršiaus apšvietą, šviesį ir skaitį.

Duota:  $S = 0,05 \text{ m}^2$ ,  $\Phi_{sv} = 50 \text{ lm}$ ,  $\rho = 0,7$ .

Rasti:  $E_{sv}$ ,  $R_{sv}$ ,  $B_{sv}$ .

Sprendimas. Apšvietą randame pagal (35.9) formulę, laikydami, kad apšvieta vienoda visame plote:

$$E_{sv} = \frac{\Phi_{sv}}{S} = 1000 \text{ (lx)}. \quad (a)$$

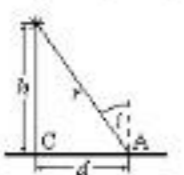
Pagal (35.13) apšviesto paviršiaus šviesis

$$R_{sv} = \rho E_{sv} = 700 \left( \frac{\text{lm}}{\text{m}^2} \right). \quad (b)$$

Iš (35.15) gauname, kad matinio paviršiaus skaitis –

$$B_{sv} = \frac{R_{sv}}{\pi} \approx 200 \left( \frac{\text{cd}}{\text{m}^2} \right).$$

35.3 p a v y z d y s. Taškinis šaltinis yra  $h$  aukštyje virš horizontaliojo paviršiaus. Šaltinio projekcija į paviršių – taškas C (314 pav.). Raskime, kaip kinta apšvieta taške A: 1) jam tolstant nuo taško C (kintant atstumui  $d$ , kai  $h = \text{const}$ ); 2) šviesos šaltinio aukščiui  $h$  kintant statmenai paviršiui, kai  $d = \text{const}$ .



314 pav. Schema apšvietai taške C skaičiuoti

Duota:  $0 < h < \infty$ ,  $0 < d < \infty$ .

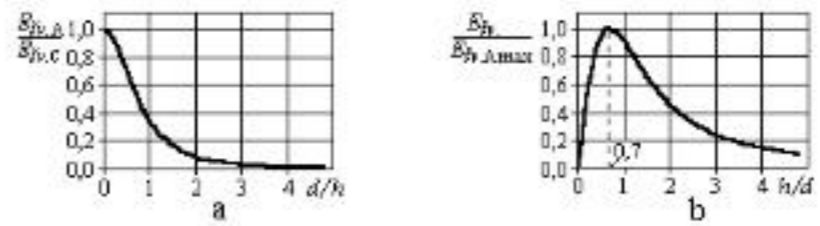
Rasti:  $E_{sv}(h)$ .

Sprendimas. Apšvietą taške A randame, įrašę į (35.10) formulę dydžius  $r^2 = h^2 + d^2$  ir  $\cos i = \frac{h}{\sqrt{h^2 + d^2}}$ :

$$E_{sv} = \frac{I_{sv}}{r^2} \cos i = \frac{I_{sv} h}{(h^2 + d^2)^{3/2}}. \quad (a)$$

Kadangi  $I_{sv}$  nežinomas, apšvietą matuojame santykiniu dydžiu  $\frac{E_{sv,A}}{E_{sv,max}}$  (čia  $E_{sv,max}$  – didžiausioji apšvieta, pasiekama pirmuoju arba antruoju atvejais).

1) Kai  $h = \text{const}$ , taško atstumą AC patogiu išreikšti santykiniu dydžiu  $d/h$ . Santykinės apšvietos taške A  $\frac{E_{sv,A}}{E_{sv,C}}$  (šiuo atveju didžiausioji apšvieta yra taške C) priklausomybė nuo  $d/h$  rėžiuose nuo 0 iki  $\approx 5d/h$  grafiškai pateikiama 315 pav., a. Tolstant nuo taško C apšvieta greitai mažėja atstumui  $r$  didėjant ir  $\cos i$  mažėjant.

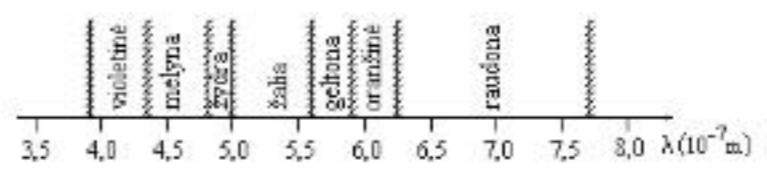


315 pav. 35.3 pavyzdžio sprendimo grafikai. Apšvietos  $E_{sv,A}$  lėtumas didėjant atstumui  $d$  (a), didėjant aukščiui  $h$  (b)

2) Kai  $d = \text{const}$ , šviesos šaltinio aukštį išreiškiame santykiniu dydžiu  $h/d$ . Santykinės apšvietos  $\frac{E_{sv,A}}{E_{sv,A,max}}$  taške A priklausomybė nuo  $h/d$  rėžiuose nuo 0 iki  $\approx 5h/d$  grafiškai pateikiama 315 pav., b. Kai  $h \rightarrow 0$ ,  $E_{sv,A} \rightarrow 0$ , nes  $\cos i \rightarrow 0$ . Didėjant  $h$ , apšvieta  $E_{sv,A}$  didėja (kol  $\cos i$  didėja greičiau nei  $r^2$ ) ir pasiekia maksimumą, kai  $h = \frac{d}{\sqrt{2}} \approx 0,7d$ , tada mažėja (šiuo  $h/d$  reikšmių ruože  $r^2$  didėja greičiau už  $\cos i$ ). Grafiškai gautą reikšmę  $h = \frac{d}{\sqrt{2}}$  analitiškai galima rasti prilyginus (a) dešinėsios pusės išvestinę nuliui ir išsprendus gautąją lygtį.

### 35.3. Žmogaus akis ir kūnų spalvos

Žmogus mato šviesą, kurios bangų ilgiai yra  $\approx (4,0+7,6) \times 10^{-7} \text{ m}$ . Nuo bangos ilgio ne tik priklauso 35.1 poskyryje aptartas akies jautris. Skirtingų ilgių šviesos bangos sužadina skirtingus spalvos pojūčius.



316 pav. Spalvų pasiskirstymas pagal šviesos bangų ilgius (ribos sąlygiškos)

Bangų ilgių rėžiai, atitinkantys įvairias spalvas, apytiksliai pavaizduoti 316 pav. Akivaizdu, kad pažymėtos tik pagrindinės spalvos, turinčios šimtus įvairių atspalvių.

Tinklainės giliausiam sluoksnyje yra dviejų rūšių nervų ląstelės – lazdelės (iki 130 milijonų) ir kolbelės (iki 7 milijonų). Lazdelės daug jautresnės šviesai, jos lemia tai, kad žmogus mato prietemoje, tačiau jos neturi įtakos spalvų skyrimui. Tai lemia kolbelės, kai apšvieta pasiekia  $\approx 1 \text{ lx}$ . Esant  $(10^2+10^3) \text{ lx}$  apšvietai regima beveik tik dėl kolbelių. Pavyzdžiui, 308 pav. pavaizduota žmogaus akies spektrinio jautrio kreivė esant prietemai, kai regėjimą lemia lazdelės, išlieka tokios pat formos, bet pasilenka į trumpųjų bangų pusę (maksimumas ties  $\lambda = 5,1 \times 10^{-7} \text{ m}$ ). Žmogaus akis skiria spalvas, kurių bangų ilgių skirtumas  $\approx 10^{-8} \text{ m}$ .

Akis yra nepaprastai jautrus instrumentas. Keli akies jautrį iliustruojantys dydžiai pateikti

35.5 lentelėje. Akis geba prisitaikyti (adaptuotis) prie labai didelių apšvietos pokyčių. Pavyzdžiui, kintant stebimam skaisčiui nuo  $\approx 1000 \frac{\text{cd}}{\text{m}^2}$  iki tamsos per valandą akies jautris padidėja maždaug 10 milijonų kartų.

35.5 lentelė

Dydžiai, kurių mažiausias reikšmes gali suvokti tamsoje prisitaikiusi akis	Mažiausioji reikšmė
Šviesos energija	$10^{-17} \text{ J}$
Į vyzdį krintantis energinis šviesos srautas	$2 \times 10^{-17} \text{ W}$
Apšvieta	$10^{-9} \text{ lx}$
Apšvieta, kuriai esant galima skirti baltą ir juodą paviršius	$10^{-5} \text{ lx}$

Didžiausias į vyzdį krintantis energinis šviesos srautas, kuris nesukelia skausmo, lygus  $2 \times 10^{-5} \text{ W}$ , t. y. 15 eilių didesnis už mažiausiąjį juntamą srautą.

Visų spalvų suminis poveikis suvokiamas kaip balta šviesa. Eksperimentais įrodyta, kad iš esmės bet kokią spalvą galima gauti „sumaišius“ tris pagrindines spalvas – raudoną, žalią ir mėlynai violetinę. Pagal supaprastintą spalvinio regėjimo modelį žmogaus akies tinklainėje yra trijų rūšių šviesos receptoriai, jautrūs skirtingiems regimosios šviesos spektro ruožams, atitinkantiems tris pagrindines spalvas. Trijų rūšių receptorių skirtingo sudirginimo deriniai leidžia suvokti visą spalvų įvairovę. Spalvų ir atspalvių pojūtis yra subjektyvus. Pavyzdžiui, daltonikai beveik arba visiškai neskiria spalvų. Dažniausiai esti sumažėjęs jautris raudonai ir žaliai spalvai, labai retai – violetinei. Spalvinio aklumo (monochromazijos) atveju spalvos suvokiamos kaip skirtingo intensyvumo pilkumas – nuo baltos iki juodos spalvos. Daltonizmas turi reikšmės darbo saugoje. Šia liga sergantiems žmonėms taikomi profesiniai apribojimai, pavyzdžiui, daltonikams negalima vairuoti transporto priemonių.

Šviečiančių kūnų spalva priklauso nuo šių kūnų skleidžiamos šviesos bangų ilgio. Kitų kūnų spalvą lemia juos apšviečiančio šaltinio šviesos spalva ir jų paviršiaus atspindžio koeficientai (skaidrių kūnų – pralaidumo koeficientai) atitinkamai pagal bangų ilgius. Esame įpratę matyti baltos (visų bangų ilgių) šviesos apšviestus kūnus. Jei juos apšviestume siauro spektrinio diapazono šviesa, kūnų spalva pakistų. Pavyzdžiui, įprastos žalios spalvos kūną apšvietus raudona šviesa (arba raudoną – žalia) matytume juodą kūną.

Psichofiziologinėmis regėjimo savybėmis aiškinama daug optinių iliuzijų. Pavyzdžiui, Mėnulio kampiniai matmenys atrodo daug didesni jam esant ties horizontu nei arti zenito. Taip atsitinka todėl, kad mums įprasta atsižvelgti į Žemės paviršiuje esančių daiktų matomų matmenų mažėjimą perspektyvoje, ir mintyse „pataisome“, padidiname šiuos matmenis. Instinktyviai tokią „pataisą“ taikome ir Mėnuliui. Fotografinėje nuotraukoje kampiniai Mėnulio matmenys abiem atvejais yra vienodi ir gerokai mažesni už akimi matomus. Čia pasireiškia dar viena regėjimo savybė – ryškiai šviečiantys kūnai atrodo didesni už tokių pat matmenų tamsuosius.

35.4. Kūnų albedas

30.3 poskyryje nagrinėjome elektromagnetinių bangų atspindžio teorinius pagrindus. Aki vaizdu, kad gautos formulės tinka ir šviesai. Dabar aptarsime šviesos atspindį energiniu požiūriu. Kūno paviršiaus ploto elemento visomis kryptimis išsklaidyto šviesos srauto santykis su į šį elementą kritusiu srautu vadinamas *tikroju albedu*. Šis dydis sutampa su sklaidžiojo atspindžio koeficientu:

$$\rho = \frac{\Phi_{\text{iskl.}}}{\Phi}, \tag{35.16}$$

čia  $\Phi_{\text{iskl.}}$  – išsklaidytasis srautas,  $\Phi$  – kritęs srautas.

35.6 lentelėje pateikiamos įvairių paviršių tikrojo albedo reikšmės.

35.6 lentelė

Paviršius	Albedas $\rho$	Paviršius	Albedas $\rho$
Magnio oksidas	0,98	pilkas popierius	-0,20
Baltas sniegas	0,85	sausas juodžemis	0,14
Baltas kreidinis popierius	0,85	labai įdegusi oda	0,13
Balta tinkuota siena	0,7	Mėnulis	0,06
Baltas paprastas popierius	0,6-0,7	juodas popierius	0,05
Žemė (planeta)	0,34	vanduo, kai Saulės spindulių kritimo kampas	80° 0,34
Neįdegusi oda	0,32	45° 0,05	
Upės smėlis	0,29	0° 0,02	
Žolė	0,26	juoda gelumbė	0,02
Spalvotas popierius	$\approx 0,25$	juodas aksomas	0,005

35.7 lentelėje pateikiamas kai kurių Lietuvos gamtai būdingų paviršių albedas.

35.7 lentelė

	Paviršius	Albedas $\rho$
Augalai	tanki žalia žolė	0,21-0,25
	žydintys dobilai	28
Sniegas	ka tik iškritęs	0,85-0,90
	švarus, drėgnas	55
	pilkas, pažliugęs	30
Miškas	ka tik apsnigtas pušynas	40
	jaunas beržynas	17
	pušynas, tanki laja	13
	tamsiai žalias egllynas	9
Upių ledas (melsvai žalsvas)		0,35-0,40

Albedo sąvoka taikoma šviesos technikoje, darbo saugoje, statyboje, architektūroje. Pavyzdžiui, nuo albedo priklauso, kokia į kūno paviršių krintančio energinio srauto dalis yra šio paviršiaus sugerama ir kaitina kūną. Kuo ilgiau vyksta šis procesas, tuo didesnė tikimybė degiesiems kūnams užsiliepsnoti.

35.4 p a v y z d y s. Drožtos medienos albedas  $\rho = 0,07$ . Mediena užsidega, jei į  $1 \text{ m}^2$  plotą 3 minutes krinta energinis srautas  $\Phi_{\text{en.}} = 2,5 \times 10^4 \text{ W}$ . Raskime, kiek energijos sugeria per tą laiką  $1 \text{ m}^2$  medienos.

Duota:  $\rho = 0,07$ ,  $\Phi_{\text{en.}} = 2,5 \times 10^4 \text{ W}$ ,  $t = 180 \text{ s}$ .

Rasti:  $E$ .

Sprendimas. Pagal energijos tvermės dėsnį kritęs energinis srautas  $\Phi_{\text{en.}}$  lygus sugertojo  $\Phi_{\text{en.sug.}}$  ir išsklaidytojo  $\Phi_{\text{en.iskl.}}$  srautų sumai:

$$\Phi_{\text{en.}} = \Phi_{\text{en.sug.}} + \Phi_{\text{en.iskl.}} \tag{a}$$

Taikydami (35.16), iš (a) gauname:

$$\Phi_{\text{en.sug.}} = \Phi_{\text{en.}}(1 - \rho) \tag{b}$$

Sugertoji energija lygi sugertojo energinio srauto sandaugai iš laiko:

$$E_{\text{sug.}} = \Phi_{\text{en.sug.}} t = \Phi_{\text{en.}}(1 - \rho)t = 4,2 \times 10^6 \text{ (J)} \tag{c}$$

## KVANTINĖ OPTIKA

Šioje dalyje nagrinėjami reiškiniai, kurie papildo banginės optikos skyriuje aptartą šviesos savybių supratimą ir atskleidžia dvilybę (banginę ir kvantinę) šviesos prigimtį.

### 36. PUSIAUSVIRASIS ŠILUMINIS SPINDULIAVIMAS

36.1. Šiluminis spinduliavimas ir jo charakteristikos. Absoliučiai juodas kūnas

Šiluminiu spinduliavimu vadinamas toks vyksmas, kai kūnų vidinė energija virsta elektromagnetine spinduliuote<sup>1</sup>. Šiluminis spinduliavimas yra labiausiai paplitęs gamtoje ir technikoje, nes būdingas visiems kūnams, kurių absoliučioji temperatūra  $T > 0\text{ K}$ . Izoliuotoje termodinaminėje sistemoje tarp kūnų ir jų šiluminės spinduliuotės nusistovi termodinaminė pusiausvyra, nes šiluminio spinduliavimo intensyvumas didėja kūnų temperatūrai didėjant.

Nusakykime kūno šiluminio spinduliavimo kiekybines charakteristikas.

Energiniu šviesiu (žr. (35.5) formulę) vadinama energija, išspinduliuojama iš kūno paviršiaus ploto vieneto per laiko vienetą visame bangų ilgių (kartu ir dažnių) ruože ( $0 < \lambda < \infty$ , arba  $0 > \nu > \infty$ ):

$$R_T = \frac{d\Phi_T}{dS'} = \frac{d^2 E_T}{dS dt} = \frac{dW_T}{dS}, \quad (36.1)$$

čia  $W_T$  – iš kūno paviršiaus spinduliuojama galia. Šiame poskyryje dydžių indeksu „en“ nerasysime, o indeksu  $T$  pabrėžiame tai, kad dydis yra absoliučiosios temperatūros funkcija. SI vienetais  $[R_T] = \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{s}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ .

Vienetiniam dažnių intervalui tenkantis energinis šviesis vadinamas kūno emisijos (spinduliavimo) geba arba spinduliuotės spektriniu tankiu:

$$r_{\nu, T} = \frac{dR_T}{d\nu}. \quad (36.2)$$

Emisijos gebą galima išreikšti ir kaip vienetiniam bangų ilgių vakuume ruožui tenkanti energinį šviesį:

$$r_{\lambda, T} = \frac{dR_T}{d\lambda}. \quad (36.3)$$

SI vienetais  $[r_{\nu, T}] = \frac{\text{W s}}{\text{m}^2}$ ,  $[r_{\lambda, T}] = \frac{\text{W}}{\text{m}^3}$ .

Iš (36.3) gauname kūno energinio šviesio ir emisijos gebos sąsają:

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu = \int_0^{\infty} r_{\lambda, T} d\lambda. \quad (36.4)$$

Kūno absorbcijos (sugerties) geba rodo, kokia elektromagnetinių bangų energijos dalis yra sugeriama dažnių ruože nuo  $\nu$  iki  $\nu + d\nu$ :

$$a_{\nu, T} = \frac{dE_{\nu, T \text{ abs}}}{dE_{\nu, T}}. \quad (36.5)$$

Taigi kūno energinis šviesis, emisijos geba ir absorbcijos geba priklauso nuo šviesos dažnio, absoliučiosios temperatūros, kūno prigimties ir jo paviršiaus būsenos.

Pagal energijos tvermės dėsnį neskaidriųjų kūnų išsklaidytos  $E_{\nu, T \text{ abs}}$  ir sugertos

<sup>1</sup> Visų kitų rūšių spinduliavimas yra nepusiausvirasis, vyksta neizoliuotose sistemose arba dėl negrįžtamųjų cheminių reakcijų sistemoje. Toks liuminescencija vadinamas spinduliavimas sukeliamas arba įvairių išorinių veiksnių – šviesos poveikio (fotoluminescencija), elektronų srauto (katodoluminescencija), elektrinio lauko (elektroluminescencija), arba cheminių reakcijų (chemiluminescencija).

$E_{\nu, T \text{ sug}}$  energijų suma lygi kritusiai energijai  $E_{\nu, T}$ :

$$E_{\nu, T} = E_{\nu, T \text{ abs}} + E_{\nu, T \text{ sug}}. \quad (36.6)$$

Padaliję (36.6) lygties narius iš  $E_{\nu, T}$  ir pritaikę (35.16) bei (36.5), gauname sklaidžiojo atspindžio koeficiento ir absorbcijos gebos sąsają:

$$\frac{E_{\nu, T \text{ abs}}}{E_{\nu, T}} + \frac{E_{\nu, T \text{ sug}}}{E_{\nu, T}} = 1, \quad (36.7)$$

arba

$$\rho_{\nu, T} + a_{\nu, T} = 1. \quad (36.8)$$

Absoliučiai juodu vadinamas kūnas, kuris sugeria visą į jį krintančią spinduliuotę. Vadinasi, absoliučiai juodo kūno absorbcijos geba (žymima viršutiniu indeksu \*) lygi vienetui:

$$a_{\nu, T}^* = 1. \quad (36.9)$$



317 pav. Absoliučiai juodo kūno modelis

Absoliučiai juodas kūnas (toliau trumpinama a. j. k.) yra idealizuotas realiųjų kūnų modelis. Atsižvelgę į (36.8) sąsają, pagal 35.6 lentelės duomenis galime teigti, kad absoliučiai juodu kūnu galima laikyti, pavyzdžiui, juodą aksomą ( $a_{\nu, T} = 0,995$ ), juodą popierių ( $a_{\nu, T} = 0,95$ ).

Labai geras a. j. k. modelis yra nedidelė anga ertmėje (317 pav.). Į ją patekęs spindulys daug kartų atsispindi nuo vidinio ertmės paviršiaus ir iš esmės yra visiškai sugeriamas. Jei palaikoma pastovi ertmės temperatūra, angos spinduliuotės spektras labai panašus į a. j. k. spinduliuotės spektrą.

Pilkuoju vadinamas kūnas, kurio absorbcijos geba  $a_T$  nepriklauso nuo dažnio (kartu ir nuo bangos ilgio) ir yra tik temperatūros bei pilkojo kūno paviršiaus savybių funkcija.

36.1 p a v y z d y s. Raskime emisijos gebos dažnių ir bangų ilgių ruožais išraiškų sąsają. Sprendimas. Šviesos bangos ilgio vakuume ir dažnio sąsaja (žr. (29.64) formulę):

$$\lambda = \frac{c}{\nu}, \quad (a)$$

čia  $c$  – šviesos greitis vakuume.

Diferencijuojame (a):

$$d\lambda = -\frac{c}{\nu^2} d\nu. \quad (b)$$

Įrašome (b) į (36.4):

$$R_T = \int_0^{\infty} r_{\nu, T} d\nu = -\int_0^{\infty} r_{\lambda, T} \frac{c d\nu}{\nu^2} = \int_{\infty}^0 r_{\lambda, T} \frac{c d\nu}{\nu^2}. \quad (c)$$

Palyginę (c) pointegralines išraiškas ir pritaikę (a), gauname:

$$r_{\nu, T} = \frac{c}{\nu^2} r_{\lambda, T} = \frac{\lambda^3}{c} r_{\lambda, T}. \quad (d)$$

36.2 p a v y z d y s. Tarkime, kad 317 pav. pavaizduotos ertmės vidinio paviršiaus absorbcijos geba  $a_T = 0,7$ . Raskime, kokia į ertmę patekusios šviesos energijos dalis liks neabsorbuota po 10 atspindžių. Kiek atspindžių mažiausiai turi įvykti, kad šviesos energija sumažėtų ne mažiau kaip milijoną kartų?

Duota:  $a_T = 0,7$ ,  $n = 10$ ,  $\frac{E_n}{E_0} = 10^{-6}$ .

Rasti:  $\frac{E_n}{E_0}, x$ .

Sprendimas. Pirmojo atspindžio metu atspindima energija  $E_1 = E_0 - a_T E_0 = (1 - a_T) E_0$ , antrojo –  $E_2 = (1 - a_T) E_1 = (1 - a_T)^2 E_0$ ,  $n$ -ojo –  $E_n = (1 - a_T)^n E_0$ . Vadinasi, po  $n$ -ojo atspindžio atsispindėjusios šviesos energija sudaro  $(1 - a_T)^n = \frac{E_n}{E_0}$  dalį pradinės energijos.

Nagrinėjamu atveju po 10 atspindžių –

$$\frac{E_{10}}{E_0} = (1 - a_T)^{10} = 6 \times 10^{-6}. \quad (a)$$

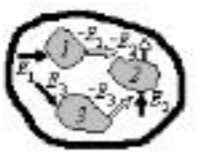
Atspindžių skaičių  $x$ , po kurių šviesos energija sumažės milijoną kartų, randame logaritmavę lygtį  $(1 - a_T)^x = 10^{-6}$ :

$$x = \frac{\log 10^{-6}}{\log(1 - a_T)} = 11,5. \quad (b)$$

Kadangi atspindžių skaičius turi būti sveikasis,  $x = 12$ . Pagal (a) randame, kad po 12 atspindžių šviesos energija sumažės  $\approx 1,9 \times 10^6$  kartų.

### 36.2. Kirchhofo dėsnis

Raskime bet kokio kūno emisijos ir absorbcijos gebų sąsają, taikydami mintinį eksperimentą. Tarkime, uždaryjame pastoviosios absoliučiosios temperatūros  $T$  apvalkale yra keli skirtingi kūnai, kurie gali keistis energijomis tarpusavyje ir su apvalkalu, tik spinduliuodami ir sugerdami elektromagnetines bangas (318 pav.). Bandymai rodo, kad po kiek laiko tokioje sistemoje nusistovi termodinaminė pusiausvyra – visų kūnų temperatūra tampa lygi apvalkalo temperatūrai  $T$ . Tai įmanoma tik jeigu kiekvieno kūno sugeriamos ( $E_i$ ) ir išspinduliuojamos ( $-E_i$ ) energijos kiekiai yra vienodi, t. y. didesnės emisijos gebos kūno absorbcijos geba yra proporcingai didesnė:



318 pav. Schema Kirchhofo dėsnio išvedimui

$$\left(\frac{r_{v,T}}{a_{v,T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{v,T}}{a_{v,T}}\right)_2 = \dots = \left(\frac{r_{v,T}}{a_{v,T}}\right)_i, \quad (36.10)$$

čia indeksais 1, 2, ...  $i$  pažymėti skirtingi kūnai.

(36.10) lygtis tinka bet kokiam kūnui. Todėl pagal Kirchhofo dėsnį bet kokio kūno emisijos ir absorbcijos gebų santykis nepriklauso nuo kūno prigimties ir yra universalioji dažnio ir temperatūros funkcija:

$$\frac{r_{v,T}}{a_{v,T}} = \varphi(v, T). \quad (36.11)$$

Funkcija  $\varphi(v, T)$  vadinama universalioja Kirchhofo funkcija.

(36.11) formulę galima išreikšti bangų ilgiu:

$$\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = f(\lambda, T). \quad (36.12)$$

Funkcijas (36.11) ir (36.12) sieja 36.1 pavyzdžio (d) lygtis.

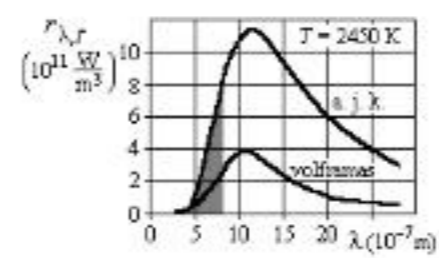
Taikydami (36.12) absoliučiai juodam kūnui ( $a_{\lambda,T}^* = 1$ ), gauname, kad universalioji Kirchhofo funkcija lygi a. j. k. emisijos gebai tame pačiame dažnių ruože ir toje pačioje temperatūroje:

$$\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = \frac{r_{\lambda,T}^*}{a_{\lambda,T}^*} = r_{\lambda,T}^*. \quad (36.13)$$

Atitinkamai iš (36.12) –

$$\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}} = \frac{r_{\lambda,T}^*}{a_{\lambda,T}^*} = r_{\lambda,T}^*. \quad (36.14)$$

Suprantama, kad absoliučiai juodam kūnui taikytina 36.1 pavyzdžio (d) lygtis.



319 pav. Absoliučiai juodo kūno ir volframo spektrai, kai  $T = 2450$  K

Realieji kūnai iš esmės nėra nei absoliučiai juodi, nei pilkieji, jų absorbcijos koeficientas  $a_{\lambda,T} < 1$ , o emisijos geba mažesnė už tokios pat temperatūros a. j. k. emisijos gebą:

$$r_{\lambda,T} = r_{\lambda,T}^* a_{\lambda,T}. \quad (36.15)$$

Kadangi  $a_{\lambda,T}$  yra bangos ilgio funkcija, nejuodųjų ir nepilkuųjų kūnų emisijos gebos priklausomybės nuo bangų ilgio grafikas, t. y. spektras, nėra geometriškai panašus į tos pačios temperatūros a. j. k. spektrą. Jeigu tam tikrame bangų ilgių ruože absorbcijos geba

$a_{\lambda,T}$  kinta nedaug, taikoma vidutinė absorbcijos gebos reikšmė, t. y. šiame spektro ruože kūnas laikomas pilkuoju. Tada iš (36.4) ir (36.15) pilkojo kūno energinis šviesis –

$$R_T = a_T R_T^*, \quad (36.16)$$

čia  $R_T^*$  – a. j. k. energinis šviesis tame pačiame spektro ruože esant tai pačiai temperatūrai.

319 pav. šviesos šaltiniuose dažnai naudojamo volframo emisijos spektras esant temperatūrai  $T = 2450$  K palyginamas su tokios pat temperatūros a. j. k. spektru. Regimosios šviesos bangų ruožas patamsintas. Iš grafiko matyti, kad didesnė įkaitinto volframo spinduliuojamos energijos dalis yra infraraudonojoje spektro dalyje. Vadinasi, tokių šviesos šaltinių naudingumo koeficientas mažas.

### 36.3. Stefano ir Bolcmano dėsnis

Termodinaminiais metodais analizuodami bandymais nustatytus a. j. k. spinduliavimo dėsningumus, Stefanus ir Bolcmanas atrado dėsnį: **absoliučiai juodo kūno energinis šviesis yra tiesiog proporcingas kūno absoliučiajai temperatūrai ketvirtuoju laipsniu:**

$$R_T^* = \sigma T^4, \quad (36.17)$$

čia  $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$  – Stefano ir Bolcmano konstanta.

Jeigu spinduliuojančio a. j. k. absoliučioji temperatūra  $T$  ir aplinkos absoliučioji temperatūra  $T_0$  skiriasi mažai, Stefano ir Bolcmano dėsnis rašomas taip:

$$R_T^* = \sigma(T^4 - T_0^4). \quad (36.18)$$

Taikome (36.4) formulę absoliučiai juodam kūnui:

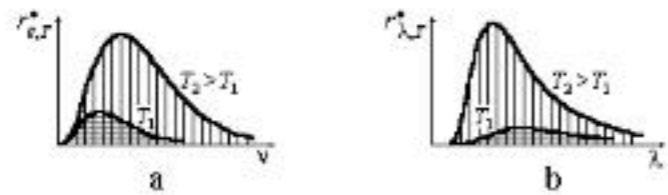
$$R_T^* = \int_0^\infty r_{\lambda,T}^* d\lambda = \int_0^\infty r_{\lambda,T}^* d\lambda. \quad (36.19)$$

Emisijos geba netolygiai pasiskirsto a. j. k. spektre (t. y. pagal dažnį ir bangos ilgį).

Skirtingos temperatūros ( $T_2 > T_1$ ) a. j. k. emisijos gebos kaip dažnio funkcijos grafikas pateikiamas 320 pav., a, kaip bangos ilgio funkcijos – 320 pav., b. Iš (36.19) formulės ir integralo geometrinės prasmės aišku, kad a. j. k. energinis šviesis vaizduojamas  $r_{\lambda,T}^*$  ir  $r_{\lambda,T}^*$  funkcijų grafikų ribojamu plotu (320 pav. šie plotai užbrūkšniuoti, jų dydžiai labai priklauso nuo kūno absoliučiosios temperatūros, kaip tai rodo (36.17) formulė).

Žmogaus kūno įvairių taškų temperatūra pakinta, jei vyksta uždegiminis procesas. Kintant temperatūrai pakinta ir kūno energinis šviesis. Medicinoje taikomas diagnozavimo pagal kūno

dalių šiluminę spinduliuotę metodus (*termografija*). Temperatūra gali būti tiksliai matuojama skystųjų kristalų (žr. 20.5 poskyrį), kurie temperatūrai kintant keičia spalvą, indikatoriais.



320 pav. Stefano ir Bolcmano dėsnio geometrinė interpretacija

36.3 p a v y z d y s. Kaitrinių lempų spiralių temperatūrą riboja intensyvus spiralių metalo garavimas aukštoje temperatūroje. Garavimas sumažėja, ir temperatūra gali būti aukštesnė, jei lempos balionas nėra vakuumuotas kaip vakuuminės lempos, o pripildytas iki  $p \approx 50$  kPa inertinių dujų, pavyzdžiui, kriptono, ksenono ir nedidelio azoto kiekio mišinio (dujinė lempa). Tarkime, kad vakuuminės lempos spiralinės temperatūra 2460 K, dujinės – 2900 K. Raskime, kiek kartų dujinės lempos spiralinės energinis šviesis yra didesnis už vakuuminės.

Duota:  $T_1 = 2460$  K,  $T_2 = 2900$  K.

Rasti:  $\frac{R_{T_2}}{R_{T_1}}$ .

Sprendimas. Energinį šviesių santykį randame, taikydami Stefano ir Bolcmano dėsnį (36.17):

$$\frac{R_{T_2}}{R_{T_1}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 = 1,93, \quad (a)$$

čia aplinkos temperatūros  $T_0$  nepaisome dėl daug didesnės už ją įkaitintos spiralinės temperatūros, spiralinės metalą laikome pilkuoju kūnu ir taikome (36.16) formulę.

Tokių elektros lempų regimosios šviesos energinis srautas lygus  $\approx 5\%$  viso energinio srauto, nes didelę spinduliuotės dalį sudaro infraraudonoji šviesa.

36.4 p a v y z d y s. Šviesos šaltiniai apibūdinami *spektriniu šviesiniu efektyvumu*, kuris lygus monochromatinės šviesos srauto  $\Phi_\lambda$  santykiui su energiniu monochromatinės spinduliuotės srautu  $\Phi_{\lambda,em}$ :  $K_{\lambda,sv} = \frac{\Phi_\lambda}{\Phi_{\lambda,em}}$ . SI vienetais  $[K_{\lambda,sv}] = \frac{\text{lm}}{\text{W}}$ . Raskime monochromatinės šviesos,

kurios bangos ilgis  $\lambda = 5,55 \times 10^{-7}$  m, šaltinio šviesinį efektyvumą.

Sprendimas. Pagal apibrėžimus (žr. 35.2 poskyrį) esant bangos ilgiui  $\lambda = 5,55 \times 10^{-7}$  m šviesos stipris 1 cd atitinka energinį spinduliuotės stiprį  $\frac{1}{683} \frac{\text{W}}{\text{sr}}$ , o 1 lm = 1 cd  $\times$  1 sr. Iš čia gauname:

$$K_{\lambda,sv} = \frac{\Phi_\lambda}{\Phi_{\lambda,em}} = \frac{1}{683} \frac{\text{lm}}{\text{W}} = 1,46 \times 10^{-3} \frac{\text{lm}}{\text{W}}. \quad (a)$$

Jei laikytume šio šaltinio šviesinį efektyvumą lygiu 1, suvidurkintas pagal visus bangų ilgius Saulės šviesinis efektyvumas būtų lygus  $\approx 0,14$ , kaitrinių lempų –  $\approx 0,02$ , liuminescencinių lempų –  $\approx 0,06$ .

36.5 p a v y z d y s. Laikykime, kad žmogaus kūno paviršiaus plotas –  $1,5 \text{ m}^2$ , odos paviršiuje absoliučioji temperatūra  $T = 306$  K (mažesnė už raumenų), o aplinkos –  $T_0 = 291$  K. Žmogaus kūną laikome pilkuoju kūnu, kurio absorbcijos koeficientas  $a_T = 0,9$ . Raskime žmogaus kūno spinduliuojamą galią.

Duota:  $S = 1,5 \text{ m}^2$ ,  $T = 306$  K,  $T_0 = 291$  K,  $a_{\lambda,T} = 0,90$ .

Rasti:  $W_T$ .

Sprendimas. Taikydami (36.1) formulę baigtiniams dydžiams, gauname:

$$W_T = R_T S. \quad (a)$$

Pagal (36.16) ir (36.18) –

$$R_T = a_T \sigma (T^4 - T_0^4), \quad (b)$$

[rašome (b) į (a):

$$W_T = a_T \sigma (T^4 - T_0^4) S \approx 120 \text{ (W)}. \quad (c)$$

36.6 p a v y z d y s. Pakeiskime 36.5 pavyzdžio sąlygą. Laikykime, kad žmogus apsirengęs medvilniniu triko, kurio plotas  $1,5 \text{ m}^2$ , absoliučioji temperatūra  $T = 300$  K, triko kaip pilkojo kūno absorbcijos koeficientas  $a_T = 0,73$ . Aplinkos absoliučioji temperatūra  $T_0 = 291$  K. Raskime spinduliuojamą galią šiuo atveju.

Duota:  $S = 1,5 \text{ m}^2$ ,  $T = 300$  K,  $T_0 = 291$  K,  $a_T = 0,73$ .

Rasti:  $W_T$ .

Sprendimas. Taikome 36.5 pavyzdžio (c) formulę:

$$W_T = a_T \sigma (T^4 - T_0^4) S = 58 \text{ (W)}. \quad (a)$$

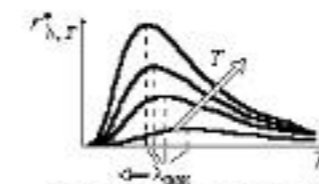
Palyginę su 36.5 pavyzdžio rezultatu matome, kad net paprasčiausi drabužiai sumažina spinduliuojamą energiją nuostolius daugiau kaip perpus.

### 36.4. Vyno poslinkio dėsnis

Tiriant absoliučiai juodo kūno emisijos gebą skirtingose temperatūrose buvo nustatytas *Vyno poslinkio dėsnis*: **bangos ilgis, atitinkantis absoliučiai juodo kūno emisijos gebos maksimumą, atvirkščiai proporcingas kūno absoliučiajai temperatūrai:**

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T}, \quad (36.20)$$

čia  $b = 2,898 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$  – Vyno konstanta.



321 pav. Vyno poslinkio dėsnio geometrinė interpretacija

321 pav. pateikiamos skirtingų temperatūrų a. j. k. emisijos gebų priklausomybės nuo bangos ilgio ir pažymėti kreivių maksimumus atitinkantys bangų ilgiai.

Vyno poslinkio dėsnio iliustracija – kaitinamo metalo spinduliuojamos šviesos spalvos kitimas nuo tamsiai raudonos (palyginti žema temperatūra) iki baltos (aukštoje temperatūroje spektre daugėja trumpabangės – mėlynos ir violetinės spalvų – spinduliuotės).

36.7 p a v y z d y s. Laikydami, kad žmogus spinduliuoja apytikriai  $T = 306$  K temperatūros a. j. k., raskime, koks bangos ilgis atitinka žmogaus emisijos gebos maksimumą?

Duota:  $T = 306$  K.

Rasti:  $\lambda_{max}$ .

Sprendimas.

Pagal Vyno poslinkio dėsnį bangos ilgis, atitinkantis žmogaus emisijos gebos maksimumą, –

$$\lambda_{max} = \frac{b}{T} \approx 9,5 \times 10^{-6} \text{ (m)}. \quad (d)$$

Taigi žmogaus spinduliuotė atitinka infraraudonąją elektromagnetinių bangų ruožą.



36.8 p a v y z d y s. Degančios naftos liepsnos absoliučioji temperatūra  $T = 1373 \text{ K}$ , absorbcijos geba  $a_T = 0,85$ . Raskime bangos ilgį, atitinkantį liepsnos emisijos gebos maksimumą, laikant liepsną absoliučiai juodu kūnu, ir liepsnos energinį šviesį.

Duota:  $T = 1373 \text{ K}$ ,  $a_T = 0,85$ .

Rasti:  $\lambda_{\max}$ ,  $R_T$ .

Sprendimas. Bangos ilgį, atitinkantį liepsnos emisijos gebos maksimumą, randame pagal (36.20) formulę:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} = 2,1 \times 10^{-6} \text{ (m)}, \quad (a)$$

šis bangos ilgis atitinka infraraudonąją spektro dalį.

Liepsnos energinį šviesį apskaičiuojame pagal (36.16) ir (36.18):

$$R_T = a_T \sigma T^4 = 1,7 \times 10^5 \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right), \quad (b)$$

čia nepaisėme mažos, palyginti su liepsnos, aplinkos temperatūros.

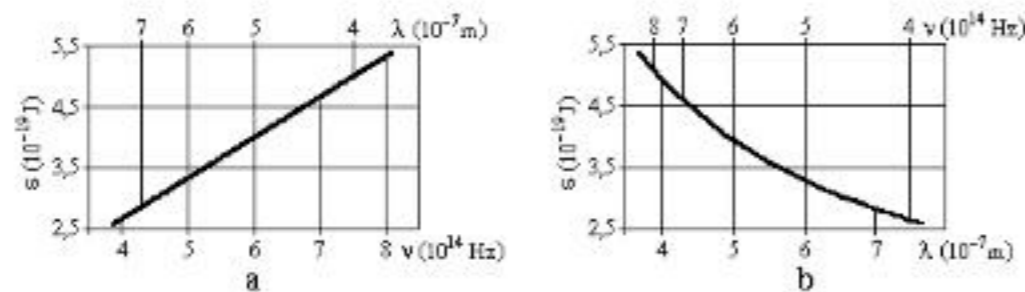
### 36.5. Planko formulė. Kvanto sąvoka

Mėginimai paaiškinti visus absoliučiai juodo kūno spinduliavimo dėsningumus Maksvelo elektromagnetinių bangų teorijos pagrindu (žr. 29.5 poskyrį) buvo bevaisiai.

1900 m. iškelta *Planko hipotezė*, pagal kurią *kūnai spinduliuoja šviesą ne išsiai, o tam tikromis energijos porcijomis – kvantais, kurių energija tiesiog proporcinga spinduliuojamos šviesos dažniui*:

$$\varepsilon = h\nu = h\omega, \quad (36.21)$$

čia  $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ J s}$  – *Planko konstanta*,  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \times 10^{-34} \text{ J s}$  – *mažoji Planko konstanta*,  $\nu$  ir  $\omega$  – šviesos dažnis ir ciklinis dažnis.



322 pav. Regimosios šviesos kvantų (fotonų) energija dažnių (a) ir bangų ilgių (b) skalėse

Regimosios šviesos kvantai vadinami *fotonais*.

Kadangi  $\nu = \frac{c}{\lambda}$  ( $\lambda$  – šviesos bangos ilgis vakuume), (36.21) galima rašyti taip:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}. \quad (36.22)$$

Fotonų energijos priklausomybė nuo šviesos dažnio (a) ir bangos ilgio (b) pateikiama 322 pav.

Remdamasis kvantų hipoteze, Plankas gavo teorinę a. j. k. emisijos gebos priklausomybę nuo dažnio ir kūno absoliučiosios temperatūros (*Planko formulė*):

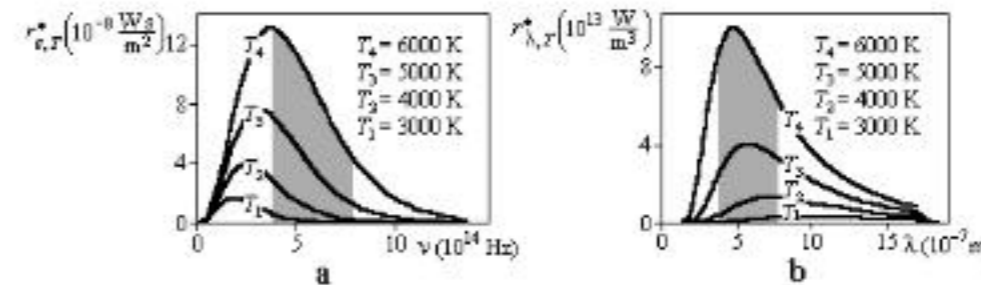
$$r_{\nu, T}^* = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (36.23)$$

čia  $h$  – Planko konstanta,  $\nu$  – spinduliuojamos šviesos dažnis,  $k$  – Bolcmano konstanta (žr. 16.1 poskyrį),  $T$  – kūno absoliučioji temperatūra.

(36.23) formulę galima užrašyti ne šviesos dažniais  $\nu$ , o bangų ilgiais  $\lambda$ :

$$r_{\lambda, T}^* = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}. \quad (36.24)$$

323 pav. pavaizduoti (36.23) ir (36.24) funkcijų grafikai esant skirtingoms a. j. k. temperatūroms. Patamsintoji sritis atitinka regimosios šviesos spektro ruožą.



323 pav. Absoliučiai juodo kūno emisijos geba pagal Planko formulę: (a) – kaip dažnio, (b) – kaip bangos ilgio funkcija

Integravus Planko formulę ir pagal (36.17) gavus a. j. k. energinio šviesio formulę, galima išreikšti Stefano ir Bolcmano konstantą dydžiais  $k$ ,  $c$  bei  $h$  ir apskaičiuoti jos skaitinę reikšmę.

Vyno dėsnio nusakomą  $\lambda_{\max}$  galima apskaičiuoti įrašius  $k$ ,  $c$  bei  $h$  reikšmes į nuliui prilygintą Planko formulės dešiniojos pusės išvestinę (funkcijos ekstremumo sąlyga).

Idealiai atitikusi eksperimentų rezultatus Planko hipotezė virto teorija ir tapo naujosios fizikos, kvantinės optikos, kartu ir kvantinės fizikos, pradžia.

Kvanto sąvokos atsiradimas ir kvantinių šviesos savybių atskleidimas parodė šviesos ir apskritai elektromagnetinių bangų prigimties *dualumą* (dvilypumą) (žr. 268 pav.). Viena vertus, kvantas yra nedaloma energijos porcija ir išreiškia šviesą spinduliuojančių atomų energijų diskretumą (žr. 40.2 poskyrį). Antra vertus, kvanto energija išreiškiama bangoms būdingais dydžiais – dažniu arba bangos ilgiu.

Taigi šviesos prigimtis yra dvilypė – ir banginė, ir kvantinė. Kuri iš savybių pasireiškia labiau, priklauso nuo šviesos dažnio ir konkretaus eksperimento sąlygų.

36.9 p a v y z d y s. Taikant klasikinės statistinės fizikos metodus, gaunama tokia a. j. k. emisijos gebos  $r_{\nu, T}^*$  priklausomybė nuo šviesos bangos dažnio ir absoliučiosios temperatūros (*Reilėjaus ir Džinsio formulė*):

$$r_{\nu, T}^* = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} kT. \quad (a)$$

Įrodykite, kad mažų dažnių (didelių bangų ilgių) spektro sričiai taikoma Planko formulė (36.23) virsta Reilėjaus ir Džinsio formule.

Sprendimas. (36.23) formulės vardiklio eksponentę išskaidome eilute, apsiribodami dviem pirmaisiais eilutės nariais:

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}, \quad (b)$$

arba

$$e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \approx \frac{h\nu}{kT}. \quad (c)$$

Įrašę (c) į Planko formulę (36.23), gauname *Reilėjaus ir Džinsio formulę*:

$$r_{\nu, T}^* = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{\frac{h\nu}{kT}} = \frac{2\pi \nu^2}{c^2} kT. \quad (d)$$

36.10 p a v y z d y s. Anglijos nacionalinėje laboratorijoje neseniai bandymais gauta patikslinta Planko konstantos skaitinė reikšmė –  $h = 6,62606891 \times 10^{-34}$  J s, kurios absoliučioji paklaida  $|\Delta h| = 5,9 \times 10^{-41}$  J s. Raskime Planko konstantos santykinę paklaidą.

Sprendimas. Planko konstantos santykinė paklaida –

$$\frac{\Delta h}{h} = 8,9 \times 10^{-8}. \quad (a)$$

Ši nustatytoji Planko konstanta yra dvigubai tikslesnė už gautąją anksčiau. Bandymas atliktas taikant elektromagnetizmo ir mechanikos dėsnius, todėl atsiranda galimybė išreikšti kilogramo masės etaloną kvantiniais dydžiais (kol kas jis yra mechaninis).

36.11 p a v y z d y s. Raskime fotono masę ir impulsą.  
Sprendimas. Fotonas, kaip šviesos kvazidalelė, neturi rimties masės ( $m_{f0} = 0$ ), bet turi reliatyvistinę masę ( $m_f$ ). Pagal reliatyvumo teoriją bet kokią masę  $m$  atitinka energija  $E = mc^2$  (čia  $c$  – šviesos greitis vakuume). Fotono energija  $\varepsilon = m_f c^2$ , vadinasi, jo reliatyvistinė masė –

$$m_f = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2}. \quad (a)$$

Fotono impulsas

$$p_f = m_f c = \frac{h\nu}{c}. \quad (b)$$

Atsižvelgdami į šviesos dualumą, išreikškime fotono impulsą bangos skaičiumi  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ .

[(b) įrašome  $v = \frac{c}{\lambda} = \frac{ck}{2\pi}$ :

$$p_f = m_f c = \frac{hk}{2\pi} = \hbar k. \quad (c)$$

Pavyzdžiui, raudonosios šviesos ( $\nu = 3,7 \times 10^{14}$  Hz) fotono masė  $m_f = 2,7 \times 10^{-36}$  kg, impulsas  $p_f = 8,2 \times 10^{-28} \frac{\text{kg m}}{\text{s}}$ .

### 36.6. Optinė pirometrija

Optinė pirometrija vadinama įkaitintų kūnų optinių temperatūros matavimo metodų visuma. Absoliučiai juodu laikomo kūno temperatūrą galima apskaičiuoti pagal Stefano ir Bolcmano dėsnį, išmatavus kūno energinį šviesį.

Taikant Stefano ir Bolcmano dėsnį pilkajam kūnui, nustatoma šio kūno radiacinė temperatūra:

$$T_{rad.} = \sqrt[4]{a_T} T, \quad (36.25)$$

čia  $a_T$  – pilkojo kūno absorbcijos geba,  $T$  – tikroji kūno temperatūra. Kadangi  $a_T < 1$ , tikroji kūno temperatūra visada didesnė už radiacinę ( $T > T_{rad.}$ ).

Pilkojo ir a. j. k. kūnų spektrai yra geometriškai panašūs, todėl pilkajam kūnui taikytinas Vyno poslinkio dėsnis, pagal kurį nustatoma spalvinė temperatūra:

$$T_{sp.} = \frac{b}{\lambda_{max}}. \quad (36.26)$$

Pilkųjų kūnų spalvinė temperatūra sutampa su tikrąja ( $T_{sp.} = T$ ).

Skaistinė kūno temperatūra  $T_s$  vadinama tokia a. j. k. temperatūra, kuriai esant a. j. k. tam tikro bangos ilgio emisijos geba lygi tiriamojo kūno emisijos gebai:

$$r_{\lambda, T_s}^* = r_{\lambda, T}. \quad (36.27)$$

čia indeksas  $T$  – tikroji tiriamo kūno temperatūra.

Tikroji kūno temperatūra visada didesnė už skaistinę.

Skaistinė temperatūra matuojama *nykstančiojo siūlo pirometru*. Pirometro siūlo temperatūra nustatoma pagal Celsijaus laipsniais arba kelvinais graduotą pirometro skalę. Šią temperatūrą galima keisti. Su tiriamu kūnu vizualiai sutapdintas siūlas, kai jo temperatūra sutampa su tiriamo kūno temperatūra, „išnyksta“, t. y. tampa nematomas kūno fone, nes siūlo ir kūno emisijos gebos tam tikrame bangų ilgių ruože yra vienodos. Taip nustatoma skaistinė kūno temperatūra, pagal kurią, žinant pirometro siūlo absorbcijos gebą, apskaičiuojama tikroji temperatūra. Šis temperatūros matavimo būdas yra nesąlytinis ir leidžia matuoti nutolusių objektų (pavyzdžiui, Saulės) temperatūrą.

Energinis kūnų šviesis matuojamas *bolometrais*. Jais galima matuoti infraraudonąją spinduliuotę skleidžiančių kūnų energinius šviesius. Pavyzdžiui, bolometrai taikomi termografijoje (žr. 36.3 poskyrį).

### 36.7. Šiluminis Saulės spinduliavimas

Saulė yra gyvybės atsiradimo ir egzistavimo Žemėje šaltinis. Kai kuriuos Saulės vidinius parametrus, jos tiesioginės ir netiesioginės energijos išteklius aptarėme 11.6 poskyryje. Dabar nagrinėsime šiluminę Saulės spinduliuotės dedamąją.

Saulė yra plazmos rutulys, kurio spindulys  $R_S = 6,96 \times 10^8$  m (maždaug 109 Žemės spinduliai), masė  $m_S = 1,99 \times 10^{30}$  kg (333 000 kartų didesnė už Žemės masę). Vidutinis nuotolis nuo Saulės iki Žemės, t. y. Žemės orbitos spindulys  $R_{orb} = 1,496 \times 10^{11}$  m (šį astronominiu vienetu vadinamą nuotolį šviesa nueina per 499 s).

Iš Saulės atmosferos apatinio sluoksnio (*fotosferos*, t. y. matomojo spindinčio Saulės paviršiaus) sklindančios spinduliuotės spektras artimas absoliučiai juodo kūno spektrui. Fotosferos sluoksnio storis –  $3,5 \times 10^5$  m (t. y.  $5 \times 10^{-4} R_S$ ). Ties fotosferos vidine riba temperatūra 8000 K, ties išorine – 4500 K. Pagal Stefano ir Bolcmano dėsnį nustatoma vadinamoji Saulės efektinė temperatūra  $T_{ef} = 5780$  K.

Saulės spinduliuotės galia, tenkanti Žemės orbitoje už atmosferos ribų esančiam spinduliams statmenam  $1 \text{ m}^2$  plotui, vadinama *Saulės pastoviąja*,  $s_0 = 1370 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$  (žr. 36.13 pavyzdį).

Žemę pasiekia  $\approx 4,6 \times 10^{-10}$  dalis visomis kryptimis spinduliuojamos Saulės energijos (žr. 36.14 pavyzdį).

36.12 p a v y z d y s. Bangos ilgis, atitinkantis Saulės emisijos gebos maksimumą –  $\lambda_{max} = 5,5 \times 10^{-7}$  m. Laikydami Saulę absoliučiai juodu kūnu, raskime Saulės spalvinę temperatūrą.

Sprendimas. Saulės spalvinę temperatūrą randame pagal (36.26):

$$T_{sp.} = \frac{b}{\lambda_{max}} \approx 5300 \text{ K}. \quad (a)$$

Spalvinė Saulės temperatūra yra mažesnė už efektinę.

36.13 p a v y z d y s. Tardami, kad Saulė yra 5780 K absoliučiosios temperatūros absoliučiai juodas kūnas, raskime jos energinį šviesį ir Saulės pastoviąją.

Duota:  $T = 5780$  K,  $R_S = 6,96 \times 10^8$  m,  $R_{orb} = 1,496 \times 10^{11}$  m.

Rasti:  $W_T, s_0$ .

Sprendimas. Saulės energinį šviesį apskaičiuojame pagal Stefano ir Bolcmano dėsnį:

$$R_T = \sigma T^4 = 6,33 \times 10^7 \left( \frac{W}{m^2} \right) \quad (a)$$

Pagal (36.1) Saulės spinduliuojama galia –

$$W_T = R_T S_S = 4\pi R_S^2 \sigma T^4, \quad (b)$$

čia  $S_S = 4\pi R_S^2$  – Saulės fotosferos plotas.

Ši galia pasiskirsto Žemės orbitos spindulio sferoje, kurios plotas –

$$S = 4\pi R_{orb}^2, \quad (c)$$

Ploto vienetui tenkanti galia, t. y. Saulės pastovioji –

$$s_0 = \frac{W_T}{S} = \sigma T^4 \left( \frac{R_S}{R_{orb}} \right)^2 = 1370 \left( \frac{W}{m^2} \right). \quad (d)$$

36.14 p a v y z d y s. Raskime, kokia Saulės spinduliuotės galios dalis pasiekia Žemę ir kam lygi tos spinduliuotės energija per metus. Atsižvelgę į atmosferos sluoksnį, laikykime, kad  $R_Z = 6,42 \times 10^6$  m.

Duota:  $R_Z = 6,42 \times 10^6$  m,  $R_{orb} = 1,496 \times 10^{11}$  m,  $t = 3,15 \times 10^7$  s,  $T = 5780$  K.

Rasti:  $\frac{W_Z}{W_T}$ ,  $E_Z$ .

Sprendimas. Žemę pasiekiančios Saulės spinduliuotės galios dalis lygi Žemės rutulio projekcijos į spinduliams statmeną plotą santykiui su Žemės orbitos spindulio sferos plotu:

$$\frac{W_Z}{W_T} = \frac{\pi R_Z^2}{4\pi R_{orb}^2} = 4,6 \times 10^{-10}, \quad (a)$$

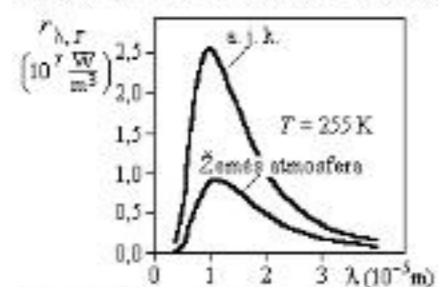
čia Žemės spindulio skaitinė reikšmė padidinta 50 km atsižvelgiant į atmosferos sluoksnio storį. Žemę per metus pasiekiančios Saulės spinduliuotės energiją randame padauginę Saulės spinduliuojamą galią (pagal 36.13 pavyzdžio (b) formulę) iš laiko ir iš (a):

$$E_Z = W_T t \frac{W_Z}{W_T} = 4\pi R_S^2 \sigma T^4 t \frac{W_Z}{W_T} = 5,6 \times 10^{24} \text{ (J)}. \quad (b)$$

Tokiai energijai gauti reikėtų sudeginti  $\approx 1,3 \times 10^{17}$  kg naftos, t. y. 1400 kartų daugiau nei nustatyta esant naftos išteklių.

### 36.8. Žemės šilumos balansas

Žemė kaip planeta Saulės spinduliuotės dalį atspindi atgal į kosmosą (Žemės atmosferos albedas  $\rho = 0,34$ , žr. 35.7 lentelę). Atmosferos, kurios vidutinė temperatūra laikoma lygia 255 K,

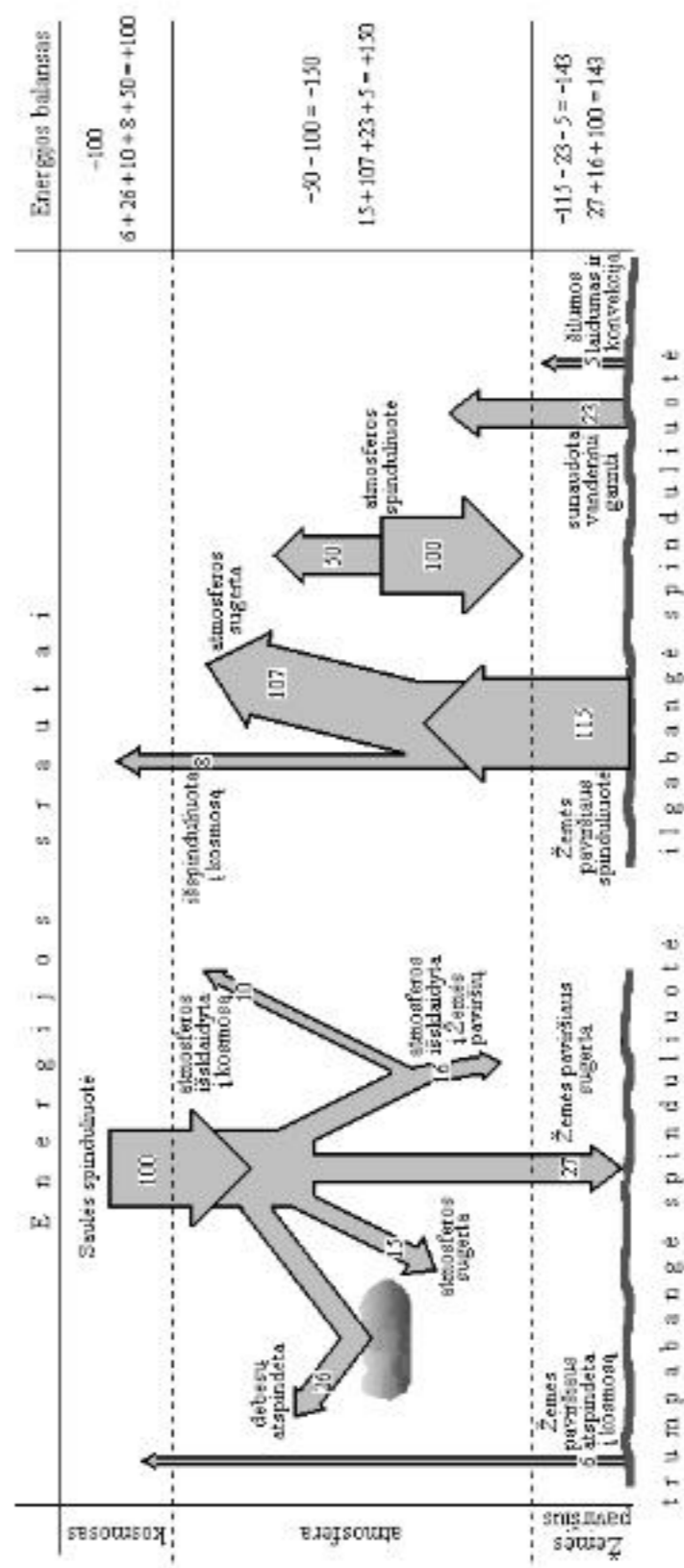


324 pav. Žemės atmosferos ir absoliučiai juodo kūno emisijos geba, kai  $T = 255$  K

spinduliuotė yra infraraudonosios spektro srities. Žemės paviršiaus vidutinė temperatūra 288 K, jo vidutinis albedas šiaurės pusrutulyje 0,08–0,14, pietų – 0,06–0,08. Aukštesnė paviršiaus temperatūra aiškinama tuo, kad atmosferoje esantys vandens garai,  $CO_2$ ,  $O_3$ ,  $N_2O$  ir  $CH_4$  molekulės sugeria didesnę Žemės paviršiaus spinduliuotės dalį ir perspinduliuoja ją atgal.

324 pav. palyginama Žemės atmosferos (į kosmosą daugiausia spinduliuoja atmosfera) ir tokios pat absoliučiosios temperatūros  $T = 255$  K a. j. k. emisijos geba.

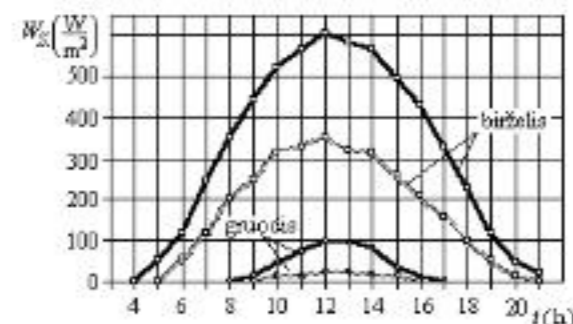
Tarp Žemės paviršiaus ir atmosferos dėl infraraudonosios spinduliuotės, šilumos laidumo ir konvekcijos vyksta šilumos apykaita. Žemės šilumos balansas schemaškai pavaizduotas 325 pav.



325 pav. Trumpbangis ir ilgabangis spinduliuotės energijos balansas sistemoje Saulė - Žemės atmosfera - Žemės paviršius

Ploto vienetai tenkančios spinduliuotės intensyvumas, t. y. energijos srauto tankis (žr. 29.7 poskyrį), matuojamas sąlygiškais vienetais<sup>1</sup>, lygiais vienai šimtajai Saulės konstantos ( $0,01 \epsilon_0 = 13,7 \frac{W}{m^2}$ ). Kairėje pusėje pavaizduotas Saulės spinduliuotės srautų pasiskirstymas trumpabangėje ( $\lambda \approx (3+40) \times 10^{-7} m$ ) spektro srityje, dešinėje – Žemės ilgabangės ( $\lambda > 5 \times 10^{-6} m$ ) spinduliuotės srautai ir šilumos praradimas dėl vandens garavimo, šilumos laidumo bei konvekcijos (teigiamieji – gauti, neigiamieji – atiduoti energijos kiekiai). Būtent šie energijos srautai lemia Žemės šiluminį balansą, t. y. iš esmės – gyvybės egzistavimą Žemėje.

Suprantama, kad skirtingose Žemės vietose ir skirtingais metų laikais energijos balansą apibūdinantys skaičiai yra skirtingi. Tam tikros vietovės jie priklauso nuo geografinės platumos, vidutinio saulėtų dienų skaičiaus, atmosferos užterštumo ir pan. Pavyzdžiui, Skandinavijos šalyse Žemės paviršių pasiekia maždaug perpus mažiau Saulės spinduliuotės energijos, palyginti su tropikuose esančiomis šalimis.



326 pav. Ploto vienetai tenkančios pilnutinės (—) ir tiesioginės (---) Saulės spinduliuotės vidutinės galios kitimas per dieną Kaune birželį ir gruodį

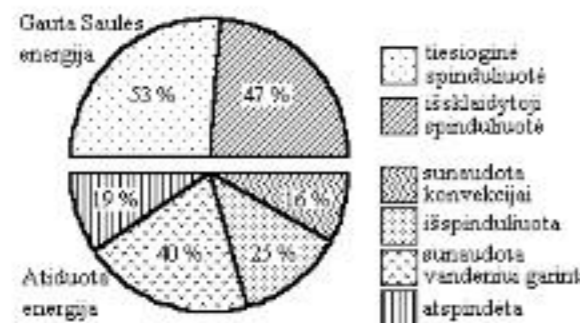
Lietuvoje vidutiniškai per metus daugiausia Saulės spinduliuotės tenka Suvalkijai – per  $120 \frac{W}{m^2}$ , mažiausiai – šiaurės vakarų ir Panevėžio apskritims – mažiau nei  $110 \frac{W}{m^2}$ .

326 pav. pateikiamas Saulės pilnutinės (tiesioginės ir išsklaidytosios) ir tik tiesioginės spinduliuotės ploto vienetai tenkančios vidutinės galios kitimas per dieną Kaune birželio ir gruodžio mėnesiais.

36.15 p a v y z d y s. Raskime, kiek pilnutinės Saulės spinduliuotės energijos tenka vienam kvadratiniam metrui Kaune per dieną birželio ir gruodžio mėnesiais.

Sprendimas. Vienam kvadratiniam metrui Kauno per dieną tenkanti energija –

$$E_S = \int_0^t W_S dt, \quad (a)$$



327 pav. Saulės energijos balansas Kaune birželį

čia  $W_S$  – ploto vienetai tenkanti spinduliuotės galia. (a) integralas skaitmeniškai lygus plotui po funkcijos  $W_S(t)$  kreivę. Išmatavę plotus po atitinkamomis 326 pav. grafiko kreivėmis ir padauginę juos iš 3600 (grafike abscisių ašyje atidėtos valandos, 1 val. = 3600 s), gauname: birželio mėnesį

$$E_{S(VI)} = 20,6 \frac{MW}{m^2},$$

$$E_{S(XII)} = 1,6 \frac{MW}{m^2}.$$

<sup>1</sup> Skaičiai yra orientaciniai, įvairių autorių pateikiami duomenys kiek skiriasi.

### 36.9. Šiluminė tarša. Šiltnamio efektas

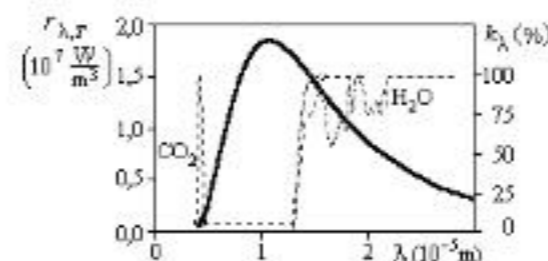
Aptartasis Žemės šiluminis balansas tėra tam tikras idealizuotas reiškinių modelis, pagrįstas daugiamečių stebėjimų statistika. Tikrieji gamtoje vykstantys reiškiniai yra daug sudėtingesni, jiems būdingos ilgesnės arba trumpesnės fluktuacijos – reiškinį nusakančių fizikinių dydžių nuokrypiai nuo vidurkių. Pavyzdžiui, 1982 m. po ugnikalnio El Chichon (Meksika) išsiveržimo padidėjo atmosferos užterštumas, ir visame regione vidutinė temperatūra pakilo  $1^\circ C$ . Kitas pavyzdys – kas kelerius metus pietinėje Ramiojo vandenyno dalyje atsirandanti šaltoji El Niño srovė, turinti didžiulės įtakos Pietų Amerikos regiono klimatinėms sąlygoms.

Be natūraliųjų, yra ir dirbtinių šiluminės (infraraudonosios) spinduliuotės šaltinių. Šiluminės ir branduolinės jėgainės, dideli pramonės objektai ir industriniai rajonai yra ne tik išmetę, bet ir technogeninio šiluminio užterštumo šaltiniai. Pavyzdžiui, vidutinis technogeninės energijos tankio srautas Japonijos teritorijoje yra

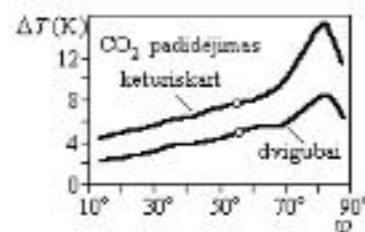
$$\approx 2 \frac{W}{m^2},$$

Vokietijos pramoniniame Ruro rajone – net  $\approx 32 \frac{W}{m^2}$ , o tai – apie trečdalis iš Saulės žiemą gaunamo spinduliuotės intensyvumo.

Žemės paviršius, kurio vidutinė temperatūra 288 K (žr. 36.8 poskyrį), spinduliuoja ne kaip tokios pat temperatūros a. j. k. Paviršiaus emisijos geba artima 270 K temperatūros a. j. k. emisijos gebai, jos maksimumas – tolimoje infraraudonojoje spektro srityje ( $\lambda_{max} = 1,1 \times 10^{-5} m$ ) (328 pav.). Šiame spektro ruože yra vandens ( $H_2O$ ) garų, anglies dvideginio ( $CO_2$ ), metano ( $CH_4$ ), azoto suboksido ( $N_2O$ ), deguonies ( $O_3$ ), ozono ( $O_3$ ) absorbcijos juostos. Šios dujos gerai praleidžia trumpabangę Saulės spinduliuotę, tačiau sugeria Žemės paviršiaus ilgabangę spinduliuotę ir perspinduliuoja ją ir į aukštesnius atmosferos sluoksnius, ir atgal į Žemės paviršių<sup>1</sup>. Taip atsiranda vadinamasis šiltnamio<sup>2</sup> efektas, dėl kurio didėja Žemės žemutinės atmosferos temperatūra. Jei nevyktų šis reiškinys, Žemės paviršiaus temperatūra tesiektų  $-18^\circ C$ . Intensyviai deginant naftos produktus, gamtines dujas, anglį didėja anglies dvideginio koncentracija atmosferoje. Per ilgesnį laiką tai gali sukelti neigiamus klimatinių sąlygų pokyčius. Skaičiavimai rodo, kad anglies dvideginio koncentracija atmosferoje gali padvigubėti jau apie 2030 metus. Skirtingose platumose tai sukeltų nevienodą apatinio atmosferos sluoksnio temperatūros padidėjimą, o  $CO_2$  koncentracijai padidėjus keturgubai temperatūros padidėjimas lemtų katastrofiškas pasekmes (329, 330 pav.). Dėl ašigalių ledynų tirpimo pakiltų vandenynų lygis ir užtvintų tankiai apgyventos pakrančių teritorijos (Nyderlandai, Nigerija, Bangladešas), tarp  $5^\circ$  ir  $35^\circ$  šiaurės platumos kritulių sumažėtų, o tarp  $35^\circ$  ir  $70^\circ$  – padaugėtų.



328 pav. Žemės paviršiaus emisijos geba (—),  $CO_2$  (---) ir  $H_2O$  (.....) sugerties koeficientas  $k_\lambda$

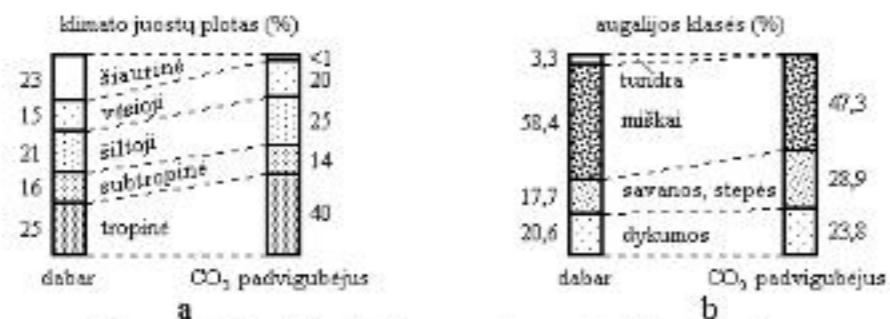


329 pav. Žemės apatinio atmosferos sluoksnio galimos temperatūros padidėjimas dėl  $CO_2$  koncentracijos padidėjimo keturgubo ir dvigubo padidėjimo pridėjusomai nuo platumos (baltas taškas atitinka Vėbraus platumą)

<sup>1</sup> Tiesiogiai į kosmosą Žemės paviršius spinduliuoja (žr. 325 pav.) tik atmosferos skaidrumo langu vadinamame spektro ruože ( $\lambda \approx (9+12) \times 10^{-6} m$ ), kuriame nėra pagrindinių atmosferos komponentų absorbcijos juostų.

<sup>2</sup> Šis pavadinimas atsirado, kai efekto kilmė nebuvo visiškai aiški. Iš esmės temperatūros didėjimo šiltnamyje ir Žemės atmosferoje priežastys nėra tapatinamos.

todėl svarbiausios augalininkystės zonos pasislinktų į šiaurę, kur dirvožemiai yra blogesni, sausringos zonos pasislinktų keliais šimtais kilometrų į šiaurę, o tundros išnyktų visiškai.



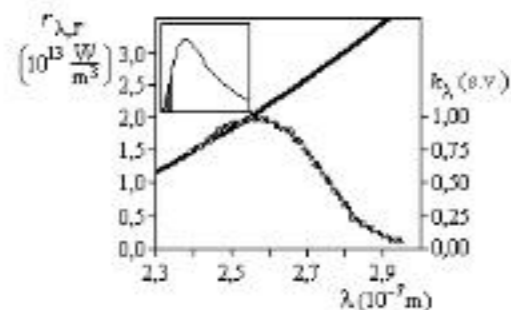
330 pav. Anglies dvideginio koncentracijos padvigubėjimo pasekmės klimatu (a) ir augalijai (b)

Pažymėtina, kad vienos mokslininkų nuomonės dėl šiltnamio efekto padarinių nėra. Čia aprašytas ir 330 pav. pavaizduotas tik vienas iš galimų prognozės variantų. Gali būti, kad šiluminę ir apskritai ekologinę pusiausvyrą palaikantys gamtiniai faktoriai yra veiksmingesni už tuos, kuriuos numato pesimistinės prognozės.

36.16 p a v y z d y s. Gaisro židiniui izoliuoti ugniagesiai naudoja tam tikras vandens garų uždangas. Vanduo dėl didelės savitosios garavimo šilumos ne tik atšaldo daiktų paviršius ir orą, bet ir intensyviai sugeria infraraudonąją spinduliuotę, kurią skleidžia degantys kūnai ir dėl kurios ilgesnio poveikio (žr. 35.4 pavyzdį) gali atsirasti naujų gaisro židinių.

### 36.10. Ozono problemos esmė

Ozonu vadinama deguonies molekulės triatomė modifikacija  $O_3$ . Esant nedidelei koncentracijai ozonas yra gaivaus kvapo (pavyzdžiui, jis susidaro žaibuojant, todėl po audrų oras gaivus). Pagrindinė ozono atsiradimo Žemės atmosferoje priežastis yra Saulės ultravioletinė (UV) spinduliuotė. Ozonas susidaro dviem etapais. Pirmuoju etapu – veikiant Saulės UV kvantams  $h\nu > 8,2 \times 10^{-19} \text{ J}$  (tokios spinduliuotės bangos ilgis  $\lambda = 2,42 \times 10^{-7} \text{ m}$ ) vyksta deguonies fotodisociacija:  $O_2 + h\nu \rightarrow O + O$ , antruoju – dalyvaujant katalizuojančioms dalelėms (K) ozonas susidaro cheminės reakcijos  $O_2 + O \xrightarrow{K} O_3$  metu. Kartu vyksta ir atvirkštinis procesas. Ozoną skaido  $O^*$ ,  $H^*$ ,  $NO^*$ ,  $OH^*$  ir  $Cl^*$  radikalai, veikdami kaip katalizatoriai. 29.9 poskyryje minėjome kai kurias ultravioletinės spinduliuotės poveikio teigiamas ir neigiamas pasekmes žmogaus organizmui. Saulės UV spinduliuotę, kurios bangų ilgis  $\lambda < 2,9 \times 10^{-7} \text{ m}$ , beveik visiškai sugeria (žr. 331 pav.) atmosferos ozonas, tai



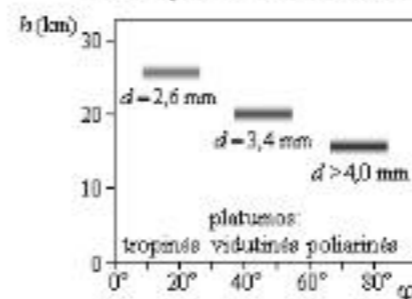
331 pav. Saulės spektro dalis ultravioletinėje srityje (—) ir ozono absorbcijos koeficientas sąlygiškais vienetais (---). Kampu pavaizduotas visas Saulės spektras ir nagrinėjama ultravioletinė spektro sritis (patamsinta)

apsaugo gyvuosius organizmus nuo kenksmingo UV spinduliuotės poveikio.

Ozono kiekis matuojamas ozono sluoksnio storiu, kuris susidarytų iš atmosferos stulpelės esančio ozono normaliosiomis sąlygomis ( $p = 1,01 \times 10^5 \text{ Pa}$ ,  $T = 273 \text{ K}$ ). Šis storis dažnai matuojamas nesisteminiais Dobsono vienetais (1 D.v. =  $10^{-5} \text{ m}$ ). Ozono kiekis skirtingose platumose

nevienodas ir didėja platumos laipsniui didėjant (apytikris sluoksnio storis milimetrais pateiktas 332 pav.).

Ozonosfera vadinamas stratosferoje 10–40 km aukštyje esantis atmosferos sluoksnis, kuriame ozono koncentracija  $^1 = 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , t. y. maž-



332 pav. Aukščio virš Žemės paviršiaus  $h$ , kuriame esti ozono koncentracijos maksimumas, ir bendrojo ozono kiekio (sluoksnio storio  $d$ ) pridėjusios nuo geografinės platumos  $\varphi$

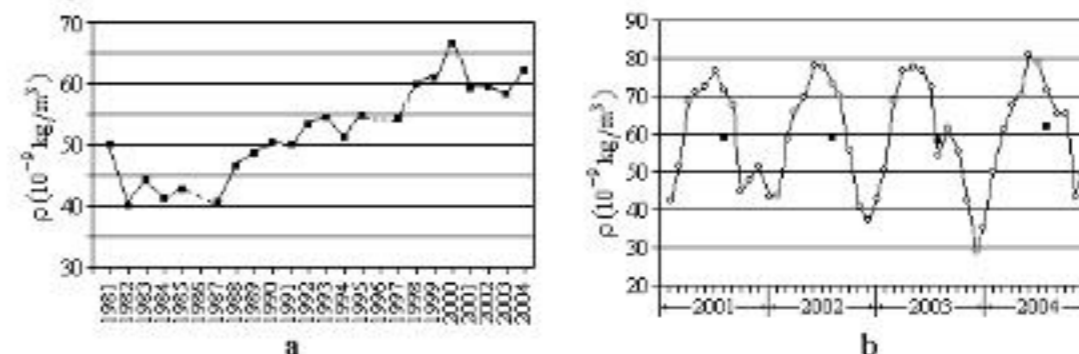
daug 1000 kartų didesnė už koncentraciją arti Žemės paviršiaus. Didžiausios ozono koncentracijos nustatytos  $\approx (24-27) \text{ km}$  aukštyje žemiosiose (tropinėse),  $\approx (19-21) \text{ km}$  – vidutinėse ir  $\approx (13-18) \text{ km}$  aukštesiose (poliarinėse) platumose (332 pav.). Stratosferoje vyrauja dinaminė pusiausvyrą tarp susidarantio ir skaidomo ozono, tačiau ji pažeidžiama, kai į atmosferą patenka kai kurių technogeninių junginių – daugiausia – freono 11 ( $CFCl_3$ ) ir freono 12 ( $CF_2Cl_2$ ), naudojamų aerosoliniuose purkštuvuose ir šaldymo įrenginiuose. Ozono koncentracijai stratosferoje sumažėjus 10 % Žemės paviršius siekianti ultravioletinė spinduliuotė padidėtų 45 %, ir tai lemtų neigiamas padarinius žmogui ir apskritai biotai (žr. 29.9 poskyrį).

Ozonas skatina šiltnamio efektą. Ultravioletinę spinduliuotę sugeriančių ozono molekulių greičiai padidėja, kartu didėja atmosferos temperatūra. Be to, ozono molekulės perspinduliuoja energiją, skleidamos infraraudonąją spinduliuotę.

Nors pažemio ozono koncentracija, palyginti su viršutiniais atmosferos sluoksniais, yra nedidelė, ozonas ekologiniu požiūriu yra labai reikšmingas. Pažemio ozonas laikytinas aktyviuoju teršalu. Kartu su azoto oksidais ir angliavandeniliais jis yra fotocheminio smogo komponentė. Fotocheminis smogas dirgina gleivinę, sukelia bronchų ligas. Pastebėta, kad ozonas pakenkia augmenijai, ardo lapų struktūrą.

Ozonas kaip stiprus oksidatorius kenkia žmogaus organizmui. Sveikatai pavojinga, kai jo koncentracija siekia  $180 \times 10^{-9} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Ozono koncentracija matuojama daugelyje šalių, taip pat

Lietuvoje. 333 pav., a, pateikiama pažemio ozono koncentracijos metinių vidurkių kaitos Lietuvoje (Preiloje) 1981–2004 m. kreivė. Matome, kad nuo 1987 m. pažemio ozono koncentracija didėja.



333 pav. Pažemio ozono koncentracija Preiloje (Neringa): a - metų vidurčiai, b - mėnesių vidurčiai 2001–2004 metais (○), tų metų vidurčiai (●)

<sup>1</sup> Ozono koncentracija matuojama ozono mase oro tūrio vienetu, praktikoje taikomas tankio matavimo vienetas  $1 \mu\text{g}/\text{m}^3 = 10^{-6} \text{ kg}/\text{m}^3$ .

XX šimtmečio pradžioje vidutinė pažemio ozono koncentracija Europoje buvo  $\approx 25 \times 10^{-9} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , o pabaigoje –  $\approx 65 \times 10^{-9} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Šiaurės pusrutulio vidutinių platumų troposferoje (atmosferos sluoksnyje iki 10 km aukščio) per pastaruosius 20 metų ozono koncentracija kasmet didėjo (1÷3) %.

Ozono koncentracija pažemio sluoksnyje priklauso nuo įvairių veiksnių, tarp jų ir nuo metų laiko. 333 pav., b, pavaizduota pažemio ozono vidutinės mėnesio koncentracijos Preiloje. Iš grafiko matyti, kad koncentracija padidėja vasaros mėnesiais ir sumažėja šaltuoju metų laiku.

36.17 p a v y z d y s. Laikykime, kad vidutinė ozono koncentracija stratosferoje  $\rho = 5,0 \times 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . Raskime, koks ozono sluoksnio storis susidarytų iš 1 km aukščio stratosferos stulpe esančio ozono normaliosiomis sąlygomis.

Duota:  $\rho = 5,0 \times 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $h = 10^3 \text{ m}$ ,  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ ,  $T_0 = 273 \text{ K}$ ,  $\mu_{\text{oz.}} = 0,048 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ .

Rasti:  $d$ .

Sprendimas. Atmosferos  $S$  pagrindo ploto stulpo tūris  $V = Sh$ . Ozono masė šiame tūryje –

$$m = \rho V = \rho Sh. \quad (a)$$

Normaliosiomis sąlygomis ši ozono masė užima tūrį  $V_1 = Sd$ . Iš Klapeirono lygties (16.5) gauname, kad

$$m = \frac{p_0 V_1 \mu_{\text{oz.}}}{RT_0} = \frac{p_0 S d \mu_{\text{oz.}}}{RT_0}. \quad (b)$$

Palyginę (a) ir (b) gauname:

$$d = \frac{\rho RT_0 h}{p_0 \mu_{\text{oz.}}} = 2,4 \times 10^{-3} (\text{m}). \quad (c)$$

Šis ozono sluoksnio storis nesisteminiais Dobsono vienetais:  $d = 240 \text{ D. v.}$

36.18 p a v y z d y s. Nustatykite ozono masę atmosferoje virš Lietuvos, laikydami, kad ozono koncentracija  $d = 310 \text{ D. v.}$ , o Lietuvos plotas –  $65\,200 \text{ km}^2$ .

Duota:  $d = 310 \text{ D. v.} = 3,1 \times 10^{-3} \text{ m}$ ,  $S = 6,52 \times 10^{10} \text{ m}^2$ ,  $\mu_{\text{oz.}} = 0,048 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ ,  $p_0 = 10^5 \text{ Pa}$ ,

$T_0 = 273 \text{ K}$ .

Rasti:  $m$ .

Sprendimas. Normaliosiomis sąlygomis atmosferoje virš Lietuvos esantis ozonas užimtų tūrį

$$V = Sd. \quad (a)$$

Iš Klapeirono lygties (16.5) gauname, kad ozono tankį normaliosiomis sąlygomis nusako formulė

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{p \mu_{\text{oz.}}}{RT}. \quad (b)$$

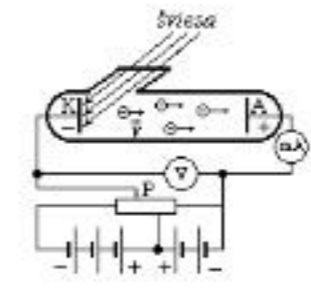
čia  $\mu_{\text{oz.}} = 0,048 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$  – ozono molinė masė.

Ozono masę randame, padauginę tankį (b) iš tūrio (a):

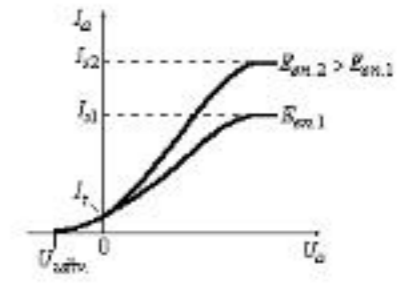
$$m = \rho V = \frac{p \mu_{\text{oz.}} S d}{RT} = 4,3 \times 10^8 (\text{kg}). \quad (c)$$

### 37. IŠORINIS FOTOEFEKTAS

Išoriniu fotoefektu (fotoelektriniu efektu) vadinamas reiškinys, kai šviesos kvantai išmuša elektronus iš kietųjų ir skystųjų kūnų paviršiaus.



334 pav. Išorinio fotoefekto tyrimo schema



335 pav. Išorinio fotoefekto voltamperinė charakteristika

Išorinio fotoefekto tyrimo schema pavaizduota 334 pav. Vakuumuotame inde (vakuuminiam fotoelemente) yra fotokatodas K ir anodas A. Įtampa tarp jų  $U_a$  reguliuojama potenciometro P ir matuojama voltmetru V. Apšvietus fotokatodą, fotonai išmuša iš jo laisvuosius elektronus, šie fotoelektronai juda elektrostatiiniame lauke tarp anodo ir katodo. Kryptingas fotoelektronų judėjimas sudaro elektros srovę (fotosrovę)  $I_a$ . Ji matuojama miliampermetru mA. Fotosrovės priklausomybė nuo anodinės įtampos vadinama fotoefekto voltamperine charakteristika<sup>1</sup> (335 pav.). Kai  $U_a = 0$ , grandinėje teka silpna fotoelektronų, pasiekiančių anodą nesant anodinės įtampos, tamsinė srovė  $I_t$ . Didėjant anodinei įtampai fotosrovė didėja. Esant tam tikrai fotokatodo energinei apšvietai  $E_{\text{em}}$ , teka stipriausia nekintanti srovė (soties fotosrovė  $I_s$ ), nes visi per laiko vienetą iš fotokatodo išmušti elektronai pasiekia anodą. Nustačius anode neigiamąją fotokatodo atžvilgiu užtvarinę įtampą  $U_{\text{utr.}}$ , anodinė srovė nutrūksta, nes fotoelektronų kinetinės energijos neužtenka darbui prieš stabdantį elektrostatinį lauką atlikti.

Eksperimentais nustatyti trys išorinio fotoefekto dėsniai:

- 1) didžiausias fotoelektronų pradinis greitis priklauso nuo šviesos dažnio ir nepriklauso nuo jos intensyvumo;
- 2) soties fotosrovė tiesiog proporcinga fotokatodo energinei apšvietai:  $I_s \sim E_{\text{em}}$ ;
- 3) egzistuoja kiekvienos medžiagos raudonoji fotoefekto riba, t. y. mažiausias (ribinis) šviesos dažnis  $\nu_0$  (arba didžiausias bangos ilgis  $\lambda_0$ ), kuriam esant dar vyksta fotoefektas.

Teoriškai išorinio fotoefekto dėsnius paaiškino Einšteinas, remdamasis kvantų (fotonų) sąvoka ir energijos tvermės dėsniu. Elektronui perduota fotono energija virsta elektrono išlaisvinimo darbu (žr. 25.12 poskyrį) ir fotoelektrono kinetine energija. Išorinio fotoefekto Einšteino lygtis:

$$h\nu = A_{\text{at.}} + \frac{m_e v_{\text{max}}^2}{2}, \quad (37.1)$$

čia  $h\nu$  – fotono energija,  $A_{\text{at.}}$  – elektrono išlaisvinimo darbas,  $\frac{m_e v_{\text{max}}^2}{2}$  –  $\nu$  dažnio šviesos išmušamo fotoelektrono didžiausioji kinetinė energija.

(37.1) lygtis paaiškina visus empirinius išorinio fotoefekto dėsnius:  $v_{\text{max}}$  priklausomybę

<sup>1</sup> Nepaisant elektronų atsiradimo tarp katodo ir anodo priežasties, iš esmės fotoefekto ir diodo (žr. 25.12 poskyrį) voltamperinės charakteristikos yra analogiškos.

nuo šviesos dažnio  $\nu$ , soties srovės priklausomybę nuo fotokatodo energinės apšvietos  $E_{ap}$ , t. y. nuo fotonų, krintančių per laiko vienetą į fotokatodą, skaičiaus. Iš šios lygties aišku, kad raudonoji fotoefekto riba

$$\nu_0 = \frac{A_{at}}{h} \quad (37.2)$$

yra šviesos, kurios fotono energijos užtenka tik elektronui išlaisvinti iš medžiagos, dažnis, nes  $\frac{m_e v_{max}^2}{2} = 0$ .

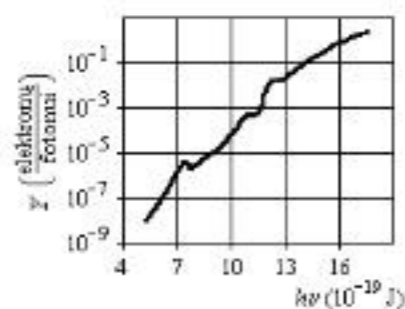
37 lentelė

Metalas	Fotoefekto ribinis dažnis $\nu_0$ ( $10^{15}$ Hz)	Ribinis bangos ilgis $\lambda_0$ ( $10^{-7}$ m)	Metalas	Fotoefekto ribinis dažnis $\nu_0$ ( $10^{15}$ Hz)	Ribinis bangos ilgis $\lambda_0$ ( $10^{-7}$ m)
Cezis	0,59	5,10	bismutas	1,04	2,87
Rubidis	0,62	4,80	chromas	1,06	2,84
Kalis	0,69	4,35	volframas	1,11	2,70
Natris	0,88	3,40	geležis	1,12	2,68
Magnis	0,90	3,35	nikelis	1,18	2,55
Titanas	0,95	3,15	aliuminis	1,40	2,15
Kadmis	1,03	2,92	platina	1,50	2,00

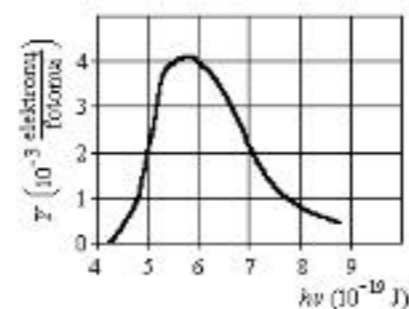
Kai kurių metalų fotoefekto ribiniai dažniai ir bangų ilgiai pateikti 37 lentelėje. Iš jos matyti, kad daugelio metalų raudonoji fotoefekto riba yra ultravioletinėje spektro srityje ( $\nu_0 > 7,9 \times 10^{14}$  Hz,  $\lambda_0 < 3,8 \times 10^{-7}$  m).

Dauguma į fotokatodą krintančių ir jo sugertų fotonų neišmuša elektronų, o tik padidina fotokatodo vidinę energiją. Fotoelektronų skaičiaus  $N_{el}$  santykis su į fotokatodą kritusių fotonų skaičiumi  $N_{fot}$  vadinamas medžiagos kvantiniu našumu:

$$Y = \frac{N_{el}}{N_{fot}} \quad (37.3)$$



336 pav. Magnio oksido (MgO) kvantinio našumo priklausomybė nuo fotonų energijos



337 pav. Natrio kvantinio našumo priklausomybė nuo fotonų energijos

Kvantinis našumas priklauso nuo medžiagos prigimties, jos paviršiaus švarumo ir išorinį fotoefektą sukeliančių fotonų energijos. Jei šviesos dažnis nedaug didesnis už ribinį, daugumos metalų  $Y \approx 10^{-4}$ . Dažniui didėjant kvantinis našumas didėja keliomis eilėmis. 336 pav. pateikiamas MgO (puslaidininkio magnio oksido) kvantinio našumo priklausomybės nuo fotonų energijos grafikas (atkreipkite dėmesį į logaritminį kvantinio našumo ašies mastelį).

Kai kuriems metalams, ypač šarminiams, būdinga atrankinis (selektyvusis) fotoefektas – jų kvantinis našumas yra didžiausias esant tam tikrai fotonų energijai, o vėliau mažėja. 337 pav.

pavaizduota natrio, kuriam būdingas atrankinis fotoefektas, kvantinio našumo priklausomybė nuo fotonų energijos.

Jeigu fotokatodo apšvieta yra labai didelė (apšviečiant lazerio šviesa), atsiranda *daugiafotonis išorinis fotoefektas*, kai vienas elektronas sugeria kelis ( $N_{fot} = 2, 3, \dots$ ) fotonus. Tokiu atveju išorinio fotoefekto lygtis:

$$N_{fot} h\nu = A_{at} + \frac{m_e v_{max}^2}{2} \quad (37.4)$$

Vakuuminiai fotoelementai šviesos signalus paverčia elektriniais ir taikomi įvairiose automatizacijos schemose (pavyzdžiui, šviesos šaltiniams automatiškai įjungti sutemus, signalizacijos ir apsaugos sistemose). Vakuuminių fotoelementų jautris (soties fotosrovės santykis su fotokatodo apšvieta) yra nedidelis. Pavyzdžiui, stibio-cezio fotoelemento jautris –  $80 \frac{\mu A}{lm}$ .

Daug didesnio jautrio yra *fotoelektroniniai daugintuvai*, kuriuose iš fotokatodo šviesos kvantų išmušami elektronai greitinami pirmojo, antrojo ir t. t. anodų (*dinodų*) link. Kaskart kiekvienas iš pagreintų elektronų išmuša iš dinodo keletą elektronų. Šis reiškinys vadinamas *antrine elektronų emisija*. Elektronų grūtis didėja nuo kiekvieno kito dinodo. Kai *antrinės emisijos koeficientas*  $\sigma = \frac{N_{at}}{N_{0at}} \approx 5-15$  (čia  $N_{0at}$  – į dinodą krintančių,  $N$  – iš dinodo išmušamų elektronų skaičius), fotosrovę galima padidinti milijardus kartų.

37.1 p a v y z d y s. Vyksta išorinis fotoefektas apšviečiant cezį ir platiną. Nustatykite užtvarinės įtamos priklausomybę nuo šviesos dažnio ir pavaizduokite ją grafiškai abiem atvejais.

*Sprendimas.* Užtvarinės įtamos atliekamas fotoelektrono stabdymo darbas lygus didžiausiai fotoelektrono kinetinei energijai:

$$eU_{užtv.} = \frac{m_e v_{max}^2}{2} \quad (a)$$

Iš (37.1) išreiškiame  $\frac{m_e v_{max}^2}{2}$  ir įrašome į (a):

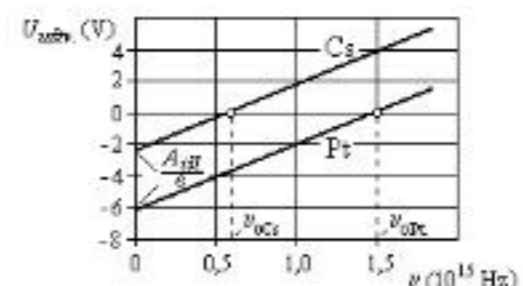
$$eU_{užtv.} = h\nu - A_{at} \quad (b)$$

Į (b) įrašome  $A_{at}$ , išreikštą iš (37.2):

$$eU_{užtv.} = h\nu - h\nu_0 = h(\nu - \nu_0) \quad (c)$$

arba

$$U_{užtv.} = \frac{h(\nu - \nu_0)}{e} \quad (d)$$



338 pav. Užtvarinės įtamos priklausomybė nuo šviesos dažnio, būdinga ceziumi (Cs) ir platinai (Pt)

(d) yra tiesės lygtis. Cezio bei platinos ribinių dažnių reikšmės imame iš 37 lentelės ir braižome (d) funkcijos grafikus (338 pav.). Taškais pažymėti ribiniai nagrinėjamų metalų dažniai, atitinkantys sąlygą  $U_{užtv.} = 0$  (fotonų energijos užtenka tik elektronams išlaisvinti iš metalo, jų  $\frac{m_e v_{max}^2}{2} = 0$ , t. y. fotoelektronai nepasiekia anodo, jei tarp katodo ir anodo nėra greitinančios įtamos). Fotoefekto cezyje raudonoji riba  $\nu_{0Cs} = 0,6 \times 10^{15}$  Hz, platinoje –  $\nu_{0Pt} = 1,5 \times 10^{15}$  Hz.



Iš (d) lygties gauname, kad jei elektronų greitis  $v=0$ ,  $U_{ažv.} = \frac{h\nu_0}{|e|} = \frac{A_{gr}}{|e|}$ . Vadinasi, grafi-  
kų tiesės kerta  $U_{ažv.}$  ašį taškuose, kurių reikšmės lygios  $\frac{A_{gr}}{|e|}$  (cezio  $\frac{A_{gr}}{|e|} \approx -2,4$  V, platinos  
 $\frac{A_{gr}}{|e|} \approx -6,2$  V).

37.2 p a v y z d y s. Regimajai šviesai registruoti taikomas Cs<sub>3</sub>Sb fotokatodas (jo raudonoji fotoefekto riba  $\lambda_0 = 5,8 \times 10^{-7}$  m). Raskime didžiausią fotoelektronų greitį, kai šis fotokato-  
das apšviečiamas monochromatine šviesa, kurios bangos ilgis  $\lambda = 5,5 \times 10^{-7}$  m.

Duota:  $\lambda_0 = 5,8 \times 10^{-7}$  m,  $\lambda = 5,5 \times 10^{-7}$  m,  $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$  kg.

Rasti:  $v_{max}$ .

Sprendimas. Į išorinio fotoefekto lygtį (37.1) įrašome išlaisvinimo darbo išraišką iš (37.2):

$$h\nu = h\nu_0 + \frac{m_e v_{max}^2}{2}. \quad (a)$$

Atsižvelgę į bangos ilgio ir dažnio sąsają  $\lambda\nu = c$  (čia  $c$  – šviesos greitis vakuume), (a) lygtį  
rašome taip:

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{m_e v_{max}^2}{2}. \quad (b)$$

Iš (b) lygties išreiškiame  $v_{max}$  ir apskaičiuojame:

$$v_{max} = \sqrt{\frac{2hc}{m_e} \left( \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0} \right)} = 2,0 \times 10^5 \left( \frac{m}{s} \right). \quad (c)$$

Kadangi gautoji fotoelektronų greičio reikšmė  $v_{max} \ll c$ , reliatyvistinio elektrono masės  
padidėjimo galima nepaisyti.

37.3 p a v y z d y s. Tarkime, kad fotoelektroninio daugintuvo dinodų antrinės emisijos  
koeficientas  $\sigma = 8$ . Kiek dinodų turi būti daugintuve, kad jis stiprintų fotosrovę ne mažiau kaip  
 $k = 250\,000$  kartų?

Sprendimas. Jei vienas dinodas stiprina srovę  $\sigma$  kartų,  $n$  tokių pat dinodų stiprina srovę  $\sigma^n$  kar-  
tų. Pagal uždavinio sąlygą

$$\sigma^n \geq k. \quad (a)$$

Logaritmuodami (a) gauname:

$$n \lg \sigma \geq \lg k, \quad (b)$$

arba

$$n \geq \frac{\lg k}{\lg \sigma} \geq 5,98. \quad (c)$$

Taigi  $n = 6$ , nes dinodų skaičius yra sveikasis.

### 38. ŠVIESOS SLĖGIS

Fotono *reliatyvistinė masė*  $\frac{h\nu}{c^2}$ , *impulsas*  $\frac{h\nu}{c}$  (žr. 36.11 pavyzdį). Vadinasi, šviesa turi  
slėgti apšviečiamą, t. y. fotonų „daužomą“, paviršių.

Apskaičiuokime *šviesos slėgį* į lygų paviršių, kurio atspindžio koeficientas  $\rho$  (žr. 30.3 po-  
skyri). Laikykime šviesą fotonų srautu. Tarkime, kad per laiką  $t$  į paviršiaus plotą  $S$  statmenai  
jam krinta  $N$  fotonų. Iš jų atspindima  $\rho N$ , o sugerama  $(1-\rho)N$  fotonų. Kiekvienas atspindėtas  
fotonas perduoda paviršiui impulsą, lygų fotono impulso pokyčiui, t. y.  $2\frac{h\nu}{c}$ . Kiekvienas suger-  
tas fotonas perduoda paviršiui impulsą  $\frac{h\nu}{c}$ . Suminis plotui  $S$  per laiką  $t$  perduotas impulsas:

$$2\rho N \frac{h\nu}{c} + (1-\rho)N \frac{h\nu}{c} = (1+\rho)N \frac{h\nu}{c}. \quad (38.1)$$

Pagal antrąjį Niutono dėsnį (žr. 8.1 poskyrį) per laiko vienetą perduotas impulsas lygus  
veikiančiai jėgai, todėl

$$F = \frac{(1+\rho)N \frac{h\nu}{c}}{t}. \quad (38.2)$$

Dalydami jėgą iš jos veikiamo ploto, gauname plotą veikiantį slėgį (žr. 8.7 poskyrį):

$$p = \frac{F}{S} = \frac{(1+\rho)N \frac{h\nu}{c}}{St}. \quad (38.3)$$

$Nh\nu$  yra per laiką  $t$  kritusių fotonų suminė energija. Kadangi per laiko vienetą į ploto vie-  
netą kritusi energija lygi energinei apšvietai  $E_{em}$  (žr. 35.2 poskyrį), šviesos slėgį galima išreikšti  
energine apšvieta  $E_{em}$ , atspindžio koeficientu  $\rho$  ir šviesos greičiu  $c$ :

$$p = \frac{E_{em} (1+\rho)}{c}. \quad (38.4)$$

Esant tai pačiai apšvietai šviesos slėgis į absoliučiai juodą paviršių ( $\rho=0$ ) yra perpus ma-  
žesnis už slėgį į absoliučiai baltą, veidrodinį ( $\rho=1$ ).

Įprastinėmis sąlygomis šviesos slėgis yra labai mažas. Pavyzdžiui, Žemės orbitoje Saulės  
šviesos slėgis  $\approx 5 \times 10^{-6}$  Pa. Tokio slėgio jėga gali pastebimai veikti tik labai mažas daleles. Pa-  
vyzdžiui, kometų „uodegos“ visada nukrypę nuo Saulės būtent dėl jos šviesos slėgio.

Labai galingos žvaigždžių (tarp jų Saulės) gelmių spinduliuotės slėgis atsveria gravitacinę  
traukos jėgą ir laiduoja žvaigždžių stabilumą.

Lazerių šviesos slėgio jėga leidžia atskirti skirtingų dydžių mažas daleles, pavyzdžiui, bio-  
loginius objektus – virusus, makromolekules, ląsteles.

38.1 p a v y z d y s. Raskime Žemės orbita ( $R_{orb.} = 1,5 \times 10^{11}$  m) skriejančios  $\rho = 10^3 \frac{kg}{m^3}$

tankio dalelės spindulį, laikydami, kad dalelei Saulės šviesos slėgio  $p = 5 \times 10^{-6}$  Pa jėgos sutei-  
kiamas pagreitis skaitmeniškai lygus įcentriniam pagreičiui Saulės gravitacijos lauke. Saulės ma-  
sė  $M_S = 2,0 \times 10^{30}$  kg.

Duota:  $\rho = 10^3 \frac{kg}{m^3}$ ,  $p = 5 \times 10^{-6}$  Pa,  $R_{orb.} = 1,5 \times 10^{11}$  m,  $M_S = 2,0 \times 10^{30}$  kg.

Rasti:  $r$ .



Sprendimas. Žemės orbita skriejančios dalelės įcentrinis pagreitis –

$$a_{ic} = \frac{F}{m} = \frac{GM_S}{R_{orb}^2}, \quad (a)$$

čia  $F$  – dalelę veikianti Saulės traukos jėga,  $m$  – dalelės masė,  $G = 6,67 \times 10^{-11} \frac{Nm^2}{kg^2}$  – gravitacijos konstanta.

Laikykime šviesos slėgio veikiamą plotą lygiu dalelės skerspjūviui. Tada Saulės šviesos slėgio jėgos sukeliamas pagreitis –

$$a = \frac{F_{sl}}{m} = \frac{pS}{m} = \frac{3p}{4\rho r}, \quad (b)$$

čia  $S = \pi r^2$  – dalelės skerspjūvio plotas,  $m = \rho V = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$  – dalelės masė.

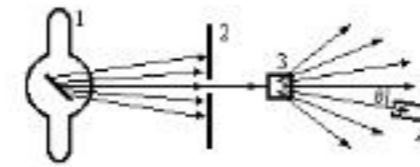
Kadangi pagal sąlygą  $a = a_{ic}$ , iš (a) ir (b) gauname:

$$r = \frac{3pR_{orb}^2}{4\rho GM_S} \approx 6,3 \times 10^{-7} \text{ (m)}. \quad (c)$$

Vadinasi, mažų dalelių orbitas lemia ne tik Saulės trauka, bet ir Saulės šviesos slėgis.

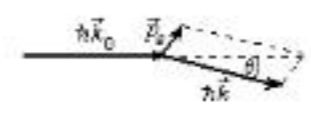
### 39. KOMPTONO REIŠKINYS

Komptono reiškiniu vadinama trumpabangės elektromagnetinės (rentgeno ir  $\gamma$ ) spinduliuotės tamprioji sklaida laisvuosiuose arba silpnai surištuose elektronuose, dėl kurios didėja spinduliuotės bangos ilgis. Šis reiškiny pasaiškinamas tik remiantis kvantine optika. Komptono reiškiniu tyrimo schema pavaizduota 339 pav. Rentgeno vamzdžio sklaidžiama spinduliuotė diafragmuojama, ir jos siauras srautas nukreipiamas į grafito taikinį, kuris išsklaidytą spinduliuotę. Spektrografu matuojami įvairiais kampais  $\theta$  išsklaidytų bangų ilgiai. Eksperimentai parodė, kad išsklaidytų bangų ilgiai  $\lambda$  yra didesni už sklaidomos bangos ilgį  $\lambda_0$ , t. y. išsklaidytų bangų cikliniai dažniai  $\omega$  (kartu ir fotonų impulsai) sumažėja. Šis bangos ilgio pokytis  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$  priklauso tik nuo spindulių sklaidos kampo  $\theta$ .



339 pav. Komptono reiškiniu tyrimo schema: 1 - Rentgeno vamzdis, 2 - diafragma, 3 - grafito taikinas, 4 - spektrografas

Išnagrinėkime fotono ir nejudančio elektrono susidūrimą kiekybiškai. Iki susidūrimo fotono impulsas (žr. 36.11 pavyzdžio (c) formulę)  $\hbar\vec{k}_0$  (čia bangos skaičiui  $\vec{k}_0$  suteikiame elektrono greičio kryptį). Po dūžio fotono impulsas  $\hbar\vec{k}$ , elektrono įgytas impulsas –  $\vec{p}_e$ . Pagal impulso tvermės dėsnį (340 pav.):



340 pav. Impulso tvermės dėsnio taikymas Komptono reiškiniu

$$\hbar\vec{k}_0 = \hbar\vec{k} + \vec{p}_e. \quad (39.1)$$

Po susidūrimo elektrono greitis yra tiek didelis, kad reikia taikyti elektrono energijos reliatyvistinę formulę:

$$E = \sqrt{E_0^2 + p_e^2 c^2}, \quad (39.2)$$

čia  $E_0 = m_e c^2$  – elektrono rimties energija,  $c$  – šviesos greitis vakuume.

Fotono energija  $\varepsilon = h\nu = \hbar\omega$  (žr. 36.5 poskyrį). Atsižvelgę į tai, taikome Komptono reiškiniui energijos tvermės dėsnį:

$$\hbar\omega_0 + E_0 = \hbar\omega + E. \quad (39.3)$$

Kadangi  $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi c}{\lambda} = kc$  (čia  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – bangų skaičius), (39.3) rašome taip:

$$E = E_0 + \hbar c(k_0 - k). \quad (39.4)$$

Iš 340 pav. matyti, kad

$$p_e^2 = \hbar^2(k_0^2 - 2k_0 k \cos\theta + k^2). \quad (39.5)$$

(39.4) bei (39.5) išraiškas įrašome į (39.2) lygtį ir pakeliame abi lygties puses kvadratu:

$$[E_0 + \hbar c(k_0 - k)]^2 = E_0^2 + \hbar^2 c^2 (k_0^2 - 2k_0 k \cos\theta + k^2). \quad (39.6)$$

Išsprendę (39.6) lygtį gauname:

$$k_0 - k = \frac{\hbar}{m_e c} k_0 k (1 - \cos\theta). \quad (39.7)$$

Išreiškę bangos skaičius bangos ilgiais, randame išsklaidyto fotono bangos ilgio pokytį:

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = 2\pi \frac{\hbar}{m_e c} (1 - \cos\theta) = \Lambda(1 - \cos\theta), \quad (39.8)$$

čia pastovus dydis  $\Lambda = \frac{\hbar}{m_e c} = 2,426 \times 10^{-12} \text{ m}$  vadinamas *elektrono Komptono bangos ilgiu*.

## ATOMO TEORIJS IR KVANTINĖS MECHANIKOS PAGRINDAI

Kvantinės optikos raida, šviesos dvilypės – banginės ir kvantinės – prigimties atradimas, linijinių spektrų dėsningumą nustatymas leido sukurti kvantinę mechaniką – teoriją, nusakančią mikrodalelių (pavyzdžiui, elektronų, atomų, molekulių) bei jų sistemų (pavyzdžiui, kristalų) būsenas ir jas apibūdinančius parametrus.

### 40. VANDENILIŠKŲJŲ JONŲ BORO TEORIJA

#### 40.1. Vandenilio atomo linijinis spektras

Pagal paprasčiausią Rezerfordo *planetinį atomo modelį* atomą sudaro teigiamojo krūvio branduolys (žr. 44.1 poskyrį), kuriame susikaupusi beveik visa atomo masė, ir apie branduolį skriejantys elektronai (elektroninis apvalkalas), kuriuos uždaroje orbitose sulaiko elektrostatinė sąveikos su branduoliu jėga. Branduolio krūvis lygus  $Z|e|$  (čia  $Z$  – elemento eilės numeris Mendelejevo periodinėje elementų sistemoje,  $|e| = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$  – elementarusis krūvis). Elektriškai neutraliame (nejonizuotame) atome teigiamasis branduolio krūvis lygus neigiamajam suminiam elektronų krūviui. Branduolio dydis ( $10^{-15}$ – $10^{-14}$ ) m, elektroninio apvalkalo –  $10^{-10}$  m eilės.

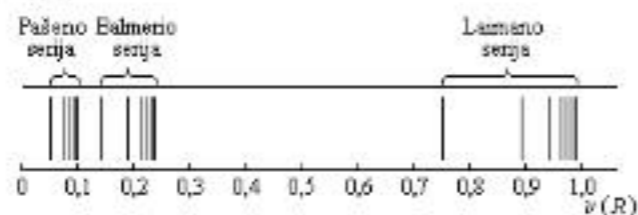
Paprasčiausias yra vandenilio atomas, kuriame apie protoną ( $m_p = 1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $q_p = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ) apskritimine orbita sukasi elektronas. Elektronas juda su įcentrinu pagreičiu, todėl pagal klasikinę elektrodinamiką turėtų spinduliuoti elektromagnetines bangas ir per labai trumpą laiką ( $\approx 10^{-14} \text{ s}$ ) netekti energijos bei nukristi į branduolį. Iš tikrųjų atomai yra patvarios elektromechaninės sistemos, ir šis prieštaravimas klasikinės elektrodinamikos nepaaiškina.

*Linijiniai spektrai*, kuriuos skleidžia atominės būsenos medžiagos (vienatomės dujos, metalų garai) reiškia, kad kiekviena medžiaga spinduliuoja tam tikrų tik jai būdingų dažnių bangas (kitais tarant – apibrėžtų energijų kvantus).

XIX a. pabaigoje – XX a. pradžioje buvo pastebėti vandenilio atomo linijinio spektro empiriniai dėsningumai. Paaiškėjo, kad linijos išsidėsto serijomis, ir visų serijų linijų dažnius nusako formulė

$$\nu_{mn} = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (40.1)$$

čia  $R = 3,29 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$  – *Rydbergo konstanta*; sveikasis skaičius  $n$  nusako linijų seriją ( $n = 1$  – Laimano,  $n = 2$  – Balmerio,  $n = 3$  – Pašeno, ...); sveikasis skaičius  $m = n + 1, n + 2, n + 3, \dots$  nusako linijos numerį serijoje.



341 pav. Vandenilio atomo linijinio spektro dalis. Dažniai atidėti Rydbergo konstantos dalimis

Vandenilio atomo linijinio spektro dalis pavaizduota 341 pav. Jame dažniai atidėti Rydbergo konstantos dalimis. Perskaičiavę dažnius hercais ir remdamiesi 29.2 lentelės duomenimis, matome, kad Laimano serija yra ultravioletinėje, Balmerio – regimojoje, Pašeno – infraraudonojoje spektro srityje.

#### 40.2. Vandeniliškieji jonai ir jų spektrų kilmė Boro teorijoje

1913 m., remdamasis planetiniu atomo modeliu, linijinių spektrų empiriniais dėsnin-gumais ir kvantų teorija, Boras pasiūlė vandenilio ir *vandeniliškųjų<sup>1</sup> jonų* modelį. Pagal šį modelį klasikinę atomo būseną apibrėžia tam tikros sąlygos. Šias sąlygas nusako *Boro postulatai*.

*Pirmasis Boro postulatas. Egzistuoja nuostoviosios, t. y. nekintančios laike, atomo būse-nos, apibūdinamos diskrečiosiomis leistinomis energijos reikšmėmis  $E_1, E_2, E_3, \dots$ . Šių būse-nų atomas nespinduliuoja energijos.*

Šį postulatą papildė *Boro orbitų kvantavimo sąlyga*, pagal kurią *nuostoviosios atomo bū-senos elektronas gali judėti tik tokiomis apskritiminėmis orbitomis, kuriose jis yra diskrečiųjų, kvantuotų judesio kiekio momento reikšmių, atitinkančių sąlygą*

$$L_n = m_e v r = n \hbar, \quad (40.2)$$

čia  $L_n$  – elektrono judesio kiekio momentas (žr. 9.2 poskyrį),  $m_e$  – elektrono masė,  $v$  – jo grei-tis orbitoje,  $r$  – orbitos spindulys,  $n = 1, 2, 3, \dots$  – *pagrindinis kvantinis skaičius* (šiam mode-lyje jis atitinka leistinės orbitos numerį),  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \times 10^{-34} \text{ Js}$  – *mažoji Planko konstanta* ( $h$  – Planko konstanta).

*Antrasis Boro postulatas. Pereidamas iš vienos nuostoviosios būsenos ( $E_m$ ) į kitą ( $E_n$ ), t. y. atomo elektrono energijai šuoliškai kintant, atomas išspinduliuoja arba sugeria šviesos kvantą  $h\nu_{mn}$ .* Šis perėjimas vadinamas *spinduliniu šuoliu*. Pagal energijos tvermės dėsnį išspin-duliuoto kvanto energija lygi nuostoviųjų būsenų energijų skirtumui –

$$h\nu_{mn} = |E_m - E_n| \quad (40.3)$$

Iš (40.3) gaunama *Boro dažnių sąlyga*:

$$\nu_{mn} = \frac{|E_m - E_n|}{h}. \quad (40.4)$$

Kadangi  $E_m$  ir  $E_n$  reikšmės yra diskrečiosios, kvantuotos, spinduliuojamos šviesos daž-niai irgi yra diskrečieji, t. y. atomų spinduliuotės spektrą sudaro diskrečiųjų dažnių rinkinio švie-sa. Tai paaiškina, kodėl *atomų spektrai yra linijiniai*.

Remdamiesi Boro vandeniliškųjų atomų modeliu, raskime leistinių elektrono orbitų spin-dulius, šiose orbitose galimus elektrono greičius ir energijas. Laikykime, kad branduolys yra be galo masyvus, palyginti su elektronu, t. y. elektronui sukantis branduolys nejuda.

Orbitoje besisukančią elektroną veikia įcentrinė elektrostatinės sąveikos (žr. 23.2 poskyrį) su branduoliu jėga

$$|F| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}, \quad (40.5)$$

čia  $Ze$  – branduolio krūvis,  $e$  – elektrono krūvis (jėgos minuso ženklo nepaisome, turėdami min-tyje, kad tai yra traukos jėga),  $r$  – orbitos spindulys.

Pagal antrąjį Niutono dėsnį ši jėga suteikia elektronui įcentrinį pagreitį  $a_{\nu} = \frac{v^2}{r}$ :

$$m_e \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2}, \quad (40.6)$$

I (40.6) įrašome greitį  $v$ , išreikštą iš (40.2), ir randame leistinių elektrono orbitų spinduliu diskrečiasias reikšmes ( $n$ -ojoje orbitoje esančio elektrono parametrus žymime indeksu  $n$ ):

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 \hbar^2}{m_e Ze^2} n^2, \quad (40.7)$$

čia  $n = 1, 2, 3, \dots$

<sup>1</sup> Vandeniliškaisiais vadinami jonai, kurių elektroniniame apvalkale, kaip ir vandenilio atomo apvalkale, yra tik vienas elektronas ( $\text{He}^+, \text{Li}^{2+}, \text{Be}^{3+}, \text{B}^{4+}$  ir t. t.).

Branduoliui artimiausios ( $n = 1$ ) orbitos spindulys –

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e Z e^2}, \quad (40.8)$$

Iš (40.7) lygties matome, kad kitų orbitų spinduliai išreiškiami spinduliu  $r_1$  taip:

$$r_n = r_1 n^2. \quad (40.9)$$

Elektrono greičius orbitose randame išreiškę  $v$  iš (40.6):

$$v_n = |e| \sqrt{\frac{Z}{4\pi\epsilon_0 r_n m_e}}. \quad (40.10)$$

Elektrono energija lygi kinetinės ir potencinės (žr. 23.8 poskyri) energijų sumai:

$$E_n = E_{k,n} + E_{p,n} = \frac{m_e v_n^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}, \quad (40.11)$$

čia ir toliau elektrono sąveikos su branduoliu potencinė energija yra neigiama, nes nuline potencine energija sąlygiškai laikoma be galo nutolusio nuo branduolio ( $r = \infty$ ) elektrono energija, o elektronui artėjant prie branduolio potencinė energija mažėja.

Suteikime (40.11) formulę kitą išraišką, įrašydami  $v$  iš (40.2) ir  $r_n$  iš (40.7) bei atlikdami algebrinius veiksmus:

$$E_n = -\frac{Z^2 e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 \hbar^2 n^2}, \quad (40.12)$$

čia  $\hbar = 2\pi\hbar$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$

$n = 1$  atitinka atomo pagrindinę būseną,  $n = 2, 3, \dots$  – sužadintąsias.

Taigi elektrono energija atome yra kvantuota ir priklauso nuo pagrindinio kvantinio skaičiaus  $n$ . Elektronui pereinant iš  $m$ -osios orbitos į  $n$ -ąją išspinduliuojamos šviesos dažnis

$$\nu_{mn} = \frac{E_m - E_n}{h} = \frac{Z^2 e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 \hbar^3} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (40.13)$$

o pereinant iš  $n$ -osios orbitos į  $m$ -ąją tokio dažnio šviesa yra sugerama, ir absorbcijos spektre išsininio spektro fone atitinkamoje vietoje atsiranda juodoji linija (*rezonansinė šviesos sugertis*).

Gauname vandenilio ( $Z = 1$ ):

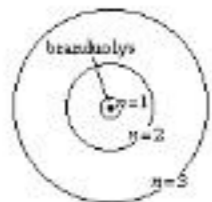
$$\nu_{mn} = \frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 \hbar^3} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right). \quad (40.14)$$

Palyginę (40.1) ir (40.14) lygtis, randame Rydbergo konstantos išraišką:

$$R = \frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 \hbar^3}. \quad (40.15)$$

Pagal (40.15) formulę apskaičiuota Rydbergo konstantos reikšmė sutampa su nustatyta tiriant vandenilio atomo spektrą (žr. (40.1) formulę).

40.1 p a v y z d y s. Remdamiesi Boro vandenilio atomo modeliu (342 pav.), raskime trijų pirmųjų leistinių elektrono orbitų spindulius, elektrono greitį pirmojoje orbitoje ir elektrono energijas pirmose šešiose orbitose.



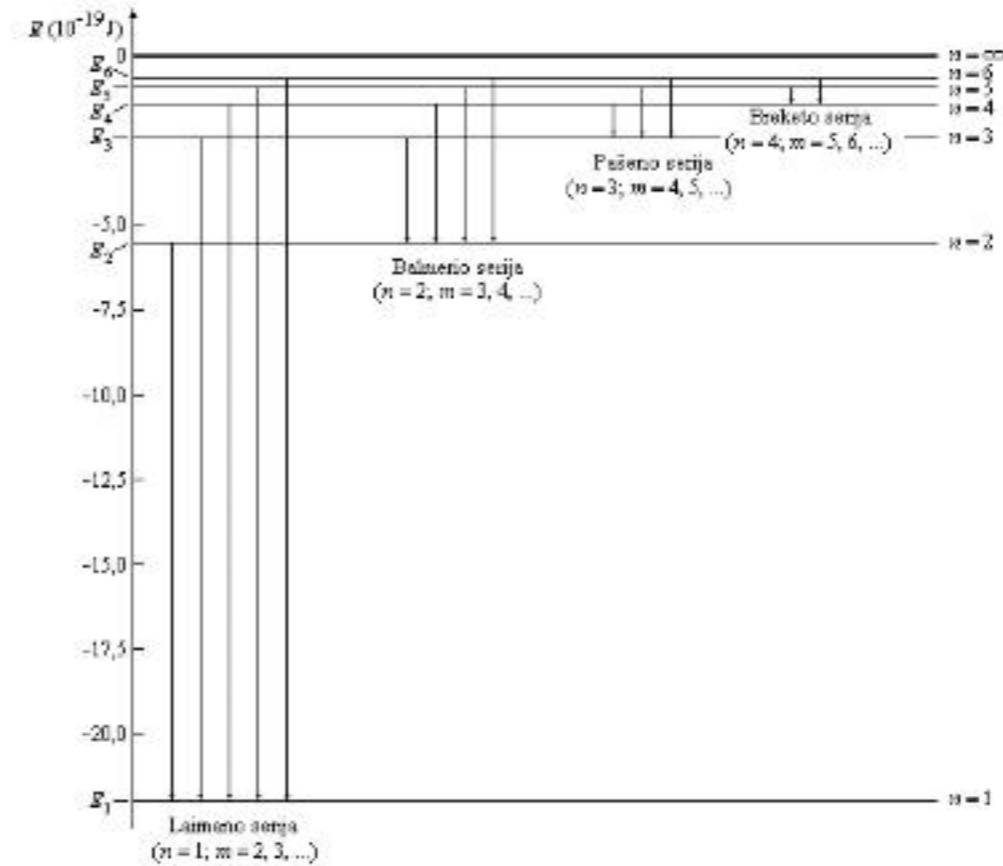
*Sprendimas.* Leistinių vandenilio atomo elektrono orbitų spindulius randame pagal (40.8) ir (40.9), laikydami, kad  $Z = 1$ :

$$r_1 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} \approx 5,30 \times 10^{-11} \text{ (m)}, \quad (a)$$

$$r_2 \approx 21,2 \times 10^{-11} \text{ (m)}, \quad (b)$$

$$r_3 \approx 47,8 \times 10^{-11} \text{ (m)}. \quad (c)$$

342 pav. Vandenilio atomo Boro modelio trys pirmosios orbitos



343 pav. Vandenilio atomo šešių pirmųjų nuostoviųjų būsenų energijos, spindulinius šuoliai ir atitinkamą spektro serijų linijas

Sios orbitos pavaizduotos 342 pav. (išlaikytas tik orbitų spindulių santykinis dydžių mastelis, bet ne sąlygiškai pavaizduoto branduolio matmuo).

Elektrono greitį pirmojoje orbitoje randame pagal (40.10), laikydami, kad  $Z = 1$ :

$$v_1 = |e| \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0 r_1 m_e}} = 2,2 \times 10^6 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right). \quad (d)$$

Orbitose esančio elektrono energiją<sup>1</sup> randame pagal (40.12), laikydami, kad  $Z = 1$  ir  $n = 1, 2, \dots, 6$ :

$$E_1 = -\frac{e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 \hbar^2 n^2} \approx -2,17 \times 10^{-18} \text{ (J)} = -13,5 \text{ eV}. \quad (e)$$

Kadangi  $E_n = \frac{E_1}{n^2}$ , atitinkamose orbitose elektrono energijos yra:

$$E_2 \approx -5,42 \times 10^{-19} \text{ J} = -3,38 \text{ eV}, \quad E_3 \approx -2,41 \times 10^{-19} \text{ J} = -1,50 \text{ eV},$$

$$E_4 \approx -1,36 \times 10^{-19} \text{ J} = -0,85 \text{ eV}, \quad E_5 \approx -8,67 \times 10^{-20} \text{ J} = -0,54 \text{ eV}, \quad (f)$$

$$E_6 \approx -6,02 \times 10^{-20} \text{ J} = -0,38 \text{ eV}.$$

Vandenilio atomo šešių pirmųjų nuostoviųjų būsenų energijos (*energijos lygmenys*), galimi spinduliniai šuoliai tarp lygmenų ir atitinkamos spektro linijų serijos pavaizduota 343 pav. Su branduoliu ryšio netekusio ( $n = \infty$ ) elektrono energija – nulinė. Perėjimai iš žemesnių energijos lygmenų į aukštesnius atitinka absorbcijos spektrą (juodos linijos išsininio spektro fone). Norma-

<sup>1</sup> Atomų fizikoje plačiai taikomas nesisteminis energijos vienetas *elektronvoltas* (eV) – energija, kurią įgyja 1 V potencialų skirtumą praėjęs elektronas.  $1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J}$ . Šiame vadovylyje taikysime abu matavimo vienetus.

liosiomis sąlygomis absorbcija vyksta tik elektronui pereinant iš pirmojo lygmens į aukštesnįjį, t. y. absorbcijos spektre matoma tik Laimano serija.

40.2 p a v y z d y s. Raskime linijos, atitinkančios elektrono šuolį iš vandenilio atomo ketvirtąjo lygmens ( $m = 4$ ) į antrąjį ( $n = 2$ ), bangos ilgį.

Duota:  $m = 4, n = 2$ .

Rasti:  $\lambda_{mn}$ .

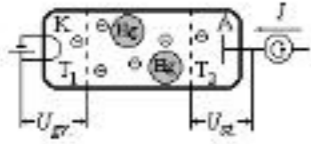
Sprendimas. Kadangi  $\lambda_{mn} = \frac{c}{\nu_{mn}}$ , iš (40.14) ir (40.15) turime:

$$\lambda_{mn} = \frac{cn^2m^2}{R(m^2 - n^2)} = 4,86 \times 10^{-7} \text{ (m)} \quad (a)$$

Tokio bangos ilgio linija priklauso regimojoje spektro srityje esančiai Balmerio serijai (žr. 343 pav.) ir yra mėlynos spalvos.

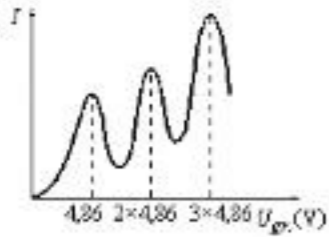
40.3. Eksperimentinis Boro postulatų tikrinimas

Boro postulatų teisingumas ir apskritai visų atomų energijos lygmenų diskretumas buvo patvirtintas *Franko ir Herco bandymais*. Stikliniame gyvsidabrio garų pripildytame inde yra katodas K, tinkleliai  $T_1$  ir  $T_2$  bei anodas A (344 pav.). Tinklelio  $T_1$  teigiamasis katodo atžvilgiu potencialas greitina kaitinamo katodo (žr. 25.12 poskyrį) skleidžiamus elektronus. Tarp tinklelio  $T_2$  ir anodo A yra nedidelis (apie 0,5 V) elektronus stabdantis potencialas  $U_{st}$ . Srovę grandinėje (t. y. per laiko vienetą anodą pasiekiančių elektronų skaičius) matuojama galvanometru G. Bandymais gauta srovės priklausomybė nuo įtampos tarp katodo ir pirmojo tinklelio



344 pav. Franko ir Herco bandymų schema

pavaizduota 345 pav. Kreivė turi maksimumus, atitinkančius greitinančios įtampos  $U_{gr}$  reikšmes 4,86 V, 9,72 V, 14,58 V, t. y. kartotinius 4,86 V. Kreivės forma aiškinama taip. Iš katodo išlekiantys ir pagreitinami elektronai susiduria su gyvsidabrio atomais. Jei susidūrimai tamprieji, elektronai nepraranda energijos, įveikia stabdančią įtampą  $U_{st}$  ir sukuria srovę  $I$ . Jei susidūrimai netamprieji, elektronai savo energijos dalį atiduoda gyvsidabrio atomams ir neįveikia stabdančios įtampos, todėl srovė sumažėja. Sužadunami gyvsidabrio atomai pereina į aukštesnį energijos lygmenį. Elektronai atiduoda, o gyvsidabrio atomai sugeria ne bet kokią energiją, o tik energijos kiekius, kartotinius dydžiui  $\Delta E_1 = 4,86 \text{ eV} = 7,78 \times 10^{-19} \text{ J}$ . Jei  $\Delta E_2 = 2\Delta E_1$ , elektronas susiduria su dviem atomais, jei  $\Delta E_3 = 3\Delta E_1$  – su trimis. Taigi gyvsidabrio atomų energijos lygmenys yra diskretūs.



345 pav. Srovės I priklausomybė nuo greitinančios įtampos  $U_{gr}$  Franko ir Herco bandymuose

40.3 p a v y z d y s. Gyvsidabrio atomai pereina į sužadintąją būseną, sugerdami  $7,78 \times 10^{-19} \text{ J}$  energiją. Iš sužadintosios būsenos jie grįžta į pagrindinę, spinduliuodami tokios pat energijos kvantą. Raskime spinduliuojamos bangos ilgį.

Duota:  $\Delta E = 7,78 \times 10^{-19} \text{ J}$ .

Rasti:  $\lambda$ .

Sprendimas. Spinduliuojamo kvanto energija –

$$h\nu = \Delta E, \quad (a)$$

o bangos ilgis –

$$\lambda = \frac{ch}{\Delta E} = 2,55 \times 10^{-7} \text{ (m)} \quad (b)$$

Iš tikrųjų Franko ir Herco bandymuose gyvsidabrio garai skleidžia tokio bangos ilgio ultravioletinę šviesą.

40.4. Boro teorijos trūkumai

Boro teorija tapo labai svarbiu žingsniu atomo fizikos raidoje. Ši teorija paaiškino linijinių spektrų kilmę ir leido apskaičiuoti vandenilio bei vandeniliškųjų atomų spektrų linijų bangų ilgį. Tačiau pažymėtina, kad Boro teorija netiko kelis elektronus turinčių atomų, net labai paprastų – helio atomų, spektrams skaičiuoti.

Iš esmės pusiau klasikinė Boro teorija buvo prieštaringa, nes judesio kiekio momento kvantavimo sąlyga nesuderinama su klasikiniu elektrono aprašymu, pagal kurį laikoma, kad elektronas yra apskritimine trajektorija judantis taškinis krūvis (žr. 41.3 pavyzdį).

Boro teorija neaiškina, kodėl vyksta elektronų perėjimai iš vieno energijos lygmens į kitą, pagal ją neįmanoma apskaičiuoti spektrinių linijų intensyvumo, t. y. elektrono šuolio tarp skirtingų lygmenų tikimybės. Šiuos klausimus pavyko išsiaiškinti tik kvantinėje mechanikoje (žr. 41 skyrių).

### 41. KVANTINĖS MECHANIKOS PRADMENYS

41.1. De Broilio formulė. Medžiagos dvejopa (korpuskulinė ir banginė) prigimtis 1924 m. de Broilis iškėlė hipotezę, kad dvejopa (korpuskulinė ir banginė) prigimtis būdinga ne tik fotonams, bet ir elektronams (vėliau – visoms mikrodalelėms).

Fotono impulsas (žr. 36.11 pavyzdį)  $p_f = m_f c = \frac{h\nu}{c}$ . Vadinasi, tam tikro impulso fotoną atitinka šviesos banga, kurios ilgis  $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{h}{p_f}$ . Analogiškai kiekvieną dalelę – korpuskulę – atitinka banga, kurios vadinamasis *de Broilio bangos ilgis* –

$$\lambda_{Br} = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \quad (41.1)$$

čia  $h$  – Planko konstanta,  $p = mv$  – dalelės impulsas.

De Broilio bangos apibūdina banginės dalelių savybės. Šios bangos nėra elektromagnetinės, kaip fotoną atitinkančios bangos, ir turi statistinę, tikimybinę, prasmę: *de Broilio bangos modulio amplitudės tam tikrame erdvės taške kvadratas yra dalelės buvimo šiame taške tikimybės matas*.

Banginių savybių dalelės gali difraguoti kristalinėse struktūrose, kuriose difrakcijos „plyšiai“ esti atstumai tarp kristalų mazgų. Elektronų ir kitų dalelių sklaidos kristaluose bandymai ir gaunamų difrakcinių vaizdų tyrimas yra vienas iš eksperimentinių pagrindų, patvirtinančių de Broilio hipotezę ir materijos korpuskulinį bei banginį dvejopumą.

Taikydami de Broilio bangos sąvoką Boro kvantavimo sąlygai (40.2) gauname:

$$m_e v r = p_e r = \frac{h}{\lambda_{Br}} r = n\hbar = \frac{n h}{2\pi} \quad (41.2)$$

Iš (41.2) matome, kad kvantavimo sąlygą galima rašyti taip:

$$2\pi r = n\lambda_{Br}, \quad (41.3)$$

čia  $n = 1, 2, \dots$

(41.3) formulė rodo, kad leistinės elektrono orbitos ilgis  $2\pi r$  turi būti toks, kad jame tilptų sveikasis elektrono de Broilio bangų skaičius  $\lambda$ .

Raskime mikrodalelės banginių (ciklinio dažnio  $\omega$  bei bangos skaičiaus  $k$ ) ir korpuskulinių (energijos  $E$  bei impulso  $p$ ) charakteristikų sąsajas:

$$\omega = 2\pi\nu = 2\pi \frac{E}{h} = \frac{E}{\hbar}, \quad (41.4)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda_{Br}} = 2\pi \frac{p}{h} = \frac{p}{\hbar}. \quad (41.5)$$

Bandymais yra įrodyta ne tik elektronų, bet ir palyginti stambių mikrodalelių banginės savybės. Pavyzdžiui, Austrijos mokslininkai demonstravo C{60} molekulių (vadinamųjų fulerenų), susidedančių iš 60 anglies atomų, srauto interferencinį vaizdą.

Elektronų difrakcija erdvinėse kristalų gardelėse taikoma tiriant kietųjų kūnų struktūrą.

Banginės elektronų savybės praktiškai taikomos elektroniniuose mikroskopuose. Juose greitųjų (reliatyvistinių) elektronų energijos gali siekti kelis milijonus elektronvoltų. Elektronų de Broilio bangų ilgiai yra tiek maži ( $\sim 10^{-13}$  m eilės), kad bangos difraguoja tiriamos medžiagos atominėse struktūrose. Gaunamame vaizde galima skirti objektus, kurių matmenys keliomis eilėmis mažesni už mažiausius optiniais mikroskopais stebimų objektų matmenis, nagrinėti medžiagų molekulinę ir atominę sudėtį. Panašiai veikia joniniai mikroskopai.

Dar didesnės skiriamosios galios turi būti kuriamas atominis mikroskopas, kuriame taikoma rubidžio atomų pluošto difrakcija.

Dalelių korpuskulinis ir banginis dvejopumas yra bendroji materijos savybė, tačiau makropasaulyje ji negali pasireikšti. Paaiškinkime tai pavyzdžiais.

41.1 p a v y z d y s. Apskaičiuokime elektrono, kuris be pradinio greičio praėjo elektriniame lauke 100 V potencialų skirtumą, de Broilio bangos ilgį.

Duota:  $\Delta\varphi = 100$  V.

Rasti:  $\lambda_{Br}$ .

Sprendimas. Pagal energijos tvermės dėsnį elektrinio lauko atliktas darbas  $A = |e|\Delta\varphi$  lygus elektrono įgytai kinetinei energijai:

$$|e|\Delta\varphi = \frac{m_e v^2}{2}. \quad (a)$$

Iš (a) išreiškiame greitį ir randame elektrono impulsą:

$$p_e = m_e v = \sqrt{2|e|\Delta\varphi m_e}. \quad (b)$$

Nereliatyvistinė (b) formulė taikytina, jei elektrono greitis yra daug mažesnis už šviesos greitį. Apskaičiuavus  $v$ , lengva įsitikinti, kad nagrinėjamu atveju  $v \ll c$ .

Įrašome (b) į (41.1) ir apskaičiuojame:

$$\lambda_{Br} = \frac{h}{\sqrt{2|e|m_e}\sqrt{\Delta\varphi}} = \frac{1,23 \times 10^{-9}}{\sqrt{\Delta\varphi}} \text{ (m)} = 1,23 \times 10^{-10} \text{ (m)}. \quad (c)$$

Matome, kad tokio greičio elektrono de Broilio bangos ilgis yra atstumų tarp kristalo mazgų eilės (žr. 22.2 poskyrį).

41.2 p a v y z d y s. Tarkime, kad  $2 \times 10^{-5}$  m spindulio ir  $3 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$  tankio acrozolio dulkelė juda  $0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  greičiu. Raskime dulkelės de Broilio bangos ilgį.

Duota:  $r = 2 \times 10^{-5}$  m,  $\rho = 3 \times 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ,  $v = 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ .

Rasti:  $\lambda$ .

Sprendimas. Dulkelės masė –

$$m = \rho V = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho, \quad (a)$$

čia  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$  – dulkelės tūris.

Dulkelės de Broilio bangos ilgis –

$$\lambda_{Br} = \frac{h}{mv} = \frac{3h}{4\pi r^3 \rho v} \approx 7 \times 10^{-25} \text{ (m)}. \quad (b)$$

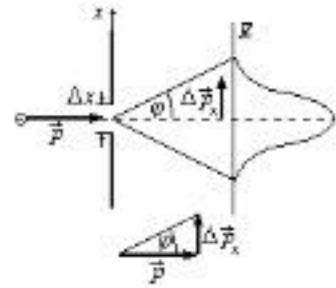
Gamtoje nėra tokio dydžio „plyšių“ arba tokio periodo „difrakcinių gardelių“, tad net tokios makroskopiniu požiūriu mažos dulkelės difrakcinės, banginės savybės pasireikšti negali.

#### 41.2. Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšis

Medžiagos dalelių dvejopa prigimtis riboja klasikinės mechanikos taikymo mikropasaulyje objektams galimybes. Pavyzdžiui, beprasmė kalbėti apie mikrodalelės de Broilio bangos koordinatę arba trajektoriją, nes banga jų neturi. Klasikinėje mechanikoje dalelės būseną nusakančių kelių parametrų (koordinatės, impulso, energijos it kt.) tam tikru laiko momentu nustatymo tikslumas nėra ribojamas. Kvantinėje mechanikoje yra iš esmės kitaip. Paaiškinkime tai mintiniu eksperimentu.

Tarkime, mikrodalelė (pavyzdžiui, elektronas) dėl jai būdingų banginių savybių difraguoja  $\Delta x$  pločio plyšyje (346 pav.). Ekrane  $E$  gaunamas difrakcinis vaizdas, t. y. elektrono pataikymo į tam tikrą ekrano vietą tikimybės tankio kreivė. Ši kreivė rodo de Broilio bangos intensyvumą ir pagal formą yra analogiška optinę difrakciją vaizduojančiai kreivei (žr. 32.3 poskyrį). 346 pav. parodytas tik pirmasis difrakcijos maksimumas, nes aukštesniųjų eilių maksimumai yra daug

mažesnio intensyvumo, ir jų galima nepaisyti. Kampas  $\varphi$  nusako kryptį į pirmąjį ( $m=1$ ) difrakcijos minimumą, t. y. pagal (32.8):



346 pav. Elektrono difrakcijos mentinio eksperimento schema

$$\Delta x \sin \varphi = \pm \lambda_{Br}, \quad (41.6)$$

čia  $\Delta x$  – plyšio plotis,  $\lambda_{Br}$  – mikrodalelės de Broilio bangos ilgis.

Plyšį pralekiančios mikrodalelės koordinatės  $x$  neapibrėžtumas lygus  $\Delta x$  (nežinoma, pro kurią plyšio vietą pralekia mikrodalelė). Iki plyšio mikrodalelė lekia statmenai  $x$  ašiai, o už plyšio gali nukrypti nuo plyšiu statmenos trajektorijos kampu  $\pm \varphi$ . Taip atsiranda impulso  $x$  ašies kryptimi neapibrėžtumas  $\Delta p_x$ .

Iš 346 pav. matyti, kad šis neapibrėžtumas –

$$\Delta p_x = p \sin \varphi, \quad (41.7)$$

čia  $p$  – mikrodalelės impulsas plyšiu statmena kryptimi.

Kadangi iš (41.6)  $\sin \varphi = \frac{\lambda_{Br}}{\Delta x}$ , o iš (41.1)  $p = \frac{h}{\lambda_{Br}}$ , (41.7) galime rašyti taip:

$$\Delta x \Delta p_x = h. \quad (41.8)$$

Atsižvelgdami į aukštesniųjų cilių maksimumus gauname dar didesnę impulso neapibrėžtumą, todėl

$$\Delta x \Delta p_x \geq h. \quad (41.9)$$

(41.9) nelygė vadinama *Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšiu* ir išreiškia fundamentinį kvantinės mechanikos principą: *neįmanoma tuo pačiu laiko momentu tiksliai nustatyti mikrodalelės koordinatės ir impulso*.

Mažinant koordinatės neapibrėžtumą  $\Delta x$  didėja impulso projekcijos į  $x$  ašį neapibrėžtumas  $\Delta p_x$  ir atvirkščiai. Pavyzdžiui, išnagrinėtame mintiniame eksperimente siaurinant plyšį, t. y. mažinant koordinatės neapibrėžtumą, pirmojo maksimumo plotis, kartu ir impulso neapibrėžtumas, padidėja, nes  $\sin \varphi = \frac{\lambda_{Br}}{\Delta x}$ .

Akivaizdu, kad (41.9) pavidalo lygtys galioja visoms trimis erdvinėms koordinatėms ( $x, y$  ir  $z$ ), t. y.  $\Delta y \Delta p_y \geq h$ ,  $\Delta z \Delta p_z \geq h$ .

Makropasaulyje kūno koordinatės ir impulso projekcijos į šią koordinatę neapibrėžtumai esti nepalyginamai mažesni už pačius dydžius (žr. 41.4 pavyzdį), ir jų nepaisoma.

Kita nelygė sieja dar du mikrodalelių būseną nusakančių dydžių – mikrodalelės energijos  $E$  ir laiko  $t$  neapibrėžtumus:

$$\Delta E \Delta t \geq h. \quad (41.10)$$

Kuo trumpiau trunka tam tikra mikrodalelės būsena, tuo didesnis yra šios būsenos energijos neapibrėžtumas ir atvirkščiai. Pavyzdžiui, nuostoviosios būsenos ( $\Delta t \rightarrow \infty$ ) energija yra nusakoma tiksliai ( $\Delta E \rightarrow 0$ ). Iš (41.10) taip pat gaunama išvada, kad kuo tiksliau (mažesniu neapibrėžtumu  $\Delta E$ ) norima nustatyti mikrodalelės energiją, tuo ilgesnį laiką  $\Delta t$  turi trukti matavimas.

Koordinatės, impulso, laiko ir energijos neapibrėžtumais laikant šių dydžių vidutinius kvadratinus nuokrypius nuo vidurkių, Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšiai išreiškiami taip:

$$\Delta x' \Delta p_x' \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (41.11)$$

$$\Delta E' \Delta t' \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (41.12)$$

Pažymėtina, kad Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšiai atspindi objektyvias mikrodalelių savybes, todėl dalelių būsenas apibūdinančių dydžių matavimo tikslumo tobulinant matavimo prietaisus ar metodus iš esmės negalima padidinti.

41.3 p a v y z d y s. Įvertinkime pirmojoje vandenilio atomo orbitoje esančio elektrono greičio neapibrėžtumą, laikydami, kad šio elektrono koordinatės neapibrėžtumas lygus pirmosios vandenilio atomo orbitos skersmeniui.

*Sprendimas.* Remdamiesi 40.1 pavyzdžiu gauname:

$$\Delta x = 2r_1 = 4,1 \times 10^{-10} \text{ (m)} \quad (a)$$

Greičio neapibrėžtumą  $\Delta v_x = \frac{\Delta p_x}{m_e}$  randame taikydami (41.9):

$$\Delta v_x \geq \frac{h}{m_e \Delta x} = 6,6 \times 10^6 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right). \quad (b)$$

Palyginę (b) su 40.1 pavyzdžio (d), matome, kad atome elektrono greičio neapibrėžtumas yra didesnis už patį greitį, apskaičiuotą pagal pusiau klasikinį Boro atomo modelį. Vadinasi, kvantinės mechanikos požiūriu atomo elektrono negalima vaizduoti kaip greitai besisukančio apie branduolį taškinio krūvio.

41.4 p a v y z d y s.  $10^{-7}$  kg masės aerozolio dalelė stebima pro mikroskopą. Jos greitis  $10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . Raskime dalelės greičio santykinį neapibrėžtumą  $\frac{\Delta v}{v}$ . Laikykime, kad mikroskopas leidžia nustatyti dalelės padėtį  $10^{-6}$  m tikslumu.

*Duota:*  $m = 10^{-7}$  kg,  $v = 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,  $\Delta x = 10^{-6}$  m.

*Rasti:*  $\frac{\Delta v}{v}$ .

*Sprendimas.* Pagal 41.3 pavyzdžio (b) formulę dalelės greičio neapibrėžtumas  $\Delta v \geq \frac{h}{m \Delta x}$ . Vadinasi, jos santykinis neapibrėžtumas –

$$\frac{\Delta v}{v} \geq \frac{h}{m v \Delta x} \approx 7 \times 10^{-16}. \quad (a)$$

Taip nustatytą greitį galima laikyti absoliučiai tikslu.

### 41.3. Banginė funkcija ( $\Psi$ funkcija) ir jos savybės

Kvantinėje mechanikoje mikrodalelės būseną nusako vadinamoji *banginė funkcija* (arba  $\Psi$  funkcija). Ji priklauso nuo koordinatėms ir laiko:

$$\Psi = \Psi(x, y, z, t). \quad (41.13)$$

Banginė funkcija yra kompleksinė. Pavyzdžiui, laisvosios dalelės banginė funkcija užrašoma kaip plokščiosios bangos lygtis:

$$\Psi = A e^{-i(\omega t - kx)} = A e^{-i(\hbar k)(Et - px)}, \quad (41.14)$$

čia taikytos mikrodalelės banginių ( $\omega$  ir  $k$ ) bei korpuskulinių ( $E$  ir  $p$ ) charakteristikų sąsajos (41.4) ir (41.5).

Banginės funkcijos modulio kvadratas nusako tikimybę, kad laiko momentu  $t$  mikrodalelės koordinatės yra  $x, y, z$ .

Iš tikimybių teorijos gaunama, kad tikimybė  $dw$  laiko momentu  $t$  rasti mikrodalelę elementarijame tūryje  $dV = dx \times dy \times dz$  –

$$dw = |\Psi|^2 dV. \quad (41.15)$$

Iš (41.15) daroma išvada, kad *banginės funkcijos modulio kvadratas lygus dalelės buvimo laiko momentu  $t$  tūryje  $dV$  tikimybės tankiui*:

$$|\Psi|^2 = \frac{dw}{dV}. \quad (41.16)$$

Tikimybė rasti dalelę visame begaliniam tūryje lygi 1. Iš čia gaunama  $\Psi$  funkcijos normavimo sąlyga:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dV = 1. \quad (41.17)$$

Kad banginė funkcija būtų mikrodalelių būsenos objektyvioji charakteristika, ji turi turėti savybių, vadinamų *standartinėmis sąlygomis*: būti baigtinė, tolydžioji ir vienareikšmė, o jos kvadrato integralas visame kintamųjų intervale turi būti baigtinis.

Kvantinėje mechanikoje galioja *banginių funkcijų superpozicijos principas*: jeigu fizikinė sistema gali būti  $\Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_n$  banginių funkcijų nusakomų būsenų, ji gali būti ir būsenos, kurią nusako banginė funkcija

$$\Psi = \sum_1^n a_i \Psi_i, \quad (41.18)$$

čia  $a_i$  – pastovieji kompleksiniai arba realieji koeficientai, atitinkantys sąlygą  $\sum_{i=1}^n |a_i|^2 = 1$ .

Žinant mikrodalelės banginę funkciją, galima apskaičiuoti vidutinės mikrodalelės apibūdinančių dydžių reikšmes. Pavyzdžiui, vidutinis elektrono atstumas iki branduolio skaičiuojamas pagal formulę  $\langle r \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} r |\Psi|^2 dV$ .

#### 41.4. Šrėdingerio lygtis

Banginės funkcijos analitinė išraiška gaunama sprendžiant pagrindinę nereliatyvistinės kvantinės mechanikos lygtį, vadinamą ją pasiūliusio mokslininko vardu *Šrėdingerio lygtimi*. Ši lygtis, kaip ir kitos svarbiausios fizikos lygtys (Niutono dėsniai, Maksvelo lygtys), yra postuluo-jama. Šrėdingerio lygties teisingumą patvirtina jos sprendinių sutapimas su daugelio bandymų rezultatais.

*Bendroji Šrėdingerio lygtis:*

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (41.19)$$

čia  $m$  – mikrodalelės masė,  $\Psi(x, y, z, t)$  – ieškoma mikrodalelės banginė funkcija,  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – Laplaso operatorius,  $i = \sqrt{-1}$  – menamasis vienetas,  $U(x, y, z, t)$  – mikrodalelės energija išorinių jėgų lauke.

Daugelyje kvantinės mechanikos uždavinių išorinis jėgų laukas nepriklauso nuo laiko, t. y.  $U = U(x, y, z)$ , ir turi potencinės energijos prasmę. Tokiais atvejais taikoma *stacionarioji Šrėdingerio lygtis*:

$$\Delta \psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \psi = 0, \quad (41.20)$$

čia  $\psi(x, y, z)$  – nuostoviąsias mikrodalelės būsenas nusakančios banginės funkcijos, gaunamos sprendžiant (41.20) lygtį ir vadinamos *tikrinėmis funkcijomis*;  $E$  ir  $U$  – mikrodalelės pilnutinė ir potencinė energijos.

Tam tikrais atvejais (41.20) pavidalo lygtys turi standartinės sąlygas atitinkančius sprendinius esant ne bet kurioms, o tik diskrečiosioms pilnutinės energijos  $E$  reikšmėms, vadinamoms *tikrinėmis vertėmis*. Šios vertės sudaro *diskretųjį energijos spektrą*.

Pavyzdžiui, sprendžiant Šrėdingerio lygtį gaunamos atomo elektrono diskrečiosios, kvantuotos energijų reikšmės.

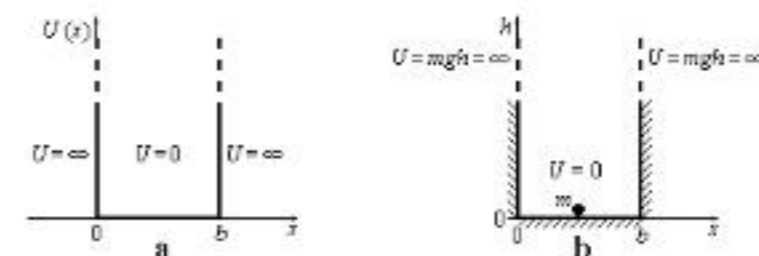
Analitinės Šrėdingerio lygties sprendiniai žinomi tik esant paprasčiausioms potencinės energijos  $U = U(x, y, z)$  išraiškoms. Vieną tokių atvejį dabar išnagrinėsime.

#### 41.5. Mikrodalelė vienmatėje be galo gilioje stačiakampėje potencinio duobėje

Vienmate be galo gilia  $b$  pločio *potencinio duobė* vadinama erdvės dalis, kurioje mikrodalelės potencinę energiją nusako tokios lygtys:

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & \text{kai } x < 0, \\ 0, & \text{kai } 0 \leq x \leq b, \\ \infty, & \text{kai } x > b. \end{cases} \quad (41.21)$$

Nagrinėjama potencinio duobė pavaizduota 347 pav., a. Tokios duobės paprasčiausias mechaninis analogas – vertikaloji vienmatė stačiakampė be galo aukštų sienelių dėžė, esanti Žemės traukos lauke (347 pav., b). Dėžės dugne esantis  $m$  masės materialusis taškas turėtų sąlygiškai nulinę potencinę energiją, už dėžės ribų – be galo didelę.



347 pav. Potencinio duobė (a) ir jos mechaninis analogas (b)

Potencinio duobės viduje mikrodalelės potencinė energija lygi 0, o už duobės ribų – be galo didelė. Vadinasi, mikrodalelė negali atsikurti už duobės ribų ir duobės kraštuose, t. y. taškuose  $x = 0$  ir  $x = b$ . Tokio įvykio tikimybė  $w = 0$ . Kadangi  $w = |\psi|^2$ , tikrinės banginės funkcijos *kraštinės sąlygos*:

$$\psi(0) = 0, \quad \psi(b) = 0. \quad (41.22)$$

Užrašykime stacionariąją Šrėdingerio lygtį (41.20) potencinio duobės viduje esančiai mikrodalelei, atsižvelgę į tai, kad kai duobė vienmatė  $\Delta = \frac{d^2}{dx^2}$ ,

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E \psi = 0. \quad (41.23)$$

Šiuo atveju pilnutinė mikrodalelės energija lygi kinetinei, kurią galima išreikšti impulsu:  $E = \frac{p^2}{2m}$ . Iš čia  $p^2 = 2mE$ , todėl, taikydami (41.5), gauname:

$$\frac{2mE}{\hbar^2} = k^2, \quad (41.24)$$

čia  $k$  – bangos skaičius.

Dabar (41.23) lygtį rašome taip:

$$\frac{d^2 \psi}{dx^2} + k^2 \psi = 0. \quad (41.25)$$

Šios lygties dalinis sprendinys yra funkcija

$$\psi(x) = a \cos(kx + \varphi) = a \sin(kx + \varphi). \quad (41.26)$$

Taikydami kraštines sąlygas (41.22), randame  $\varphi$  ir  $kb$ .



Kadangi  $\psi(0) = a \sin \varphi = 0$ ,

$$\varphi = 0. \quad (41.27)$$

Iš sąlygos  $\psi(b) = a \sin kb = 0$  gauname, kad

$$k_n b = \pi n, \quad (41.28)$$

čia  $n = 1, 2, 3, \dots$

(41.28) lygtyje bangos skaičių išreiškiame de Broilio bangos ilgiu  $k_n = \frac{2\pi}{\lambda_n}$ :

$$\frac{2\pi}{\lambda_n} b = \pi n, \quad (41.29)$$

arba

$$b = n \frac{\lambda_n}{2}. \quad (41.30)$$

Taigi potencialo duobės plotyje  $b$  turi tilpti sveikasis de Broilio pusbangių skaičius.

Atsižvelgdami į (41.27) ir (41.28), mikrodalelės nagrinėjamoje duobėje tikrinę banginę funkciją (41.26) rašome taip:

$$\psi_n(x) = a \sin\left(\frac{n\pi x}{b}\right). \quad (41.31)$$

Dydžiui  $a$  rasti taikome normavimo sąlygą (41.17), laikydami mikrodalelės buvimo duobėje tikimybę lygia 1:

$$\int_0^b |\psi_n|^2 dx = a^2 \int_0^b \sin^2\left(\frac{n\pi x}{b}\right) dx = 1. \quad (41.32)$$

Žinoma, kad  $\int_0^b \sin^2\left(\frac{n\pi x}{b}\right) dx = \frac{b}{2}$ , todėl

$$a = \sqrt{\frac{2}{b}}. \quad (41.33)$$

(41.33) įrašome į (41.31):

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{b}} \sin\left(\frac{n\pi x}{b}\right). \quad (41.34)$$

(41.34) išreiškia mikrodalelės nagrinėjamoje duobėje tikrinių banginių funkcijų rinkinį esant skirtingoms sveikosioms  $n$  reikšmėms.

Pakėlę  $\psi_n(x)$  kvadratu, gauname mikrodalelės buvimo įvairiuose duobės taškuose tikimybės tankį  $\frac{dw}{dx}$  (348 pav., c).

Iš (41.24) ir (41.28) išreiškiame mikrodalelės energiją:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2mb^2} n^2 = \frac{\hbar^2}{8mb^2} n^2. \quad (41.35)$$

Taigi potencialo duobėje esančios mikrodalelės tikrinės energijos vertės yra diskrečiosios, jos tiesiog proporcingos  $n^2$ . Sveikasis skaičius  $n$ , nusakantis leistines mikrodalelės energijos lygmenų reikšmes, vadinamas *pagrindiniu kvantiniu skaičiumi*.

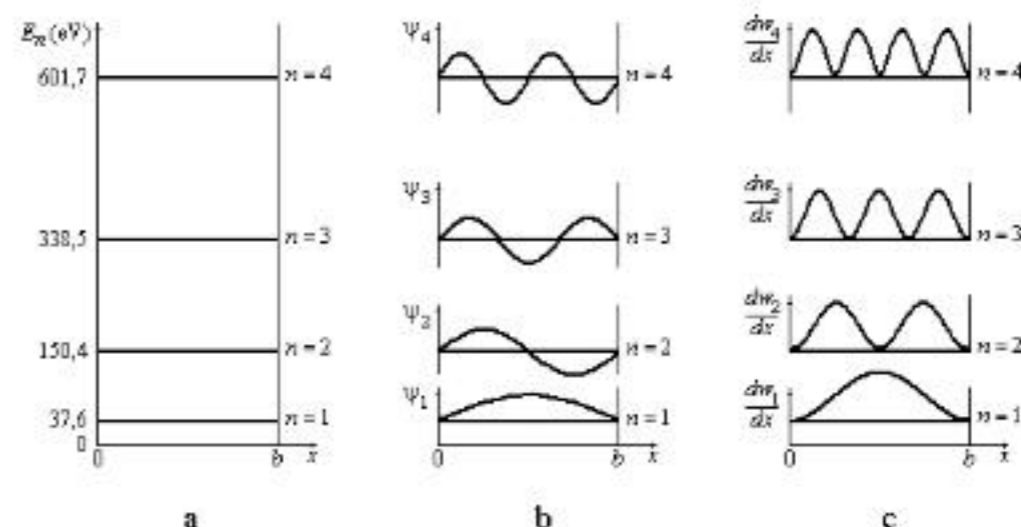
Raskime dviejų gretimų lygmenų energijų skirtumą:

$$\Delta E_n = E_{n+1} - E_n = \frac{\hbar^2}{8mb^2} [(n+1)^2 - n^2] = \frac{\hbar^2}{8mb^2} (2n+1). \quad (41.36)$$

348 pav. pavaizduota vienmatėje be galo gilioje  $b = 10^{-10}$  m pločio *potencialo duobėje* esančio elektrono ( $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$  kg) pirmųjų keturių nuostoviųjų būsenų energijos lygmenys

$E_n$ , tikrinės banginės funkcijos  $\psi_n$  ir tikimybės tankiai  $\frac{dw_n}{dx}$ .

Iš 348 pav. matyti, kad pirmajame energijos lygmenyje ( $n=1$ ) esanti mikrodalelė negali būti duobės sienelėse ( $\frac{dw_1}{dx} = 0$ ), antrajame ( $n=2$ ) – ir duobės centre ir t. t.



348 pav. Mikrodalelės potencialo duobėje pirmųjų keturių nuostoviųjų būsenų energijos lygmenys (a), šias būsenas atitinkančios tikrinės funkcijos (b) ir tikimybės tankiai (c)

41.5 p a v y z d y s. Tarkime, kad deguonies molekulė, kurios masė  $m = 5,3 \times 10^{-26}$  kg, yra  $b = 10^{-7}$  m pločio potencialo duobėje. Raskime pirmojo ir antrojo bei antrojo ir trečiojo lygmenų energijų skirtumą.

Duota:  $m = 5,3 \times 10^{-26}$  kg,  $b = 10^{-7}$  m,  $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 2$ .

Rasti:  $\Delta E_{21}$ .

Sprendimas. Lygmenų energijų skirtumą randame pagal (41.36). Pirmojo ir antrojo lygmenų energijų skirtumas:

$$\Delta E_{21} = E_2 - E_1 = \frac{\hbar^2}{8mb^2} \times 3 = 3,1 \times 10^{-28} \text{ (J)} \approx 1,9 \times 10^{-9} \text{ (eV)}. \quad (a)$$

Antrojo ir trečiojo lygmenų energijų skirtumas:

$$\Delta E_{32} = E_3 - E_2 = \frac{\hbar^2}{8mb^2} \times 5 = 5,2 \times 10^{-28} \text{ (J)} \approx 3,2 \times 10^{-9} \text{ (eV)}. \quad (b)$$

Tokie maži energijos skirtumai rodo iš esmės ištisinį energijos spektrą.

41.6 p a v y z d y s. Raskime elektrono, esančio  $b = 10^{-10}$  m pločio (maždaug atomo dydžio) potencialo duobėje, pirmojo ir antrojo lygmenų energijų skirtumą.

Duota:  $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$  kg,  $b = 10^{-10}$  m,  $n = 1$ .

Rasti:  $\Delta E_{21}$ .

Sprendimas. Pagal (41.31):

$$\Delta E_{21} = E_2 - E_1 = \frac{\hbar^2}{8m_e b^2} \times 3 = 1,8 \times 10^{-17} \text{ (J)} \approx 113 \text{ (eV)}. \quad (a)$$

Esant tokiam gretimų lygmenų energijų skirtumui lygmenų diskretumas yra akivaizdus.



41.6. Vandenilio ir vandeniliškųjų jonų Šrėdingerio lygties sprendimo rezultatai.  
Kvantiniai skaičiai

Vandeniliškuosius jonus (žr. 40.2 poskyrį) sudaro teigiamojo elektros krūvio branduolys ( $q_{brand.} = Z|e|$ , čia  $Z$  – atominis skaičius, t. y. elemento eilės numeris Mendelejevo periodinėje elementų sistemoje) ir daug mažesnės masės neigiamojo krūvio elektronas ( $e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ ). Branduolio ir elektrono sąveikos potencinė energija (žr. 23.8 poskyrį) –

$$U = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}, \quad (41.37)$$

čia  $r$  – atstumas nuo branduolio iki elektrono.  
Remdamiesi (41.37), stacionariąją Šrėdingerio lygtį (41.20) rašome taip:

$$\Delta\psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left( E + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right) \psi = 0, \quad (41.38)$$

čia  $m_e$  – elektrono masė,  $E$  – jo pilnutinė energija.  
Kvantinėje mechanikoje (41.38) lygtis paprastai sprendžiama taikant sferinę koordinatų sistemą, kurią sudaro viena radialinė ( $r$ ) ir dvi kampinės ( $\theta$  ir  $\varphi$ ) koordinatės. Įrodoma, kad banginę funkciją galima pavaizduoti kaip trijų funkcijų sandaugą:

$$\psi = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\varphi). \quad (41.39)$$

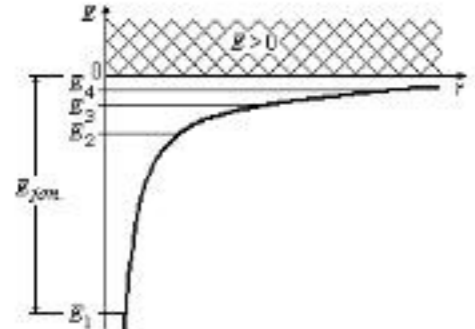
Kiekviena iš dauginamųjų funkcijų priklauso tik nuo vienos koordinatės. (41.39) įrašius į (41.38) gaunama trijų diferencialinių lygčių sistema. Aptarkime pagrindinius šios lygčių sistemos sprendimo rezultatus, kurie iš esmės veda į elektrono būseną nusakančių dydžių kvantavimą.

1) Vandeniliškojo jono elektrono energijos tikrinės vertės  $E_n$  sudaro diskretųjį rinkinį:

$$E_n = -\frac{Z^2 e^4 m_e}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{Z^2 e^4 m_e}{8\epsilon_0^2 \hbar^2} \frac{1}{n^2}, \quad (41.40)$$

čia  $n = 1, 2, 3, \dots$  – pagrindinis kvantinis skaičius, nuo kurio priklauso kvantuojamos elektrono energijos vertės.

(41.40) lygtis visiškai sutampa su Boro teorijos (40.12) formule, tačiau kvantinėje mechanikoje šis rezultatas gaunamas tiesiogiai sprendžiant Šrėdingerio lygtį, o Boro teorijoje tokie išvadai gauti teko postuluoti kelis teiginius.



349 pav. Vandeniliškųjų atomų elektrono energijos priklausomybė nuo elektrono atstumo iki branduolio ir keturi pirmieji energijos lygmenys

būsenų. Kai  $n \rightarrow \infty$ , energija  $E \rightarrow 0$ . Gretimų lygmenų energijų skirtumai mažėja energijai didėjant (žr. 41.7 pavyzdį).

Vandeniliškųjų jonų elektrono energijos priklausomybė nuo elektrono atstumo iki branduolio ir keturi pirmieji energijos lygmenys pavaizduoti 349 pav. (palyginkite su 343 pav.).

Iš 349 pav. matyti, kad elektronas yra tam tikroje hiperbolinėje ( $|E| \sim \frac{1}{r}$ ) potencialo duobėje. Su branduoliu surištojo elektrono energija yra neigiamojo ženklo (sąlygiškai laikoma, kad be galo nutolusio nuo branduolio elektrono potencinė energija lygi nuliui). Kaip ir Boro atomo modelyje  $E_1$  yra pagrindinės būsenos energija,  $E_2, E_3, \dots$  – sužadintųjų

Su branduoliu nesurištojo (laisvojo) elektrono energija  $E > 0$  ir nėra kvantuota, t. y. jos spektras yra ištisinis. 349 pav. nurodyta jonizacijos energija  $E_{jon}$ , kurią reikia suteikti pirmajame lygmenyje esančiam elektronui, kad jis atitrūktų nuo branduolio.

2) Atomo elektrono judesio kiekio momentas  $\vec{L}_l$  (klasikiniame atomo modelyje orbitinis judesio kiekio momentas buvo žymimas  $\vec{L}_v$ , žr. 27.1 poskyrį) gali būti tik tam tikrų diskrečiųjų reikšmių. Judesio kiekio momento modulio kvadratas kvantuojamas pagal formulę

$$L_l^2 = l(l+1)\hbar^2, \quad (41.41)$$

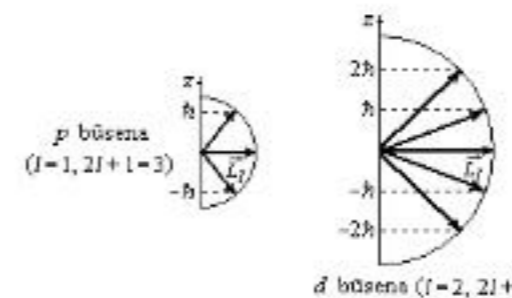
čia  $l = 0, 1, \dots, (n-1)$  – orbitinis kvantinis skaičius ( $n$  – pagrindinis kvantinis skaičius).

Pagal orbitinio kvantinio skaičiaus  $l$  reikšmes elektrono būsenos žymimos taip:

$l$ reikšmė	0	1	2	3	4	5	...
būsenos žymuo	s	p	d	f	g	h	... ir t. t.

Atomo elektrono būseną žymima taip: užrašoma pagrindinio kvantinio skaičiaus reikšmė ir nuo orbitinio kvantinio skaičiaus  $l$  priklausiančios būsenos žymuo. Pavyzdžiui, elektrono, kurio  $n = 1$  (pagrindinė būseną) ir  $l = 0$ , būseną žymima  $1s$ ; elektrono, kurio  $n = 2$  (sužadintoji būseną) ir  $l = 0$ , būseną žymima  $2s$ ; elektrono, kurio  $n = 2$  ir  $l = 1$ , būseną žymima  $2p$ .

3) Atomo elektrono orbitinio judesio kiekio momento projekcija į išorinio magnetinio lauko kryptį ( $z$  ašį), t. y. judesio kiekio momento vektoriaus  $\vec{L}_l$  kryptis, gali turėti tik tam tikras diskrečias reikšmes. Šis reiškinys vadinamas erdvinio kvantavimu.



350 pav.  $p$  ir  $d$  būsenų elektrono impulso momento projekcijų galimosios reikšmės (erdvinis kvantavimas)

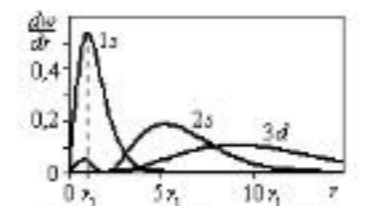
Galimąją judesio kiekio momento projekciją nusako formulė

$$L_{lz} = m\hbar, \quad (41.42)$$

čia  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l$  – magnetinis<sup>1</sup> kvantinis skaičius.

Taigi magnetinis kvantinis skaičius esant tam tikram  $l$  gali turėti  $2l + 1$  reikšmių.

$p$  ir  $d$  būsenų elektrono judesio kiekio momento projekcijų galimosios reikšmės ( $0, \pm\hbar$ , kai būseną  $p$  ir  $0, \pm\hbar, \pm 2\hbar$ , kai būseną  $d$ ) schemiškai pavaizduotos 350 pav. Kartu pažymėtina, kad atomo elektrono judesio kiekio momentas gali turėti tik vieną apibrėžtą projekciją į pasirinktą ašį. Vadinasi, kvantinėje mechanikoje judesio kiekio momento kryptis negali būti apibrėžta.



351 pav. Elektronų radialinio pasiskirstymo tikimybės tankis

Kvantinės mechanikos požiūriu atomo elektronas neturi trajektorijos, jis yra „išstipliotas“ erdvėje. Elektrono buvimo tikimybė skirtinguose erdvės taškuose yra nevienoda. Vandenilio atomo  $1s, 2s$  ir  $3d$  būsenų elektronų radialinio pasiskirstymo tikimybės tankis pavaizduotas 351 pav. ( $r$  atidėtas  $1s$  būsenos maksimumą atitinkančiais  $r_1$  atstumais).

Esant tai pačiai elektrono energijai (tam pačiam pagrindiniam kvantiniam skaičiui  $n$ ), elektrono kvantinės būsenos pagal orbitinį  $l$  ir magnetinį  $m$  kvantinius skaičius gali būti skirtingos. Tokios elektrono energinės būsenos vadinamos išsigimusiomis. Esant tam tikram pagrindiniam kvantiniam skaičiui  $n$ , orbitinis kvantinis skaičius  $l$  gali kisti nuo 0 iki  $(n - 1)$ , o kiekvieną  $l$

<sup>1</sup> Skaičiumi  $m$  kvantuojamas mechaninis dydis  $L_{lz}$ , tačiau pastarasis yra tiesiog proporcingas orbitiniam magnetiniam momentui (žr. (27.4) formulę). Vadinasi, orbitinio magnetinio momento projekcija į išorinio magnetinio lauko kryptį ( $z$  ašį) irgi kvantuojama skaičiumi  $m$ , tai lemia šio kvantinio skaičiaus pavadinimą.

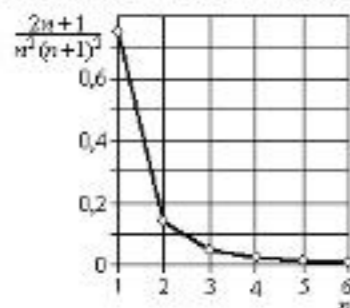
reikšmę atitinka  $(2l + 1)$  magnetinio kvantinio skaičiaus reikšmių. Kadangi sukinio projekcija turi dvi reikšmes, vieną  $n$  reikšmę atitinka būsenų skaičius –

$$g_n = \sum_{l=0}^{n-1} 2(2l + 1) = 2n^2, \quad (41.43)$$

čia dydis  $g_n$  vadinamas kvantinių būsenų išsigimimo laipsniu.

41.7 p a v y z d y s. Raskime vandeniliškųjų jonų elektrono gretimų lygmenų energijų skirtumą.

Sprendimas. Vandeniliškųjų jonų elektrono gretimų lygmenų energijų skirtumas –



352 pav. 41.7 pavyzdžio (b) formulės daugiklio kitimas kintant  $n$

$$\Delta E = E_{n+1} - E_n \quad (a)$$

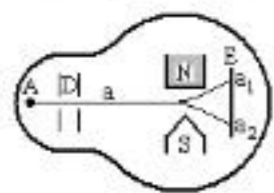
Taikydami (41.35) formulę, iš (a) gauname:

$$\Delta E = \frac{Z^2 e^4 m_e}{8 \epsilon_0^2 h^2} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} \right) = \frac{Z^2 e^4 m_e}{8 \epsilon_0^2 h^2} \cdot \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2} \quad (b)$$

Didėjant pagrindiniam kvantiniui skaičiui  $n$ , daugiklis  $\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$  greitai artėja į nulį, t. y. gretimų lygmenų energijų skirtumas  $\Delta E \rightarrow 0$  (352 pav.). Tai reiškia, kad  $n$  didėjant, spinduliuojamos energijos diskretusis spektras vis labiau panašėja į ištisinį.

#### 41.7. Šterno ir Gerlacho bandymas. Elektrono sukinys

1922 m. Šternas ir Gerlachas matavo atomų magnetinių momentų projekcijas į išorinį magnetinį lauką. Atomų pluoštelis iš šaltinio A buvo siaurinamas diafragmais D, leidžiamas pro



353 pav. Šterno ir Gerlacho bandymo schema

(angl. *spin* – verpstas, vilkėlis). Sukinys yra neatsiejama kvantinė elektrono savybė.

Elektrono sukinio modulio kvadratas kvantuojamas pagal formulę

$$L_s^2 = s(s+1)\hbar^2, \quad (41.44)$$

čia  $s = \frac{1}{2}$  – sukinio kvantinis skaičius.

Sukinio projekcija kvantuojama pagal (41.42) lygčiai analogišką formulę:

$$L_{sz} = m_s \hbar, \quad (41.45)$$

čia  $m_s = \pm \frac{1}{2}$  – sukinio magnetinis kvantinis skaičius.

Panašiai kaip judesio kiekio momentą atitinka magnetinis momentas, elektrono sukinį  $L_s$  atitinka savasis magnetinis momentas  $p_{me}$ . Bandymai rodo, kad šie dydžiai susiję taip:

$$\frac{p_{me}}{L_s} = -\frac{e\hbar}{m_e} \quad (41.46)$$

čia  $e$  – elektrono krūvis,  $m_e$  – elektrono masė.

[rašę (41.44) į (41.46) ir laikydami  $s = \frac{1}{2}$ , gauname, kad elektrono savasis magnetinis

momentas  $p_{me}$  –

$$p_{me} = -\frac{e\hbar}{m_e} L_s = -\frac{e\hbar}{m_e} \sqrt{s(s+1)} = -\frac{e\hbar}{2m_e} \sqrt{3} = -\mu_B \sqrt{3}, \quad (41.47)$$

čia  $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$  – Boro magnetonas (žr. 27.1 pavyzdį).

Minuso ženklas (41.47) formulėje reiškia, kad elektrono savieji judesio kiekio ir magnetinis momentai yra priešingų krypčių.

Mikrodalelės, kurių sukinio kvantinis skaičius pusiau sveikasis ( $s = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$ ), vadinamos *fermionais* (tai, pavyzdžiui, elektronai, protonai, neutronai, iš nelyginio fermionų skaičiaus sudaryti branduoliai), kurių sukinio kvantinis skaičius yra sveikasis ( $s = 1, 2, 3, \dots$ ) – *bozonais* (pvz., fotonai, iš lyginio fermionų skaičiaus sudaryti branduoliai).

#### 41.8. Vienodų mikrodalelių tapatumo principas

Klasikinėje mechanikoje vienodos sistemos dalelės galima tam tikru laiko momentu „sumeruoti“ ir toliau kiekvieną jų stebėti. Kvantinėje mechanikoje iš esmės yra kitaip. Mikrodalelių banginės savybės neleidžia nusakyti dalelių trajektorijų. Pavyzdžiui, jei erdvėje įvyksta dviejų arba daugiau mikrodalelių banginių funkcijų sanklota, konkrečių dalelių identifikacija praranda prasmę. Kvantinėje mechanikoje galioja vienodų mikrodalelių *tapatumo principas*, pagal kurį *vienodų mikrodalelių sistemos būsenos, gaunamos sukeičiant mikrodaleles vietomis, iš esmės neatskiriamos ir yra laikytinos ta pačia būseną*. Šiuo principu aiškinamas klasikinio analogo neturinčios vadinamosios *pakaitinės sąveikos*, lemiančios cheminius ryšius molekulėse, atsiradimas.

Tapatingosioms dalelėms galioja:

$$|\psi(x_1, x_2)|^2 = |\psi(x_2, x_1)|^2, \quad (41.48)$$

čia  $x_1$  ir  $x_2$  – pirmosios ir antrosios dalelių erdvinių koordinatų ir sukinų reikšmių visuma.

Kadangi fizikinę prasmę turi tik  $\psi$  funkcijos kvadratas, iš (41.48) gauname, kad tą pačią būseną nusako *simetrinė  $\psi$  funkcija*, jei

$$\psi(x_1, x_2) = \psi(x_2, x_1), \quad (41.49)$$

arba *antisimetrinė  $\psi$  funkcija*, jei

$$\psi(x_1, x_2) = -\psi(x_2, x_1). \quad (41.50)$$

Kvantinėje mechanikoje įrodoma, kad  $\psi$  funkcijos simetriškumas arba antisimetriškumas priklauso nuo mikrodalelių sukinio. Fermionai aprašomi antisimetrinėmis  $\psi$  funkcijomis, o bozonai – simetrinėmis.

#### 41.9. Paulio principas. Periodinė elementų sistema

Pagal *Paulio principą fermionų sistemoje negali būti dviejų ar daugiau vienodos kvantinės būsenos mikrodalelių*. Taikydami šį principą atomo elektronams, darome išvadą, kad *atome negali būti dviejų elektronų, turinčių keturis tuos pačius kvantinius skaičius –  $n, l, m$  ir  $m_s$* . Ši atomo elektronų sistemos savybė lemia Mendelejevo periodinės elementų sistemos dėsningumą.

Pagrindinį kvantinį skaičių  $n$  atitinkančių ir orbitiniu  $l$  bei magnetiniu  $m$  skaičiais nusakomų būsenų skaičius lygus  $n^2$  (žr. (41.43) formulę). Kadangi sukinio magnetinis kvantinis

skaičius gali turėti dvi reikšmes ( $m_l = \pm \frac{l}{2}$ ), gauname, kad didžiausias pagrindinio kvantinio skaičiaus  $n$  nusakomos būsenos elektronų skaičius –

$$z(n) = 2n^2. \quad (41.51)$$

Daugiaelektroniuose atomuose elektronai pasiskirsto pagrindinio kvantinio skaičiaus  $n$  nusakomais sluoksniais. Šie sluoksniai žymimi raidėmis  $K$  (kai  $n=1$ ),  $L$  ( $n=2$ ),  $M$  ( $n=3$ ),  $N$  ( $n=4$ )... To paties sluoksnio vienodo orbitinio kvantinio skaičiaus  $l$  elektronai sudaro posluoksnį<sup>1</sup>. Didžiausias posluoksnio elektronų skaičius lygus  $2(2l+1)$  (41.1 lentelė). Sluoksnio elektronų būsenų žymėjimas aptartas 41.6 poskyryje.

41.1 lentelė

Pagrindinis kvantinis skaičius $n$	1	2	3	4
Sluoksnio žymuo	$K$	$L$	$M$	$N$
Didžiausias sluoksnio elektronų skaičius $z(n)$	2	8	18	32
Orbitinis kvantinis skaičius $l$	0	0, 1	0, 1, 2	0, 1, 2, 3
Posluoksnio žymuo	$1s$	$2s, 2p$	$3s, 3p, 3d$	$4s, 4p, 4d, 4f$
Didžiausias posluoksnio elektronų skaičius	2	2, 6	2, 6, 10	2, 6, 10, 14

Elektronų pasiskirstymas pagal sluoksnius ir posluoksnius vadinamas elektronų *konfigūracija*. Elektronai sluoksnuose ir posluoksnuose pasiskirstę pagal Paulio principą ir mažiausios energijos principą, t. y. pirmiausiai užsipildo mažiausių energijų konfigūracijos. Sluoksnuose pirmiausiai užsipildo  $s$  būsenos, tada –  $p$ ,  $d$  ir  $f$ . Pirmųjų aštuoniolikos periodinės sistemos elementų atomuose elektronai užpildo iš eilės  $K$ ,  $L$  ir  $M$  sluoksnių posluoksnius, o 19 ir 20 elementuose – kalyje ( $K$ ) ir kalcyje ( $Ca$ ) – ši tvarka kitokia (41.2 lentelė). Elektronai pradeda pildyti  $N$  sluoksnį, nors  $M$  sluoksnis nėra visiškai užpildytas. Taip atsitinka dėl padidėjusios elektronų tarpusavio sąveikos ir su ja susijusios energijos. Pavyzdžiui,  $4s$  būsenos energija yra mažesnė už  $3d$  būsenos energiją.

Elektronų konfigūracija atome žymima taip: pagrindinio kvantinio skaičiaus reikšmė, nuo orbitinio kvantinio skaičiaus  $l$  priklausančios būsenos žymens raidė ir po raidės – laipsnio rodiklio vietoje – elektronų skaičius posluoksnyje (41.2 lentelė).

Elementų cheminės savybės priklauso nuo valentinių elektronų, t. y. atomo išorinio (atitinkančio didžiausią pagrindinį kvantinį skaičių) sluoksnio  $s$  ir  $p$  posluoksnių elektronų. Cheminių elementų pogrupius sudaro tie elementai, kurių  $s$  ir  $p$  posluoksniai užpildyti panašiai. Pavyzdžiui, šarminių metalų ( $Li, Na, K, Rb, Cs, Fr$ ) išorinį sluoksnį sudaro vienas  $s$  elektronas.

Didėjant elektronų skaičiui posluoksnyje, elektronų ryšio su branduoliu energijos absoliučioji reikšmė, t. y. *jonizacijos energija*, mažėja. Didžiausią jonizacijos energiją turi užpildytų posluoksnių elektronai (pavyzdžiui, inertinių dujų jonizacijos energijos reikšmės yra tokios:  $He - 24,6 eV, Ne - 21,6 eV, Ar - 15,8 eV, Kr - 14,0 eV, Xe - 12,1 eV, Rn - 10,7 eV$ ). [prastinėmis sąlygomis šios dujos chemiškai su kitais elementais nereaguoja.

Atomai, kurių išoriniame neužpildytame posluoksnyje esančių vieno arba dviejų elektronų jonizacijos energija maža, cheminėse reakcijose lengvai atiduoda šiuos elektronus. Taip pasireiškia metalų savybės (pavyzdžiui,  $Na, Mg, K, Ca, Cu, Zn$ ).

Išorinių posluoksnių elektronai lemia atomų magnetines savybes. Pagal Paulio principą dviejų  $s$  būsenos elektronų sukinių yra priešingų krypčių, todėl sukinių magnetiniai momentai kompensuojasi. Užpildytų  $p, d$  ir  $f$  būsenų elektronų orbitiniai magnetiniai momentai taip pat kompensuojasi, todėl tokių atomų atstojamasis magnetinis momentas lygus nuliui, o medžiaga iš šių atomų yra *diamagnetikas* (žr. 27.4 poskyrį). Medžiaga iš atomų, kurių orbitiniai magnetiniai

<sup>1</sup> Pastaraisiais metais mokslinėje literatūroje sluoksniumi vadinama atomo elektronų visuma, nusakoma pagrindiniu ( $n$ ) ir orbitiniu ( $l$ ) kvantiniais skaičiais. Tokiu atveju posluoksnio sąvoka netenka prasmės.

momentai nėra kompensuoti, yra *paramagnetikas*. Jeigu medžiagos atomų atstojamasis sukinių magnetinis momentas nelygus nuliui, temperatūrai esant žemesnei nei Kiuri taškas, medžiaga yra *feromagnetikas* (žr. 27.5 poskyrį).

41.2 lentelė

Elemento atominis skaičius Z	Elementas	Elektronų konfigūracija	Elemento atominis skaičius Z	Elementas	Elektronų konfigūracija
1	H	$1s$	28	Ni	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^8 4s^2$
2	He	$1s^2$	29	Cu	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$
3	Li	$1s^2 2s$	30	Zn	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2$
4	Be	$1s^2 2s^2$	31	Ga	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p$
5	B	$1s^2 2s^2 2p$	32	Ge	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^2$
6	C	$1s^2 2s^2 2p^2$	33	As	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^3$
7	N	$1s^2 2s^2 2p^3$	34	Se	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^4$
8	O	$1s^2 2s^2 2p^4$	35	Br	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^5$
9	F	$1s^2 2s^2 2p^5$	36	Kr	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6$
10	Ne	$1s^2 2s^2 2p^6$	37	Rb	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 5s$
11	Na	$1s^2 2s^2 2p^6 3s$	38	Sr	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 5s^2$
12	Mg	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2$	39	Y	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^1 5s^2$
13	Al	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p$	40	Zr	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^2 5s^2$
14	Si	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$	41	Nb	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^4 5s$
15	P	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^3$	42	Mo	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^5 5s$
16	S	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4$	43	Tc	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^5 5s^2$
17	Cl	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^5$	44	Ru	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^6 5s$
18	Ar	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$	45	Rh	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^7 5s$
19	K	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s$	46	Pd	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10}$
20	Ca	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2$	47	Ag	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s$
21	Sc	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2$	48	Cd	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2$
22	Ti	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^2 4s^2$	49	In	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p$
23	V	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^3 4s^2$	50	Sn	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^2$
24	Cr	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s$	51	Sb	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^3$
25	Mn	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^5 4s^2$	52	Te	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^4$
26	Fe	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6 4s^2$	53	I	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^5$
27	Co	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^7 4s^2$	54	Xe	$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 5s^2 5p^6$

Periodinės sistemos pirmųjų penkiasdešimt keturių elementų (penkių periodų) atomų elektroninės konfigūracijos pateikiamos 41.2 lentelėje. Joje elementų periodai atskirti ištisinėmis horizontaliosiomis linijomis.

41.10. Daugielektronių atomų spektrai. Atrankos taisyklės

Kaip ir vandenilio atomas bei vandeniliškieji jonai, daugielektroniai atomai skleidžia šviesos kvantus, elektronams pereinant iš aukštesniojo energijos lygmens į žemesnįjį, t. y. vykstant spinduliniams šuoliams (žr. 40.2 poskyrį). Šuolių tikimybė yra nevienoda. Leistinių šuolių tikimybė didelė, griežtai draustinių – lygi nuliui. *Atrankos taisyklės* nustato šiuos leistinių (didelės tikimybės) šuolių orbitinio, magnetinio ir sukinio magnetinio kvantinių skaičių pokyčius:

$$\Delta l = \pm 1; \Delta m = 0, \pm 1; \Delta m_s = 0. \quad (41.52)$$

Tai reiškia, pavyzdžiui, kad gali vykti elektrono šuoliai tarp *s* ir *p*, *p* ir *d*, *d* ir *f*... būsenų, jei magnetinis kvantinis skaičius nepakinta arba pakinta vienetu, o sukinio magnetinis kvantinis skaičius nepakinta. Labai mažos tikimybės šuoliai tarp *s* ir *d*, *s* ir *f*, *p* ir *f*... būsenų, taip pat šuoliai, kurie pakeistų magnetinį kvantinį skaičių dviem ir daugiau vienetų arba pakeistų sukinio magnetinį kvantinį skaičių. Atrankos taisyklės siejamos su kvantmechaninių sistemų (atomų, molekulių, kristalų) simetrija ir su tvermės dėsniais.

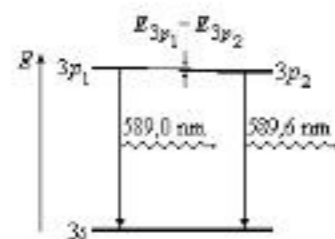
Iš dalies užpildytų sluoksnių elektronų elektrostatinės sąveikos energija esti skirtinga, tokios konfigūracijos gali būti įvairių energijų. Šios skirtingos būsenos vadinamos konfigūracijos *termais*. Dėl elektronų orbitinių ir sukininių magnetinių momentų sąveikos termai savo ruožtu suskyla į energijos lygmenis. Šuolių tarp šių lygmenų metu spinduliuojami kvantai ir pasireiškia eksperimentuose kaip spektrų linijos.

41.8 p a v y z d y s. Natrio atome dėl orbitinio ir sukinio magnetinių momentų sąveikos *3p* termas suskyla į du lygmenis – *3p<sub>1</sub>* ir *3p<sub>2</sub>* (žr. 354 pav.). Todėl vykstant spinduliniams šuoliams iš *3p<sub>1</sub>* ir *3p<sub>2</sub>* lygmenų į *3s* lygmenį natrio spektre atsiranda dvi artimos geltonosios linijos, kurių bangų ilgiai  $\lambda_1 = 5,896 \times 10^{-7}$  m ir  $\lambda_2 = 5,890 \times 10^{-7}$  m. Raskime *3p<sub>1</sub>* ir *3p<sub>2</sub>* lygmenų energijų skirtumą.

Duota:  $\lambda_1 = 5,890 \times 10^{-7}$  m,  $\lambda_2 = 5,896 \times 10^{-7}$  m.

Rasti:  $E_{3p_1} - E_{3p_2}$ .

Sprendimas. Vykstant spinduliniam šuoliui iš *3p<sub>1</sub>* į *3s* lygmenį išspinduliuojamas kvantas, kurio energija



354 pav. Natrio 3p lygmens skilimas

$$h\nu_1 = E_{3p_1} - E_{3s}, \quad (a)$$

o bangos ilgis

$$\lambda_1 = \frac{c}{\nu_1} = \frac{ch}{E_{3p_1} - E_{3s}}. \quad (b)$$

Vykstant spinduliniam šuoliui iš *3p<sub>2</sub>* į *3s* lygmenį išspinduliuojamas kvantas, kurio energija

$$h\nu_2 = E_{3p_2} - E_{3s}, \quad (c)$$

o bangos ilgis

$$\lambda_2 = \frac{c}{\nu_2} = \frac{ch}{E_{3p_2} - E_{3s}}. \quad (d)$$

Iš (a)  $E_{3p_1} = \frac{ch}{\lambda_1} - E_{3s}$ , iš (b)  $E_{3p_2} = \frac{ch}{\lambda_2} - E_{3s}$ , todėl

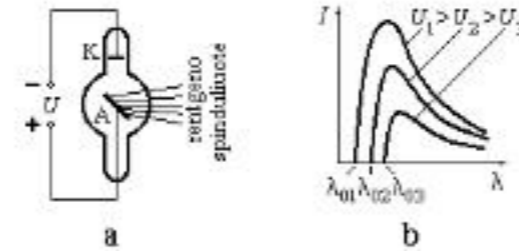
$$E_{3p_1} - E_{3p_2} = \frac{ch}{\lambda_1} - \frac{ch}{\lambda_2} = ch \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = 3,43 \times 10^{-22} \text{ (J)} = 2,14 \times 10^{-3} \text{ eV}. \quad (e)$$

Matome, kad *3p<sub>1</sub>* ir *3p<sub>2</sub>* lygmenų energijų skirtumas yra labai mažas (maždaug 0,1 % spinduliuojamo kvanto energijos).

41.11. Rentgeno spinduliuotės spektras. Mozlio dėsnis

Rentgeno spinduliuotės ( $\lambda \approx (10^{-9} - 10^{-12})$  m,  $\nu \approx (3 \times 10^{17} - 3 \times 10^{20})$  Hz) vieta visame elektromagnetinės spinduliuotės spektre aptarta 29.9 poskyryje. Čia nagrinėsime rentgeno spinduliuotės spektrą kvantinės mechanikos požiūriu.

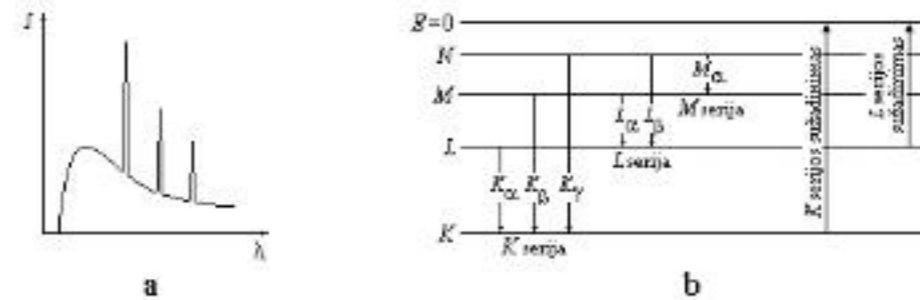
Rentgeno spinduliuotę galima gauti rentgeno vamzdyje (355 pav., a) bombarduojant sunkiųjų metalų (volframo, platinos) anodą greitaisiais elektronais. Iš kaitinamo katodo (K) išlėkę



355 pav. Rentgeno vamzdžio schema (a) ir stabdomosios spinduliuotės spektras (b)

didelio potencialo (nuo  $10^4$  V iki  $10^6$  V) pagreitinti ir anodo (A) medžiagos stabdomi elektronai spinduliuoja *ištisinį* energijos spektrą (*stabdomąją spinduliuotę*) (355 pav., b). Ištisinio spektro intensyvumas didėja greitinančiam potencialui didėjant. Iš trumpųjų bangų pusės spektras turi ribą, kurios bangos ilgis  $\lambda_0$  priklauso nuo elektronų greitinančios įtampos tarp anodo ir katodo *U* (žr. 41.9 pavyzdį).

Kita spinduliuotės komponentė – nuo anodo medžiagos (elemento) priklausantis linijinis *būdingasis* spektras. Linijinis būdingasis spektras atsiranda, kai *U* įtampa pagreitinti elektronai išmuša elektronus iš anodo atomų vidinių sluoksnių (*K, L, M, ...*), ir į atsilaisvinusias vietas peršoka elektronai iš didesnių energijų sluoksnių. Šių šuolių metu išspinduliuojami rentgeno spinduliuotės kvantai. Kvantų dažniai yra diskretūs, todėl spinduliuotės spektras linijinis (356 pav., a). Linijų serijos žymimos raidėmis, atitinkančiomis sluoksniu, į kurį vyksta šuoliai, raides (*K, L, M, ...*). Vienos serijos linijos žymimos graikiškomis raidėmis ( $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ ) bangos ilgio mažėjimo tvarka. Serijas ir pavienes linijas atitinkantys šuoliai schemiškai pavaizduoti 356 pav., b.



356 pav. Būdingosios rentgeno spinduliuotės linijos (a) ir linijų serijų atsiradimo schema (b)

*Mozlio dėsnis* sieja rentgeno spinduliuotės būdingojo spektro linijų dažnį su anodo medžiagos atominiu skaičiumi (t. y. atomo branduolio krūviu) *Z*:

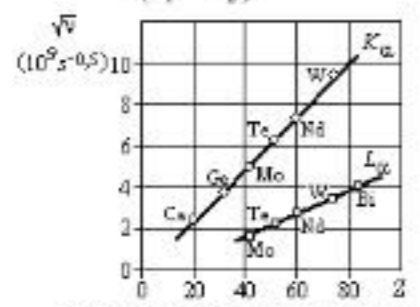
$$\nu = R(Z - \sigma)^2 \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (41.53)$$

čia *R* – Rydbergo konstanta (žr. 40.2 poskyrį);  $\sigma$  – kiekvienai linijų serijai būdinga *ekranavimo konstanta*, nusakanti elektronų, kurių spinduliniai šuoliai vyksta, sąveikos su branduoliu energijos sumažėjimą dėl arčiau branduolio esančių elektronų įtakos;  $n_1$  ir  $n_2$  – energijos lygmenų, tarp kurių vyksta elektronų spinduliniai šuoliai, pagrindiniai kvantiniai skaičiai.

Pagal kitą *Mozlio dėsnio* išraišką *kvadratinė šaknis iš linijų dažnio tiesiog proporcinga anodo elemento atominiam skaičiui Z*:

$$\sqrt{\nu} = C(Z - \sigma), \quad (41.54)$$

čia  $C = R \left( \frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$  – linijų serijai būdinga konstanta. Pavyzdžiui,  $K_\alpha$  linijos dažniai gaunami,



357 pav. Mozlio dėsnio grafikas (o –  $K_\alpha$  linijos, o –  $L_\alpha$  linijos)

kai  $n_1 = 1$  ir  $n_2 = 2$ ,  $K_\beta$  – kai  $n_1 = 1$  ir  $n_2 = 3$ ,  $L_\alpha$  – kai  $n_1 = 2$  ir  $n_2 = 3$ ,  $M_\alpha$  – kai  $n_1 = 3$  ir  $n_2 = 4$ .

357 pav. pavaizduota Mozlio dėsnį iliustruojanti kai kurių elementų  $K_\alpha$  ir  $L_\alpha$  rentgeno spinduliuotės būdingojo spektro linijų dažnių priklausomybė nuo elementų atominių skaičių.

41.9 p a v y z d y s. Raskime stabdomosios rentgeno spinduliuotės spektro trumpabangės ribos  $\lambda_0$  ir greitinimo įtampos  $U$  sąsają. Kam lygus spektro ribos bangos ilgis, kai greitinimo įtampa  $U = 40$  kV?

Duota:  $U = 4 \times 10^4$  V.

Rasti:  $\lambda_0$ .

Sprendimas. Įtampos  $U$  pagreitinoto elektrono, kurio pradinis greitis lygus nuliui, kinetinė energija lygi  $|e|U$ . Jeigu elektronui stabdantis visa ši energija išspinduliuojama, kvanto energija  $h\nu_0 = |e|U$ , o didžiausias (ribinis) bangos ilgis –

$$\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{hc}{|e|U}, \quad (a)$$

čia  $h$  – Planko konstanta,  $c$  – šviesos greitis vakuume.

Iš (a) gauname:

$$\lambda_0 = \frac{hc}{|e|U} = 3,1 \times 10^{-11} \text{ (m)}. \quad (b)$$

Toks bangų ilgis yra maždaug atomo matmenų eilės.

41.10 p a v y z d y s. Kodėl optiniame dažnių ruože kiekvieną linijinio emisijos spektro liniją atitinka absorbcijos (žr. 40.2 poskyrį) spektro linija, o rentgeno spinduliuotės absorbcijos linijinis spektras nebeegzistuoja?

Sprendimas. Absorbcijos linija, pavyzdžiui,  $K_\alpha$ , atsirastų, jei elektronas galėtų šokti iš  $K$  lygmens į  $L$  lygmenį, tačiau šis lygmuo yra visiškai užpildytas. Neužpildyti tik išoriniai sluoksniai, todėl sugerama rentgeno spinduliuotė iš esmės jonizuoja atomą (žr. 356 pav., b), sugeriamos spinduliuotės dažnis (kartu ir energija) yra didesnis už serijos ribą, todėl rentgeno spinduliuotės absorbcijos linijinis spektras nebeegzistuoja, o absorbcijos spektras yra ištisinis.

41.12. Rentgeno spinduliuotės sugertis ir taikymas

Rentgeno spinduliuotė, viena iš jonizuojančiosios spinduliuotės rūšių, yra žalinga gyviesiems organizmams, todėl ekologiniu požiūriu svarbias šios spinduliuotės savybes išnagrinėsime nuodugniau.

Medžiagoje sklindanti rentgeno spinduliuotė yra sugerama (labiausiai – ilgabangė, arba minkštoji) ir išsklaidoma (trumpabangė, arba kietoji). Spinduliuotės intensyvumo mažėjimą nusako formulė

$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (41.55)$$

čia  $I_0$  – į medžiagą krintančios,  $I$  –  $x$  storio medžiagos sluoksnį perėjusios rentgeno spinduliuotės intensyvumas;  $\mu = \tau + \sigma_{skl}$  – monochromatinės spinduliuotės silpimo koeficientas, susidedantis iš absorbcijos koeficiento  $\tau$  ir sklaidos koeficiento  $\sigma_{skl}$ . SI vienetais  $[\mu] = [\tau] = [\sigma_{skl}] = \frac{1}{m}$ .

Koeficientai  $\mu$ ,  $\tau$  ir  $\sigma$  proporcingi sugeriančios medžiagos tankiui  $\rho$ , todėl patogu taikyti masinius silpimo, absorbcijos ir sklaidos koeficientus:  $\mu_m = \frac{\mu}{\rho}$ ,  $\tau_m = \frac{\tau}{\rho}$ ,  $\sigma_{skl,m} = \frac{\sigma_{skl}}{\rho}$ . SI vienetais  $[\mu_m] = [\tau_m] = [\sigma_{skl,m}] = \frac{m^2}{kg}$ .

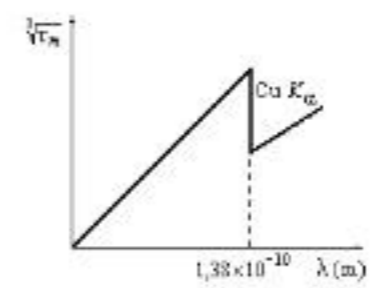
Rentgeno spinduliuotės absorbcijos spektras yra ištisinis (žr. 41.9 pavyzdį). Absorbcijos koeficientas didėja spinduliuotės bangos ilgiui didėjant, tačiau ties tam tikrą energijos lygmenį atitinkančiu sugerties kraštu ima šuoliškai mažėti. Taip atsitinka, kai spinduliuotės bangos ilgis padidėja, t. y. energija sumažėja tiek, kad nebegali sužadinti, pavyzdžiui,  $K$  serijos, todėl rentgeno spinduliuotės energija neviršta sužadintųjų elektronų energija, ir sugertis staigiai sumažėja. Remiantis eksperimentais išvesta ši rentgeno spinduliuotės masinio absorbcijos koeficiento priklausomybės nuo sugeriančio elemento atominio skaičiaus  $Z$  formulė:

$$\tau_m = C \frac{Z^4 \lambda^3}{\mu}, \quad (41.56)$$

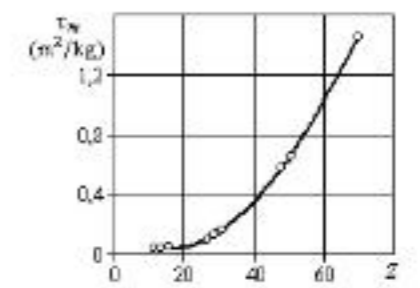
čia  $C$  – konstanta, kurios reikšmė šuoliškai kinta pereinant sugerties kraštą;  $Z$  – elemento atominis skaičius,  $\mu$  – elemento molinė masė,  $\lambda$  – rentgeno spinduliuotės bangos ilgis.

Daugiaatomių molekulių medžiagų koeficientai  $\mu$ ,  $\tau$  ir  $\sigma$  gaunami sumuojant visų molekulių sudarančių elementų koeficientus.

Vario masinio absorbcijos koeficiento  $\tau_m$  (sąlygiškais vienetais) priklausomybė nuo bangos ilgio  $\lambda$  pavaizduota 358 pav. Tiesiai pagal (41.56) formulę gauti ordinačių ašyje atidedamas dydis  $\sqrt[3]{\tau_m}$ . Staigus  $\tau_m$  mažėjimas vyksta todėl, kad bangos ilgis  $\lambda = 1,38 \times 10^{-10}$  m atitinka sugerties kraštą (nesužadinas vario  $K$  lygmuo, bangos ilgis atitinka vario  $K_\alpha$  liniją).



358 pav. Masinio absorbcijos koeficiento  $\tau_m$  ir sugeriamos rentgeno spinduliuotės bangos ilgio sąsaja



359 pav. Masinio absorbcijos koeficiento  $\tau_m$  priklausomybė nuo sugeriančio elemento atominio skaičiaus

Kietosios rentgeno spinduliuotės (bangos ilgis  $\lambda = 2 \times 10^{-11}$  m) masinio absorbcijos koeficiento  $\tau_m$  priklausomybė nuo sugeriančio elemento atominio skaičiaus  $Z$  pateikiama 359 pav.

Rentgeno spinduliuotė plačiai taikoma moksle, technikoje, medicinoje. Rentgeno spinduliuotės difrakcija medžiagoje leidžia tirti metalų, lydinių, mineralų, organinių ir neorganinių junginių, polimerų, baltymų molekulių struktūrą (rentgeninė struktūros analizė).

Rentgeno spinduliuotės bangų ilgiai yra keliomis eilėmis mažesni už regimosios šviesos bangų ilgius, todėl rentgeno mikroskopų skiriamoji geba šimtus kartų viršija optinių mikroskopų gebą.

Iš rentgeno spinduliuotės švitinamos medžiagos atomų vidinių sluoksnių išmušami elektronai. Žinant rentgeno spinduliuotės kvantų energiją  $h\nu$  ir išmatavus išmuštų elektronų kinetinę energiją  $\frac{m_e v_{max}^2}{2}$ , iš lygties  $h\nu = A_e + \frac{m_e v_{max}^2}{2}$  galima apskaičiuoti šių elektronų ryšio su branduoliu energiją  $A_e$ , t. y. tam tikro sluoksnio linijų sužadavimo energiją (panašiai nustatomas elektronų išlaisvinimo darbas (žr. 37 skyrių) vykstant išoriniam fotoefektui). [vairių elementų

*K, L, M...* sluoksnių sužadavimo energijos yra žinomos, jos beveik nepriklauso nuo elementų cheminio ryšio energijos, todėl pagal išmuštų elektronų kinetines energijas galima nustatyti medžiagos cheminę sudėtį, t. y. atlikti medžiagos spektrinę analizę. Šiuo metodu labai jautriai atliekama spektrinė analizė, jai pakanka vos  $(5+10) \times 10^{-9}$  m storio medžiagos plėvelės, todėl metodas taikomas adsorbicijai, korozijai, katalizei tirti.

Užatmosferinėje astronomijoje naudojami rentgeno teleskopai. Rentgeno spinduliuotė taikoma rentgeno defektoskopijoje. Paprastai ja peršviečiamos iki 80 mm storio plieninės detalės, o lengvųjų metalų – iki 250 mm.

Medicinoje rentgeno spinduliuotė naudojama diagnostikoje (rentgenografija, rentgenoskopija, tomografija), atsižvelgiant į skirtingą rentgeno spinduliuotės sugertį audiniuose ir kauluose (žr. 41.11 pavyzdį), ir gydant (spindulinė terapija). Kartu pažymėtina, kad švitinant šia spinduliuote turi būti griežtai dozuojuama dėl jos jonizuojančiojo poveikio (žr. 29.9 ir 44.16 poskyrius).

**41.11 p a v y z d y s.** Raskime žmogaus kaulų ir minkštųjų audinių rentgeno spinduliuotės absorbcijos koeficientų santykį. Kaulų pagrindinė medžiaga – kalcio fosfatas  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ , o minkštųjų audinių absorbciją daugiausia lemia vanduo  $\text{H}_2\text{O}$ . Laikykime, kad kaulų tankis yra 2,5 karto didesnis už audinių. Elementų atominius skaičius  $Z$  randame 41.2 lentelėje. Medžiagų molinės masės:  $\mu_{\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2} = 0,308 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ ,  $\mu_{\text{H}_2\text{O}} = 0,018 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ .

Duota: medžiaga 1 –  $\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2$ , medžiaga 2 –  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\frac{\rho_1}{\rho_2} = 2,5$ .

Rasti:  $\frac{\tau_1}{\tau_2}$ .

Sprendimas. Absorbcijos koeficientų santykį išreiškiame masinių absorbcijos koeficientų santykiu ir tankių santykiu:

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{\tau_{m1} \rho_1}{\tau_{m2} \rho_2} \tag{a}$$

Taikydami (41.51) formulę bei atsižvelgdami į medžiagų chemines formules, randame masinių absorbcijos koeficientų santykį ir įrašome į (a):

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \left( \frac{3Z_{\text{Ca}} + 2Z_{\text{P}} + 8Z_{\text{O}}}{2Z_{\text{H}} + Z_{\text{O}}} \right)^4 \cdot \frac{\mu_2 \rho_1}{\mu_1 \rho_2} = 21,9. \tag{b}$$

Akivaizdu, kad fotografinėje plokštelėje, kurios patamsėjimas priklauso nuo rentgeno spinduliuotės intensyvumo, kaulas atrodo daug šviesesnis.

**41.13. • Molekulinių spektrų kilmė**

*Molekulė* yra mažiausioji medžiagos dalelė, turinti pagrindines tos medžiagos chemines savybes. Molekulę sudarančių atomų skaičius kinta nuo dviejų (pavyzdžiui,  $\text{H}_2$ ,  $\text{O}_2$ ,  $\text{HCl}$ ) iki tūkstančių (polimerų molekulės). Iš besikaitaliojančių atomų grupių sudarytos *makromolekulės* turi milijonus molekulių (baltymų molekulės). Molekulių matmenys priklauso nuo atomų skaičiaus ir esti nuo keliasdešimt nanometrų iki dešimčių mikrometrų. Atomų elektronai sudaro molekulių elektroninius sluoksnius. Chemines ir daugumą fizikinių medžiagų savybių lemia išoriniai elektronų sluoksniai, o į molekulę susijungiančių atomų vidiniai sluoksniai beveik nepakinta. Molekulės patvarumą laiduoja tai, kad pavienių atomų energijų suma yra didesnė už molekulės, kuri sudaryta iš šių atomų, energiją. Šių energijų skirtumas vadinamas molekulės atomų *ryšio energija*. Ji lygi darbui, kurį reikia atlikti, kad visi molekulės atomai būtų atitolinti į begalybę. Atomams jungiantis į molekulę ši energija išsiskiria.

Jeigu vieno atomo elektronas prisijungia prie kito atomo, susidaro *joninis ryšys*, jonai sąveikauja elektrostatškai (pavyzdžiui,  $\text{Na}^+\text{Cl}^-$ ,  $\text{Li}^+\text{F}^-$ ). *Valentinis ryšys* susidaro tarp vienodų

arba panašių savybių atomų. [vyksta tokių molekulių atomų išorinių sluoksnių sanklota, elektronai arba elektronų poros „suvisuomeninami“ (pavyzdžiui, vandenilio molekulėje  $\text{H}_2$  kiekvienas elektronas kurį laiką išbūna prie „svetimo“ branduolio ir sukuria *pakaitinę* atomų sąveiką).

Pavienės molekulės energija  $E$  susideda iš atomų elektronų energijos  $E_{el}$ , atomų virpesių (vibracijos) energijos  $E_{vib}$ , ir molekulės sukimosi (rotacijos) energijos  $E_{rot}$  (žr. 17.2 poskyrį):

$$E = E_{el} + E_{vib} + E_{rot} \tag{41.57}$$

čia nepaisėme molekulės slenkamojo judėjimo nekvantuojamos energijos.

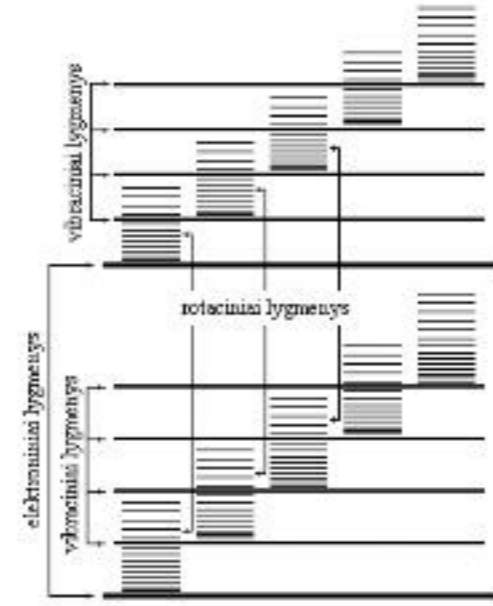
Bandymai rodo, kad  $E_{el} \approx (1+10)$  eV,  $E_{vib} \approx (10^{-2}+10^{-1})$  eV,  $E_{rot} \approx (10^{-5}+10^{-3})$  eV. Vissos šios energijos yra kvantuojamos, t. y. gali būti vaizduojamos kaip diskretieji energijos lygmenys. Didžiausi skirtumai yra tarp *elektroninių* energijos lygmenų, mažesni – tarp *virpesinių*, dar mažesni – tarp *rotacinių*.

Dviatomės molekulės dviejų elektroninių, virpesinių ir rotacinių energijos lygmenų schema pavaizduota 360 pav. Molekulei pereinant iš vieno energijos lygmens į kitą išspinduliuojamas arba sugeriamas energijos kvantas –

$$h\nu = E_i - E_j \tag{41.58}$$

Dėl spindulinių šuolių tarp rotacinių energijos lygmenų susidaro *rotacinis molekulinis spektras*, kuriame labai arti esančios linijos susilieja į juostą. Juostiniai rotaciniai spektrai yra tolimoje infraraudonojoje srityje ( $\lambda_{rot} \approx (10^{-4}+10^{-3})$  m).

Kintant molekulės virpesių energijai kinta ir jos rotacijos energija. Dėl spindulinių šuolių tarp virpesinių energijos lygmenų ir kiekvieną virpesinį lygmenį atitinkančių rotacinių lygmenų susidaro juostiniai virpesiniai rotaciniai spektrai infraraudonojoje srityje.



360 pav. Dviatomės molekulės energijos lygmenų schema

41.3 lentelė

Molekulė	Struktūra, matmenys ( $10^{-10}$ m)	Inercijos momentas ( $10^{-47}$ kg m <sup>2</sup> )	Dipolinis momentas ( $10^{-31}$ C m)	Atomų virpesiai, jų dažnis ( $10^{13}$ s <sup>-1</sup> )
$\text{H}_2$	0,75	0,47	0	$\nu = 12,8$
$\text{O}_2$	1,20	19,0	0	$\nu = 4,7$
$\text{Cl}_2$	1,98	114	0	$\nu = 17$
$\text{HCl}$	1,28	2,7	3,4	$\nu = 8,3$
$\text{CO}_2$	1,15 1,15	70	0	$\nu_1 = 3,8$ $\nu_2 = 2,0$ $\nu_3 = 7,1$
$\text{H}_2\text{O}$	1,01 1,01 105°	1,0 1,9 3,0	6,0	$\nu_1 = 10,8$ $\nu_2 = 4,8$ $\nu_3 = 11,3$



Spinduliniai šuoliai tarp elektroninių ir juos atitinkančių rotacinių energijos lygmenų sudaro elektroninius juostinius spektrus regimojoje ir gretimose spektro srityse.

Išsamiai nagrinėjant medžiagų molekulinis spektrus galima nustatyti atomų išsidėstymą molekulėje, vidutinį atstumą tarp atomų, molekulių inercijos momentus ašies, statmenų atomus jungiančiai tiesei, atžvilgiu (žr. 9.2 poskyrį), dipolinius momentus (žr. 24.2 poskyrį), molekulių atomų virpesių kryptis ir dažnius skirtingomis kryptimis. Šie kai kurių molekulių parametrai pateikiami 41.3 lentelėje.

Pagal molekulinis spektrus galima atlikti oro ar vandens teršalų kokybinę ir kiekybinę analizę. Organinių medžiagų molekulinis spektrų tyrimai taikomi medicinoje, biologijoje, kriminalistikoje. Jei medžiaga lengvai suyra (disocijuoja) keliant temperatūrą, gaunami ne emisijos, o absorbcijos molekuliniai spektrai (juodos juostos išsininio spektro fone).

41.12 p a v y z d y s. Molekulių rotacinių energijos lygmenų skirtumai nusakomi lygtimi

$$\Delta E_{rot} = \frac{h^2}{4\pi^2 I} (J+1), \quad (a)$$

čia  $I$  – molekulių inercijos momentas simetrijos ašies, statmenos atomus jungiančiai tiesei, atžvilgiu;  $J = 0, 1, 2, \dots$  – lygmens, į kurį vyksta kvantinis šuolis, kvantinis skaičius (pagal  $J$  kvantuojama molekulių sukimosi kinetinė energija, atrankos taisyklė –  $\Delta J = 1$ ).

Laikykime, kad HCl molekulių rotacinio kvantinio šuolio iš pirmojo sužadintojo lygmens ( $J = 1$ ) į nesužadintą lygmenį ( $J = 0$ ) metu spinduliuojama kvanto energija lygi  $2,6 \times 10^{-3}$  eV. Raskime šios molekulių inercijos momentą.

Duota:  $\Delta E_{rot} = 2,6 \times 10^{-3}$  eV =  $4,2 \times 10^{-22}$  J.

Rasti:  $I$ .

Sprendimas. Iš (a) formulės gauname:

$$\Delta E_{rot} = \frac{h^2}{4\pi^2 I} \quad (b)$$

Iš (b) išreiškiame ir apskaičiuojame inercijos momentą:

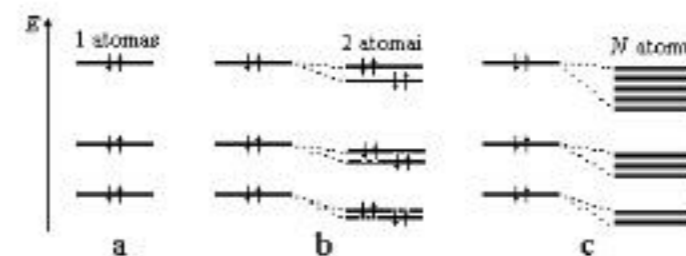
$$I = \frac{h^2}{4\pi^2 \Delta E_{rot}} = 2,7 \times 10^{-47} \text{ (kg m}^2\text{)}. \quad (c)$$

Iš (a) lygties matome, kad rotacinio spektro linijų dažnius nusako formulė  $\nu = \frac{\Delta E_{rot}}{h} = \frac{h}{4\pi^2 I} (J+1)$ , čia  $J = 0, 1, 2, \dots$ . Vadinasi,  $\nu_0 = \frac{h}{4\pi^2 I}$ ,  $\nu_1 = 2\nu_0$ ,  $\nu_2 = 3\nu_0, \dots$ . Tai reiškia, kad rotacinio spektro linijos išsidėsčiusios vienodais atstumais viena nuo kitos.

## 42. KIETOJO KŪNO TEORIJS ELEMENTAI

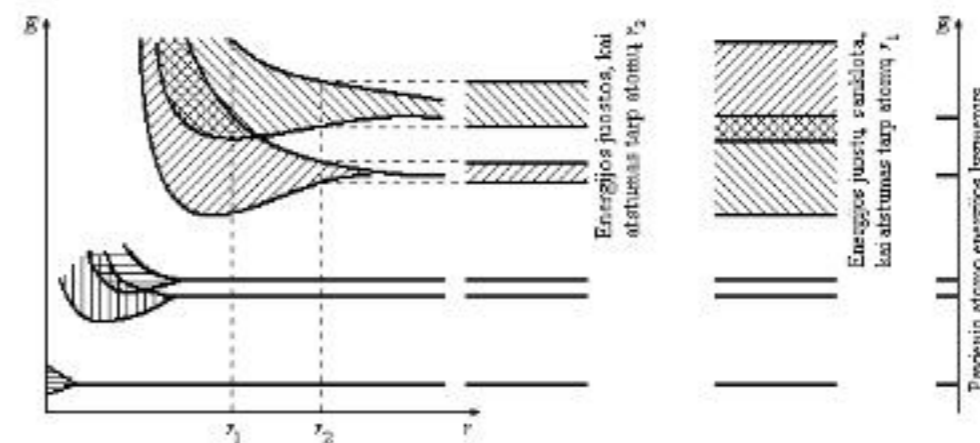
### 42.1. Energijos juostų susidarymas kietuosiuose kūnuose

Pavienių atomų energijos lygmenys yra diskretūs. Pagal Paulio principą (žr. 41.9 poskyrį) kiekviename lygmenyje, kurį nusako  $n$ ,  $l$ , ir  $m$  kvantiniai skaičiai, gali būti tik du priešingų sukinių ženklų elektronai (361 pav., a lygmenyse esančių elektronų sukinių pavaizduoti priešingų krypčių rodyklėmis). Atomai, susijungę į kietąjį kūną, pavyzdžiui, kristalą, veikia vieni kitų elektronus, ypač esančius išoriniuose sluoksniuose. Taip susidaro vientisa kvantinė mechaninė sistema, kuriai taip pat taikytinas Paulio principas.



361 pav. Energijos juostų susidarymo kietuosiuose kūnuose schema

Tarkime, susijungia du atomai. Paulio principas nepažeidžiamas, jei kiekvienas atomo lygmuo suskyla į du, kuriuose yra po du priešingų ženklų sukinių elektronus (361 pav., b). Jeigu susijungia  $N$  elektronų, jų diskretieji energijos lygmenys suskyla į  $N$  arti esančių<sup>1</sup> lygmenų, kurie susilieja į *leistinę energijos juostą* (361 pav., c, ir žr. 363 pav.).



362 pav. Energijos juostų pločio priklausomybė nuo atstumo tarp kietojo kūno atomų

Juostos, kurios susidaro skylant didesnės energijos lygmenims, t. y. atomų išoriniams sluoksniams, yra platesnės.

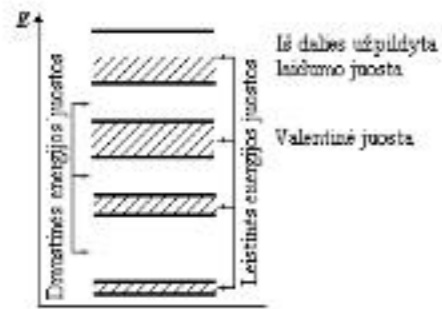
Juostos plotis didėja mažėjant vidutiniam atstumui tarp kietojo kūno atomų, todėl gali vykti juostų sanklota (362 pav.). Aukščiausioji juosta, kurioje yra elektronų, vadinama *valentine*. Virš jos esanti neužpildyta arba iš dalies užpildyta juosta vadinama *laidumo juosta*. Juostas skiriantys tarpai vadinami *draustinėmis energijos juostomis*.

<sup>1</sup> Nepamirškime, kad šiuo atveju turime mintyje ne erdvinę koordinatę, o energijos, kuria matuojami „atstumai“ tarp lygmenų, reikšmes. Kai atomų skaičius kietojo kūno tūrio vienetu yra apie  $10^{23} \text{ m}^{-3}$ , „atstumai“ tarp juostų sudarančių lygmenų esti  $(10^{-23} + 10^{-24}) \text{ eV}$  eilės.

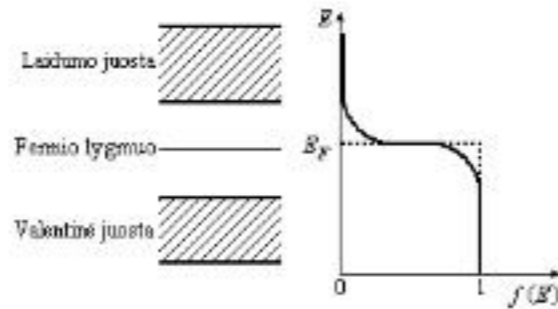
Metaluose *laisvųjų elektronų* (žr. 25.7 poskyrį) pasiskirstymą pagal energijas nusako *Fermio ir Dirako funkcija*:

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1} \quad (42.1)$$

čia  $f(E)$  –  $E$  energijos lygmens užpildymo tikimybė,  $E$  – elektrono energija,  $E_F$  – *Fermio lygmens* energija (žr. toliau),  $k$  – Bolcmano konstanta,  $T$  – absoliučioji temperatūra.



363 pav. Kietojo kūno energijos juostos



364 pav. Fermio ir Dirako funkcijos grafikas

Iš (42.1) lygties gauname, kad esant  $T=0$  elektronai užpildo visus lygmenis, kurių  $E < E_F$ , o lygmenys, kurių  $E > E_F$ , yra laisvi, t. y. elektronų neužpildyti. Taigi *Fermio lygmuo* – tai didžiausia energija, kurią gali turėti elektronas esant  $T=0$ . Esant  $T > 0$ , elektronų buvimo lygmenyse, kurių  $E < E_F$ , tikimybė yra didesnė nei buvimo lygmenyse, kurių  $E > E_F$ , tikimybė. 364 pav. pavaizduotas funkcijos  $f(E)$  grafikas, kai kristalų laidumo juosta yra laisva. Grafike Fermio ir Dirako funkcija atidėta abscisių, o energija – ordinačių ašyje. Punkturu pažymėtas Fermio ir Dirako funkcijos grafikas esant  $T=0$ . Skaičiavimai rodo, kad metaluose Fermio lygmens energija

$$E_F = \frac{h^2}{8m_e} \left( \frac{3n}{\pi} \right)^{2/3} \quad (42.2)$$

čia  $h$  – Planko konstanta,  $m_e$  – elektrono masė,  $n$  – laisvųjų elektronų koncentracija.

42.1 p a v y z d y s. Apskaičiuokime metalų Fermio lygmens energiją, laikydami, kad laisvųjų elektronų koncentracija  $n = 5,0 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ . Raskime didžiausią elektronų greitį esant absoliučiajai temperatūrai  $T = 0$ .

*Duota:*  $n = 5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}$ ,  $T = 0$ .

*Rasti:*  $v$ ,  $E_F$ .

*Sprendimas.* Pagal (42.2) metalų Fermio lygmens energija

$$E_F = \frac{h^2}{8m_e} \left( \frac{3n}{\pi} \right)^{2/3} = 7,9 \times 10^{-19} \text{ (J)} = 5,0 \text{ eV.} \quad (a)$$

Kadangi  $E_F = \frac{m_e v^2}{2}$  esant  $T = 0$ , didžiausias elektronų greitis

$$v = \sqrt{\frac{2E_F}{m_e}} = 1,3 \times 10^6 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \quad (b)$$

Palyginimui pažymėkime, kad idealiųjų dujų molekulių vidutiniai kvadratiniai greičiai būtų tokie (žr. 16.3 poskyrį), kai  $T \approx 3,7 \times 10^4 \text{ K}$ .

## 42.2. Metalai ir dielektrikai juostinės teorijos požiūriu

### 1) Metalai (laidininkai). Superlaidininkai

Pagal juostinę teoriją metalais (laidininkais) laikomos medžiagos, kurių laidumo juostoje yra elektronų (laidumo juosta iš dalies užpildyta) net esant  $T = 0$ . Jei metale sudaromas elektrinis laukas, laidumo juostoje esantys elektronai pereina į laisvuosius aukštesnius šios zonos lygmenis, įgyja kryptingo judėjimo kinetinę energiją ir sukuria elektros srovę.

Kvantinės mechanikos požiūriu laisvųjų elektronų judėjimą galima vaizduoti kaip elektronų de Broilio bangų (žr. 41.1 poskyrį) sklaidimą. Atstumai tarp metalo idealiosios kristalinės gardelės mazgų (jonų) yra daug mažesni už elektronų de Broilio bangų ilgius, todėl tokia gardelė neturėtų elektrinės varžos. Realiosios kristalinės gardelės mazgų išsidėstymas nėra griežtai periodiškas dėl gardelės defektų ir jonų šiluminių virpesių, todėl vyksta de Broilio bangų sklaida. Normaliosios būsenos (toli nuo absoliučiojo nulio) metalai turi elektrinę varžą. Metalų *savitojo elektrinio laidumo* išraiška formaliai sutampa su klasikine (žr. (25.50) formulę), bet keli dydžiai turi kitokią fizikinę prasmę:

$$\gamma = \frac{ne^2 \lambda_F}{m_e v_F} \quad (42.3)$$

čia  $n$  – laidumo juostos elektronų koncentracija,  $e$  – elektrono krūvis,  $\lambda_F = \frac{Ed}{\pi n k T}$  – nuo de Broilio bangų sklaidos priklausantis dydis ( $E$  – kristalinės gardelės Jungo modulis (žr. 8.6 poskyrį),  $d$  – gardelės periodas,  $k$  – Bolcmano konstanta,  $T$  – absoliučioji temperatūra),  $m_e$  – elektrono masė,  $v_F$  – elektrono, kurio energija lygi Fermio lygmens energijai, greitis.

Įrašę  $\lambda_F$  reikšmę į (42.3) gauname savitojo elektrinio laidumo išraišką:

$$\gamma = \frac{e^2 E d}{\pi m_e v_F k T} \quad (42.4)$$

iš čia *savitoji varža*

$$\rho = \frac{\pi m_e v_F k T}{e^2 E d} \quad (42.5)$$

Gauta formulė rodo, kad metalų savitoji varža tiesiog proporcinga absoliučiajai temperatūrai. Tai sutampa su eksperimentų išvadomis (žr. 25.3 poskyrį, 194 pav.), kai  $T$  artima kambario temperatūrai (klasikinėje teorijoje gaunama, kad  $\rho \sim \sqrt{T}$ , tai yra vienas iš šios teorijos trūkumų, žr. 25.11 poskyrį).

Kvantinė teorija paaiškina *superlaidumo* reiškinį, kai pasiekus tam tikrą labai mažą temperatūrą (ji vadinama kritine –  $T_{kr}$ ) kai kurių metalų (pavyzdžiui, Al, Cd, In, Pb, Os), jų junginių ir puslaidininkių (žr. 42.3 poskyrį) varža beveik išnyksta. Tokios medžiagos vadinamos *superlaidininkais*. Kaip rodo rentgeninė struktūros analizė, superlaidumo būsenos metalų kristalinė gardelė išlieka tokia pati. Metalų mechaninės ir optinės savybės (regimojoje ir infraraudonojoje spektro srityse) nepakinta, bet iš esmės kinta magnetinės savybės, šuoliškai sumažėja šiluminė talpa ir šilumos laidumo koeficientas.

Žinoma daugiau nei 500 metalų ir jų lydinių, turinčių superlaidumo savybę (didžiausioji  $T_{kr} = 23,2 \text{ K}$ ). 1986 m. atrasta naujoji keraminių medžiagų superlaidininkų klasė – *aukštatempertūriai superlaidininkai*, kurių didžiausioji  $T_{kr} = 90 \text{ K}$ .

Nors gauti ir palaikyti labai žemą temperatūrą techniniu požiūriu yra sudėtinga, superlaidumas moksle, technikoje ir technologijoje taikomas vis daugiau. Pavyzdžiui, elektros magnetais gaunami 10 T indukcijos magnetiniai laukai beveik be elektros energijos nuostolių superlaidžiose apvijose.

Sukurtas superlaidus kabelis, kuriuo galima tiekti  $4 \times 10^{12} \text{ W}$  galios kintamąją elektros srovę. Naudojant superlaidžiuosius elementus sukonstruotas elektroninis informacijos apdorojimo ir



įsiminimo įrenginys (*kriotronas*), kurio milžiniška veikimo sparta –  $10^{-11}$  s ir nykstamai maža persijungimo energija – tik  $10^{-18}$  J.

Įvairūs elektriniai dydžiai lengvai verčiami magnetiniu srautu. Superlaidumu grindžiamas labai silpnais magnetiniams srautams matuoti skirtos prietaiso *SQUID* (*Superconducting Quantum Interference Device*) veikimas. Šiuo prietaisu matuojamos ypač mažos elektrinių ir magnetinių dydžių reikšmės (pavyzdžiui, iki  $10^{-15}$  T magnetinio lauko indukcija). Tai leidžia matuoti diagnostikai svarbius žmogaus širdies ir smegenų magnetinius laukus.

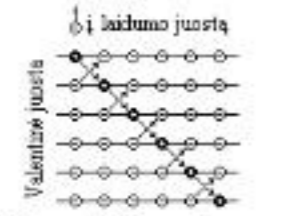
Perspektyvoje elektromagnetai su superlaidžiosiomis apvijomis leis sukurti transportą, kuris judės virš bėgių neliesdamas jų, tarsi ant „magnetinės pagalvės“.

2) Dielektrikai

Elektrinės dielektrikų savybės išnagrinėtos 24.3–24.5 poskyriuose. Juostinės teorijos požiūriu dielektrikų laidumo juosta, kurioje nėra elektronų, atskirta nuo valentinės palyginti plačia ( $\Delta E_g \geq (3-5)$  eV) draustine energijos juosta. Šiluminio elektronų judėjimo energijos neužtenka peršokti per draustinę juostą į laidumo, todėl dielektrikai nepraleidžia elektros srovės. Labai stipriuose elektros laukuose elektronai gali įgyti pakankamos energijos draustinei juostai nugalėti, tada įvyksta dielektriko *pramušimas* (žr. 24.4 poskyrį, 24.1 lentelę). Dielektrikai taikomi kaip elektros izoliacinė medžiaga, kondensatoriuose, optikoje (filtra), įvairiuose jutikliuose (žr. 24.10 poskyrį).

42.3. Puslaidininkių juostinės teorijos esmė

Puslaidininkių savitoji varža yra didesnė už metalų, mažesnė už dielektrikų ir kinta plačiuose režiuose:  $\rho = (10^{-5} - 10^{-8}) \Omega \cdot m$ . Pagal juostinę teoriją puslaidininkiai skiriasi nuo dielektrikų siauresne draustine energijos juosta (apytikriai  $\Delta E_g \geq (1-3)$  eV). Puslaidininkių elektrinės savybės lemia tai, kad palyginti nestiprūs išoriniai veiksniai (elektrinis laukas, temperatūros padidėjimas, apšvietimas) leidžia elektronams pereiti į laidumo juostą ir tapti krūvininkais (žr. 23.1 poskyrį).



365 pav. Skylių susidarymo valentinėje juostoje schema

*Grynųjų puslaidininkių* laidumas atsiranda, kai dėl išorinių veiksnių elektronai pereina iš valentinės juostos į laidumo (*savasis laidumas*). Tokiais puslaidininkiais gali būti ir chemiškai gryni elementai (pavyzdžiui, B, C, P, S, Ge, As), ir junginiai (oksidai, sulfidai, telūridai). Laidumo juostos elektronai lemia puslaidininkių *elektroninį*, arba *n tipo, laidumą*. Elektronams perėjus į laidumo juostą, valentinės juostos energijos lygmenyse lieka neužpildytų vietų. Jos vadinamos *skylėmis*. Į tokių lygmenį iš gretimo lygmens pereina papildomos energijos įgijęs elektronas, o jo vietoje atsiranda skylė. Vadinasi, skylių elgsena tarsi teigiamųjų krūvininkų (365 pav.). Iš esmės skylės judėjimas yra patogus valentinės juostos elektronų energijos kitimo įvaizdis. Skylių kuriamas laidumas vadinamas *skyliniu*, arba *p tipo, laidumu*. Elektronų skaičius laidumo juostoje lygus skylių skaičiui valentinėje juostoje. Taigi grynųjų puslaidininkių laidumą lemia elektronų ir skylių judėjimas. Šių krūvininkų koncentracija greitai didėja, o puslaidininkių savitasis laidumas eksponentiškai didėja temperatūrai kylant:

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\Delta E_g / 2kT} \tag{42.6}$$

čia  $\gamma_0$  – tam tikram puslaidininkii būdingas dydis,  $\Delta E_g$  – draustinės energijos juostos plotis,

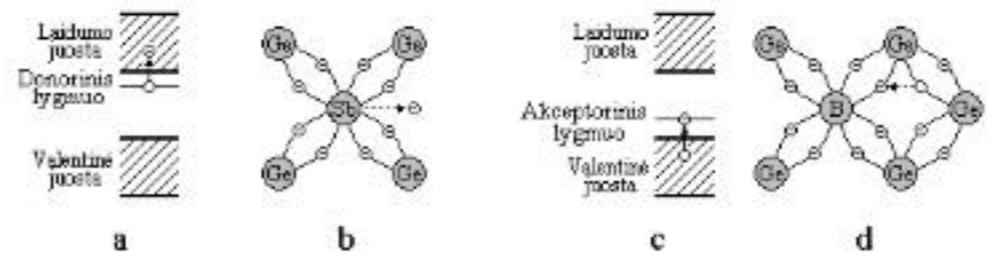
$k = 1,38 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$  – Bolcmano konstanta,  $T$  – absoliučioji temperatūra.

Akivaizdu, kad puslaidininkių savitoji varža išreiškiama taip:

$$\rho = \frac{1}{\gamma} = \rho_0 e^{\Delta E_g / 2kT} \tag{42.7}$$

*Priemaišinių puslaidininkių* laidumą (*priemaišinį laidumą*) lemia priemaišos (kristalinės gardelės mazguose esantys pašalinių elementų atomai arba jonai, gardelės defektai). Dėl priemaišų draustinėje energijos juostoje atsiranda papildomų energijos lygmenų.

Jei iš priemaišos atsiranda papildomas elektronas, papildomas *donorinis lygmuo* susidaro arti laidumo juostos, ir priemaiša vadinama *donorine* (367 pav., a). Iš donorinio lygmens elektronas lengvai pereina į laidumo juostą. Taip susidaro *n tipo priemaišinis laidumas*. Pavyzdžiui, jeigu keturvalenčio germanio kristale vienas atomas pakeistas penkiavalenčiu stibiu, keturi valentiniai stibio elektronai sudaro kovalentinius ryšius su keturiais germanio atomais, o penktas „laisvasis“ elektronas lengvai tampa krūvininku. Tai atsitinka todėl, kad germanio draustinės energijos juostos plotis 0,65 eV, o stibio atomo sudaromas donorinis lygmuo yra tik 0,01 eV „žemiau“ laidumo juostos (367 pav., b; 367 pav. schemose mastelio nesilaikoma).



367 pav. Donorinis lygmuo (a) ir jo atsiradimo schema (b), akceptorinis lygmuo (c) ir jo atsiradimo schema (d)

*Akceptorinės priemaišos* draustinėje energijos juostoje arti valentinės juostos sudaro *akceptorinį lygmenį*. Į jį pereina elektronas iš valentinės juostos, kurioje susidaro skylė (367 pav., c). Taip atsiranda *skylinis (p tipo) priemaišinis laidumas*. Pavyzdžiui, jeigu keturvalenčio germanio kristale vienas atomas pakeistas trivalenčiu boru, jo atomas gali sudaryti kovalentinius ryšius su keturiais germanio atomais tik „pasisavinęs“ vieną elektroną iš gretimo germanio atomo. Šiame atome atsiranda teigiamoji skylė, kurią gali užpildyti kito germanio atomo elektronas ir t. t. (367 pav., d). Skylė tampa teigiamuoju krūvininku. Boro sudaromas akceptorinis lygmuo yra vos 0,01 eV „aukščiau“ valentinės juostos.

Puslaidininkiai labai plačiai taikomi įvairiose mokslo ir technikos srityse. Paminėsime tik keletą pavyzdžių.

Vienarūšių puslaidininkių varžos kitimo priklausomumas nuo išorinių veiksnių leidžia gaminti įvairius prietaisus ir labai jautrius jutiklius: temperatūros (termistoriai), šviesos (optiniai filtrai, fotorezistoriai), elektrinio ir magnetinio laukų (Holo jutikliai), slėgio.

Skirtingų puslaidininkių ir puslaidininkių bei metalų deriniai taikomi gaminant puslaidininkinius prietaisus, kurie naudojami visose pramonės šakose, medicinoje, buityje, gamyboje (diodai, tranzistoriai, srovės lygintuvai, fotodiodai, fotoelementai, superaukšto dažnio generatoriai ir stiprintuvai, elementariųjų dalelių detektoriai).

Puslaidininkiai plačiai naudojami kuriant integralines mikroschemas – miniatiūras elektronines schemas (pavyzdžiui, šiuolaikiniame kelių kubinių centimetrų tūrio mikroprocesoriuje yra 8 milijonai tranzistorių).

Tam tikri puslaidininkių deriniai (puslaidininkiniai *šviestukai*) gali skleisti šviesą (regimąją ir ultravioletinę), jei jais teka elektros srovė. Šviestukai taikomi apšvietimui, didelio ryškio šviesoforuose, švieslentėse, tarp jų – ir rodančiose judančius vaizdus (viena tokių švieslenčių sumontuota virš Vilniaus Operos ir baletų teatro).

Sukurta lazerių, kurių veikioji medžiaga yra puslaidininkiai (žr. 43.2 poskyrį).

Ekologiniu požiūriu svarbios yra saulės baterijos. Jos sudaromos iš didelio skaičiaus nuosekliai sujungtų *n* ir *p* puslaidininkių sandūrų. Baterijas švitinant, *np* sandūroje susidaro potencialų skirtumas, kuris uždaroje grandinėje sukelia srovę. Tokios baterijos Saulės šviesos energiją tiesiogiai verčia elektros energija. Pavyzdžiui, vienas baterijos silicio 15 % naudingumo



koeficiento elementas sukuria 0,5 V įtampą. Saulės baterijos yra pagrindinis kosminių stočių energijos šaltinis. Japonija planuoja sukonstruoti ir paleisti į orbitą Žemės palydovą su saulės baterijomis ir jų „gaminamą“ energiją perduoti į Žemę mikrobanginio spektro ruožo spinduliuote.

Atrastas priemaišinis puslaidininkis (nikelis + indžio-tantalo oksidas), kurio draustinės energijos juostos plotis tiek mažas, kad elektronai iš valentinės juostos pereina į laidumo veikiant regimosios šviesos kvantams. Šios medžiagos pagrindu sukurtas katalizatorius, kuris Saulės šviesai veikiant gali išskirti iš vandens vandenilį ir deguonį. Vandeniliui degant išsiskiria didelė energija, o degimo produktas – vanduo yra absoliučiai ekologiškas.

42.2 p a v y z d y s. Kiek kartų pakinta silicio (puslaidininkio) savitoji varža temperatūrai padidėjus nuo 15 °C iki 45 °C? Silicio draustinės energijos juostos plotis  $\Delta E_g = 1,1$  eV.

Duota:  $T_1 = 288$  K,  $T_2 = 318$  K,  $\Delta E_g = 1,1$  eV =  $1,76 \times 10^{-19}$  J.

Rasti:  $\frac{\gamma_2}{\gamma_1}$ .

Sprendimas. Taikydami (42.6) formulę, gauname:

$$\frac{\gamma_2}{\gamma_1} = e^{\frac{\Delta E_g}{2k} \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right)} = 8,08. \quad (a)$$

Matome, kad silicio laidumas sparčiai didėja temperatūrai kylant.

42.3 p a v y z d y s. Tarkime, išmatuotas puslaidininkio savitasis laidumas esant skirtingoms temperatūroms (1 lentelė).

1 lentelė

T (K)	550	600	650	700	750	800	850	970
$\gamma$ ( $\Omega^{-1}\text{m}$ )	6,2	16,7	52,6	71,4	138,9	158,7	303,0	544,6

Parodykite, kaip pagal puslaidininkio savitojo laidumo priklausomybės nuo temperatūros grafiką galima rasti šio puslaidininkio draustinės energijos juostos plotį  $\Delta E_g$  ir dydį  $\gamma_0$ .

Sprendimas. (42.6) lygtį rašome dviem atvejais – kai temperatūros yra  $T_1$  bei  $T_2$ , ir gautas išraiškas logaritmuojame:

$$\ln \gamma_1 = \ln \gamma_0 - \frac{\Delta E_g}{2kT_1}, \quad (a)$$

$$\ln \gamma_2 = \ln \gamma_0 - \frac{\Delta E_g}{2kT_2}. \quad (b)$$

Matome, kad  $\ln \gamma$  tiesiškai mažėja didėjant temperatūrai atvirkščiam dydžiui, nes  $\ln \gamma_0$  yra pastovus.

Iš (a) atimame (b):

$$\ln \gamma_1 - \ln \gamma_2 = \frac{\Delta E_g}{2k} \left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right). \quad (c)$$

Iš (c) gauname tokią puslaidininkio draustinės energijos juostos pločio išraišką:

$$\Delta E_g = 2k \frac{\ln \gamma_1 - \ln \gamma_2}{\left( \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right)} = 2k \frac{\Delta(\ln \gamma)}{\Delta\left(\frac{1}{T}\right)}. \quad (d)$$

Iš 2 lentelės duomenų apskaičiuojame  $\frac{1}{T_i}$  reikšmes ir jas atitinkančius  $\ln \gamma_i$ .

2 lentelė

$T^{-1} (10^{-3} \text{K}^{-1})$	1,82	1,67	1,54	1,43	1,33	1,25	1,18	1,03
$\ln \gamma$	1,82	2,82	3,96	4,27	4,93	5,07	5,71	6,30

Pagal 2 lentelės duomenis sudarome grafiką  $\ln \gamma = f\left(\frac{1}{T}\right)$  ir per grafiko taškus mažiausiųjų kvadratų metodu brėžiame tiesę (368 pav.). Iš grafiko akivaizdžiai matyti, kad puslaidininkio savitasis laidumas didėja mažėjant  $\frac{1}{T}$ , t. y. didėjant absoliučiajai temperatūrai  $T$ .

Išmatavę  $\Delta(\ln \gamma)$  ir  $\Delta\left(\frac{1}{T}\right)$ , pagal (d) lygtį apskaičiuojame puslaidininkio draustinės energijos juostos plotį:

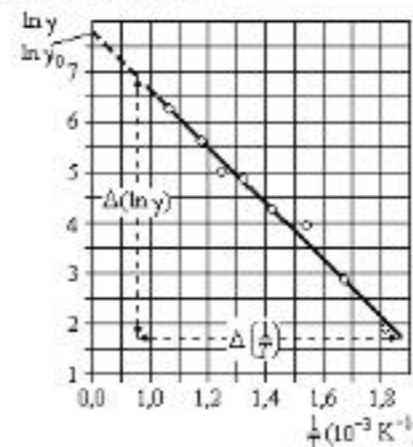
$$\Delta E_g = 1,49 \times 10^{-19} \text{ (J)} = 0,93 \text{ eV}. \quad (e)$$

Jeigu (a) lygtyje absoliučioji temperatūra  $T \rightarrow \infty$ , t. y.  $\frac{1}{T} \rightarrow 0$ , tai  $\ln \gamma \rightarrow \ln \gamma_0$ . Vadinasi,  $\ln \gamma_0$

galima rasti, ekstrapoliuojant gautąją tiesę (368 pav. grafike punktyrinė linija) ir nustatant grafiko susikirtimo su ordinačių ašimi tašką (ordinačių ašis turi kirsti abscisų ašį taške  $\frac{1}{T} = 0$ ). Nagrinėjamu atveju

$$\ln \gamma_0 \approx 7,8, \quad \gamma_0 \approx 2400 \Omega^{-1}\text{m}^{-1}.$$

Iš esmės  $\Delta E_g$  ir  $\ln \gamma_0$  galima apskaičiuoti turint tik po dvi  $\ln \gamma$  ir  $T$  reikšmes, tačiau taikydami mažiausiųjų kvadratų metodą didesniai duomenų skaičiui gauname tikslesnį atsakymą.



368 pav. Pusalaidininkio draustinės energijos juostos pločio  $\Delta E_g$  ir  $\gamma_0$  skaičiavimo būdas

### 43. LAZERIAI (OPTINIAI KVANTINIAI GENERATORIAI)

#### 43.1. Savaiminis ir priverstinis spinduliavimas

40.1 ir 41.6 poskyriuose buvo aptartas atomų energijos spinduliavimo ir sugerties mechanizmas. Atomams pereinant iš aukštesniųjų energijos lygmenų (t. y. iš atomų sužadintosios būsenos) į žemesnius išspinduliuojami energijos kvantai. Šis spinduliavimas (*savaiminis*, arba *spontaninis*) priklauso tik nuo sužadintųjų atomų koncentracijos. Elektronams pereinant iš žemesniojo energijos lygmens į aukštesnįjį sugeriamas energijos kvantas. Sugertis priklauso ir nuo atomų būsenos, ir nuo sugeriamos spinduliuotės spektrinio tankio. Einšteinas parodė, kad termodinaminė pusiausvyra tarp medžiagos ir jos spinduliuojamos bei sugeriamos energijos galima tik tuo atveju, jeigu egzistuoja nuo sugeriamos spinduliuotės spektrinio tankio priklausantis spinduliavimas. Toks spinduliavimas vadinamas *priverstiniu*, arba *indukuotuoju*. Šio būdu gaunamos *priverstinės spinduliuotės* dažnis, fazė, poliarizacija, sklaidimo kryptis sutampa su šia spinduliuotę sukeliančių elektromagnetinių bangų charakteristikomis. Taigi priverstinė ir ją indukavusi spinduliuotės yra *koherentinės*. Indukuotieji fotonai savo ruožtu sukelia naujų fotonų spinduliavimą. Terpė, kurioje vyksta priverstinis spinduliavimas, vadinama *veikliąja*. Tokioje terpėje pranciančios šviesos intensyvumas padidėja, nes generuojama daugiau šviesos nei sugerama (žr. 33.3 poskyrį). Laikytina, kad aktyviojoje terpėje vyksta *neigiamoji sugertis*, kurią nusako dėsnis

$$I(x) = I_0 e^{\alpha x}, \quad (43.1)$$

čia  $I_0$  – krintančios,  $I$  –  $x$  storio aktyviosios medžiagos sluoksnį perėjusios (sustiprintos) šviesos intensyvumas,  $\alpha > 0$  – *stiprinimo koeficientas*.

Termodinaminės būsenos sistemos atomų pasiskirstymą pagal energijas nusako *Bolcmano dėsnis*:

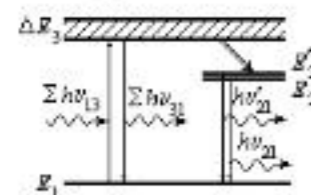
$$N_i = C e^{-\epsilon_i / kT}, \quad (43.2)$$

čia  $N_i$  – atomų, kurių būsenos energija  $\epsilon_i$ , skaičius;  $C$  – normavimo konstanta,  $k$  – Bolcmano konstanta,  $T$  – absoliučioji temperatūra.

Iš Bolcmano dėsnio gauname, kad kuo didesnės energijos būseną, tuo mažiau yra šios būsenos atomų. Tokioje sistemoje daugiau šviesos sugerama nei generuojama. Lazerio *veiklojoje medžiagoje* sukuriamą energijos lygmenų užpildymo *apgėža*, kai didesnės energijos būsenos atomų skaičius yra didesnis už mažesnės. Būtent šis principas įgyvendinamas kuriant *lazerius*<sup>1</sup> – optinius kvantinius generatorius, sklaidžiančius optinio (ultravioletinio, regimojo ir infraraudonojo) diapazono šviesą, ir *mazerius*<sup>2</sup>, sklaidžiančius centimetrines elektromagnetines bangas. Veikloji medžiaga gali būti kietoji, skystoji ir dujinė.

#### 43.2. Lazerių veikimas ir taikymas

Išnagrinėjime 1960 m. sukonstruoto pirmojo lazerio veikimą. Šio lazerio veikloji medžiaga yra rubino ( $Al_2O_3$ ) kristalas, kuriame nedidelė aliuminio



369 pav.  $Cr^{3+}$  energijos lygmenų ir šuolių tarp jų schema

atomų dalis pakeista chromo jonais ( $Cr^{3+}$ ). Kristalas intensyviai švitinamas impulsine ksenono lempa, sklaidžiančia žaliąją šviesą. Šios šviesos gana plataus energijos ruožo kvantai  $\Sigma hv_{13}$  perkelia  $Cr^{3+}$  elektronus iš pagrindinės būsenos (lygmuo  $E_1$ ) į energijos juostą  $\Delta E_3$  (369 pav.). Dalis atomų savaime grįžta į  $E_1$  lygmenį, spinduliuodami kvantus  $\Sigma hv_{21}$ , atitinkančius šuolius tarp  $\Delta E_3$  ir  $E_1$ , o dauguma peršoka į du

arti esančius lygmenis –  $E_2$  bei  $E'_2$ , nespinduliuodami šviesos kvantų (šiuo energija virsta kristalo vidine energija).  $E_2$  bei  $E'_2$  lygmenyse atomas išbūna  $\sim 10^{-3}$  s. Ši būseną yra *metastabili* (santykinai stabili), nes jos trukmė maždaug  $10^5$  kartų didesnė už įprastinę sužadintosios būsenos trukmę, todėl chromo jonų  $E_2$  bei  $E'_2$  lygmenyse susikaupia daugiau nei  $E_1$  lygmenyje (šis vyksmas vadinamas *kaupinimu*). Spindulinis šuolis tarp  $E_2$  ir  $E_1$  bei  $E'_2$  ir  $E_1$  lygmenų yra draustinis, t. y. jo tikimybė maža (žr. 41.10 poskyrį), tačiau esant priverstiniam spinduliavimui tikimybė daug didesnė. Vykstant šuoliams tarp  $E_2$  ir  $E_1$  bei  $E'_2$  ir  $E_1$  lygmenų spinduliuojami panašių energijų kvantai  $h\nu_{31}$  ir  $h\nu'_{31}$  (spinduliuojamos raudonosios linijos  $\lambda_{31} = 6,943 \times 10^{-7}$  m ir  $\lambda'_{31} = 6,927 \times 10^{-7}$  m).



370 pav. Spinduliuotės stiprinimas lazerio rubino kristale

Vienas rubino kristalo skersgalis yra veidrodinis, kitas – iš dalies skaidrus (atspindžio koeficientas  $\rho = 0,95$ ) veidrodis (370 pav.). Įvykus atsitiktiniam savaiminiam šuoliui tarp  $E_2$  ir  $E_1$  bei  $E'_2$  ir  $E_1$  lygmenų, atsiradęs fotonas sukelia identiškų fotonų priverstinį spinduliavimą, atsiranda nauji fotonai. Taip susidaro fotonų grūtis. Dalis fotonų išlekia pro šoninį kristalo paviršių, o išilgai kristalo sklindantys fotonai daug kartų atsispindi nuo veidrodžių ir per labai trumpą laiką sukuria galingą šviesos impulsą pro iš dalies veidrodinį rubino kristalo galą (370 pav.). Toks lazeris veikia impulsiniu režimu. Yra ir tolydžiai spinduliuojančių lazerių, pavyzdžiui, dujų lazeris,

kurio veikloji medžiaga – helio ir neono mišinys.

Svarbiausios lazerių spinduliuotės savybės:

a) labai dideli koherentiškumo trukmė ir nuotolis ( $\tau_{L_{\text{tol}}} \approx 10^{-3}$  s,  $L_{\text{tol}}$  yra  $10^5$  m eilės, žr.

31.1 poskyrį);

b) didelis spinduliuotės monochromatiškumas (žr. 31.2 pavyzdį);

c) didelė spinduliuotės galia (žr. 43.1 pavyzdį);

d) lazerio spindulys plinta labai siauru erdviu kampu, ir dėl didelio monochromatiškumo jį galima sufokusuoti į kelių mikrometrų spindulio plotą.

Šios savybės laiduoja labai platų lazerių taikymą įvairiausiose mokslo, technikos, technologijos srityse.

Sufokusuoto lazerio spindulio intensyvumas (žr. 29.7 poskyrį) siekia  $10^{21} \frac{W}{m^2}$ , o atliekant

specialius eksperimentus – net  $10^{25} \frac{W}{m^2}$ . Galingo lazerio spindulio kritimo vietoje medžiaga

virsta  $\sim 10^7$  K temperatūros plazma. Tikimasi, kad joje pavyks įvykdyti valdomąją termobranduolinės sintezės reakciją (žr. 44.20 poskyrį). Mažesnės galios lazeriais galima apdirbti, pjaustyti, virinti net mechaniškai labai atsparias ir sunkiai lydomas medžiagas (pavyzdžiui, gręžti deimantus).

Labai tiksliais lazeriniais prietaisais atliekami įvairūs matavimai (metrologija) (pavyzdžiui, lazeriniais interferometrais (žr. 31.5 poskyrį) galima matuoti poslinkius  $10^{-9}$  m tikslumu).

Lazeriniais lokatoriais matuojama įvairių atmosferos sluoksnių užterštumas, oro masių greitis, temperatūra, cheminė sudėtis. Lazerinis atmosferos tyrimas pagrįstas perėjusio, atspindėto arba išsklaidyto lazerio spindulio analize.

Lazerinės lokacijos metodais buvo patikslinti Merkurijaus, Veneros, Mėnulio judėjimo parametrai.

Miniatiūriniais puslaidinikiniais lazeriais informacija užrašoma į kompaktinius diskus ir nuskaitoma nuo jų. CD grotuvuose taikomi lazeriai sklaidžia 780 nm bangos ilgio šviesą (iš

<sup>1</sup> Terminas kilęs iš angliško pavadinimo santrumpės (*laser* – *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, šviesos stiprinimas indukuotuoju spinduliavimu).

<sup>2</sup> *Maser* – *Microwave Amplification by Stimulated Emission of Radiation* (mikrobangų stiprinimas indukuotuoju spinduliavimu).

esmės tai atitinka regimosios ir infraraudonosios spektro sričių ribą), DVD grotuvuose – 650 nm (raudona šviesa) arba 405 nm (mėlyna šviesa).

Lietuvos fizikams bendradarbiaujant su Vokietijos, Prancūzijos ir Suomijos mokslininkais sukurtas lazerinio fluorosensoriaus (prietaiso, matuojančio nešiluminį kūnų švytėjimą) variantas. Šiuo lazeriu galima automatizuoti jūros pakrantėje (uostuose, šalia naftos terminalų) išsiliejusios naftos paiešką.

Lazeriai taikomi daugelyje medicinos sričių – chirurgijoje (lazerio spindulys yra absoliučiai sterilus ir dėl kraujo koaguliacijos sukelia mažesnę kraujavimą, palyginti su skalpeliu), terapijoje (pavyzdžiui, sklerotinėms plokštelėms garinti, navikinėms ląstelėms naikinti, eduonies pažeistiems audiniams šalinti), oftalmologijoje (pavyzdžiui, akies tinklainėi prie dugno pritvirtinti), refleksoterapijoje (biologiškai aktyviems kūno taškams žadinti) ir kt.

Kai kurių lazerių tipų pagrindinės charakteristikos ir taikymo sritys pateikiamos 43 lentelėje.

43 lentelė

Lazerio tipas	Šviesos bangos ilgis (nm)	Darbo režimas, impulso trukmė <sup>1</sup> (ns)	Galia <sup>1</sup> (W)	Taikymo sritys
Rubino	692,7 ir 694,3	impulsinis, 30÷3×10 <sup>5</sup>	10 <sup>3</sup> ÷10 <sup>9</sup>	technologijos, medžiagų apdirbimas, virinimas, biologija
Stiklo su neodimiu (Nd)	1 060	nuolatinis arba impulsinis, 15	10 <sup>5</sup> ÷10 <sup>10</sup>	nuotoliniai ryšiai, lokacija
Puslaidininkinis (GaAs)	830÷910	nuolatinis arba impulsinis, 10 <sup>7</sup>	0,1÷10÷50	nuotoliniai ryšiai
Dujinis (He-Ne)	632,8	nuolatinis	10 <sup>-3</sup> ÷5×10 <sup>-2</sup>	metrologija, interferometrija, holografija, geodezija
Dujinis (CO <sub>2</sub> )	10 580	nuolatinis arba impulsinis, 10 <sup>2</sup> ÷5×10 <sup>4</sup>	5÷100÷10÷10 <sup>4</sup>	metalų apdirbimas, medicina, lokacija, izotopų atskyrimas

Pažymėtina, kad intensyvi lazerių infraraudonoji ir regimoji spinduliuotė gali pažeisti odą ir ypač – akies tinklainę. Galimi akies pažeidimai dėl lazerio spinduliuotės priklauso nuo spinduliuojamos šviesos kvantų energijos: (100÷400) nm bangų ilgio šviesa sukelia ragenos uždegimą, kataraktą (lęšiuko padrumzlėjimą), (400÷1400) nm – terminius ir fotocheminius ragenos pakenkimus. Ilgai veikiant lazerio spinduliams, be minėtų pažeidimų, gali pablogėti adaptacija tamsoje, refrakcija, susiaurėti akiplotis.

Galingo lazerio impulso garsinis efektas gali sukelti akustinius ausų pažeidimus. Dėl odą veikiančių nedidelio intensyvumo lazerio spindulių gali atsirasti (dažniausiai, laikinai) funkcinę centrinės nervų sistemos, širdies ir kraujagyslių, endokrininės sistemos pažeidimų.

Darbo saugos požiūriu infraraudonoji lazerių spinduliuotė (pavyzdžiui, galingų CO<sub>2</sub> lazerių, 43 lentelė) pavojinga dar ir tuo, kad yra nematoma.

Naujas informacijos išsaugojimo būdas siejamas su 32.6 poskyryje aptarta holografija, kuri remiasi lazerio spindulių interferencija.

Nuotolinių ryšių sistemose taikomų lazerių skleidžiamame optiniame elektromagnetinių bangų diapazone (artimoji infraraudonoji spektro sritis) galima „sutaipinti“ apie šimtą milijonų telefoninių arba šimtą tūkstančių televizijos informacinių kanalų (radijo bangų diapazono šie skaičiai tūkstantį kartų mažesni).

<sup>1</sup> Duomenys orientaciniai, priklauso nuo lazerio techninių charakteristikų. Pabrėžiama, kad didelės galios reikšmės gaunamos dėl labai mažos impulso trukmės (žr. 43.1 pavyzdį). Palyginimui – bendra JAV gaunamos elektros energijos galia – ~10<sup>12</sup> W.

43.1 p a v y z d y s. Anglijoje, Oksforde, ruošiamasi paleisti lazerį, kurio impulso trukmė  $t = 10^{-12}$  s, impulso energija  $E = 100$  J. Raskime šio lazerio galią.

Sprendimas: Impulso galia –

$$W = \frac{E}{t} = 10^{14} \text{ (W)}. \quad (a)$$

Šio lazerio veikioji medžiaga yra stiklas su neodimiu, o kaupinimo procesui vykdyti taikomas kitas, mažesnės galios, lazeris.

43.2 p a v y z d y s. Rubino lazerio impulsas yra sudėtingos struktūros, jis susideda iš daug trumpų impulsų, kurių trukmę specialiaisiais metodais galima sumažinti iki  $t = 9,5 \times 10^{-10}$  s. Laikydami, kad vieno tokio impulso metu išspinduliuojama energija  $E = 0,050$  J, o rubino kristalo skersgalio, kartu ir apšviečiamo paviršiaus, plotas  $S = 1,1 \text{ cm}^2$ , įvertinkime impulso galią ir impulso šviesos slėgį į absoliučiai juodą ( $\rho = 0$ ) paviršių.

Duota:  $t = 9,5 \times 10^{-10}$  s,  $E = 0,050$  J,  $S = 1,1 \text{ cm}^2 = 1,1 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ ,  $\rho = 0$ .

Rasti:  $W$ ,  $p$ .

Sprendimas. Impulso galia –

$$W = \frac{E}{t} = 5,3 \times 10^7 \text{ (W)}. \quad (a)$$

Pagal (38.4) šviesos slėgis  $p = \frac{E_{em}(1+\rho)}{c}$ . Monochromatinės šviesos  $E_{em} = \frac{W}{S}$ , todėl gauname:

$$p = \frac{W(1+\rho)}{Sc} \approx 1600 \text{ (Pa)}. \quad (b)$$

Sufokusavus lazerio spindulį į labai siaurą pluoštelį, gaunami labai dideli slėgiai – ( $10^9 \div 10^{10}$ ) Pa, t. y. šimto tūkstančių atmosferų, cilės.

43.3 p a v y z d y s. Tarkime, kad 100 MW galios lazerio spinduliuotė sufokusuota į  $6 \times 10^{-6}$  m spindulio pluoštelį. Raskime pluoštelio šviesos intensyvumą. Kam lygus tokios elektromagnetinės bangos elektrinio lauko stipris?

Duota:  $W = 100 \text{ MW} = 10^8 \text{ W}$ ,  $r = 6 \times 10^{-6} \text{ m}$ .

Rasti:  $I_b$ ,  $E_b$ .

Sprendimas: Šviesos (elektromagnetinės bangos) intensyvumą randame pagal (29.70) formulę:

$$I_b = \frac{E}{tS} = \frac{W}{S} = \frac{W}{\pi r^2} \approx 8,8 \times 10^{17} \left( \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \right). \quad (a)$$

Iš (29.71) gauname elektrinio lauko stiprio išraišką:

$$E_b = \sqrt{\frac{4\mu_0}{\epsilon_0 \epsilon}} \cdot \sqrt{I_b} \approx 1,8 \times 10^{10} \left( \frac{\text{V}}{\text{m}} \right). \quad (b)$$

čia  $\epsilon = 1$ ,  $\mu = 1$ ,  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$ .

Gautoji elektrinio lauko stiprio reikšmė yra atomų branduolių elektrinio lauko stiprio cilės, vadinasi, toks lazerio spindulys gali jonizuoti medžiagą, versti ją plazma.

## BRANDUOLIO IR ELEMENTARIJŲ DALELIŲ FIZIKOS PAGRINDAI

Branduolio ir elementariųjų<sup>1</sup> dalelių fizika nagrinėja materiją jos giliausiuoju lygiu. Šios fizikos dalies problemų sprendimas turi ir didelę pažintinę, ir svarbią praktinę reikšmę, nes branduolio fizika yra branduolinės energetikos ir radiacinės saugos teorinis pagrindas.

### 44. BRANDUOLIO FIZIKOS ELEMENTAI

#### 44.1. Atomo branduolio sandara ir pagrindinės savybės

Atomo branduolys, kaip buvo pažymėta 40.1 poskyryje, turi teigiamąjį elektros krūvį ir sudaro beveik visą atomo masę (žr. 44.2 pavyzdį). Branduolys susideda iš *protonų* ir *neutronų*, kurių bendras pavadinimas – *nukleonai* (pagal  $\beta$  skilimo teoriją galima laikyti, kad protonas ir neutronas yra ta pati skirtingos būsenos dalelė).

Protono masė<sup>2</sup>  $m_p = 1,673 \times 10^{-27}$  kg, elektros krūvis  $q_p = 1,6 \times 10^{-19}$  C (lygus elektrono krūviui su teigiamuoju ženklu), magnetinis momentas  $p_{m(p)} = 1,41 \times 10^{-26}$  A m<sup>2</sup>.

Neutrono masė  $m_n = 1,675 \times 10^{-27}$  kg, jis neturi elektros krūvio, neutrono magnetinis momentas  $p_{m(n)} = 9,66 \times 10^{-27}$  A m<sup>2</sup>.

Ir protono, ir neutrono sukinio kvantinis skaičius  $s = \frac{1}{2}$  (abu nukleonai priklauso *fermionams*, žr. 41.7 poskyrį).

Šiame skyriuje taikysime reliatyvistinę energijos ir masės sąsają

$$E = mc^2, \quad (44.1)$$

čia  $E$  – dalelės energija, ekvivalenti dalelės masei  $m$  (arba atvirkščiai),  $c$  – šviesos greitis vakuumė. Jei dalelė nejuda, į (44.1) formulę įrašoma dalelės *rimties masė*  $m_0$ .

Branduolio fizikoje patogiau taikomi ne SI sistemos, o šie matavimo vienetai:

*atominis skaičius*  $Z$ , nusakantis branduolio protonų skaičių (nuo jo priklauso branduolio elektros krūvis  $Z|e|$  ir elemento eilės numeris Mendelejevo periodinėje elementų sistemoje);

*masės skaičius*  $A$ , lygus branduolio nukleonų (protonų + neutronų) skaičiui; masės skaičius lygus iki sveikąjo skaičiaus<sup>3</sup> suapvalintai branduolio arba elementariosios dalelės masei, išreikštai atominiais masės vienetais (žr. šiame poskyryje toliau);

*neutronų skaičius*  $N = A - Z$ ;

*branduolinis magnetonas*  $\mu_N = \frac{|e|\hbar}{2m_p} = 5,05 \times 10^{-27}$  A m<sup>2</sup>, kuriuo matuojami nukleonų ir

branduolių magnetiniai momentai; protono  $p_{m(p)} = 2,793 \mu_N$ , neutrono  $p_{m(n)} = -1,913 \mu_N$  (minuso ženklas rodo, kad magnetinio momento kryptis yra priešinga sukinio kryptčiai);

*atominis masės vienetas* (a. m. v.), lygus  $\frac{1}{12}$  anglies  $^{12}_6\text{C}$  atomo pagrindinės būsenos branduolio masės; 1 a. m. v. =  $1,66 \times 10^{-27}$  kg; branduolio masė atominiais masės vienetais lygi masės skaičiui  $A$ ;

*atominis energijos vienetas* (a. e. v.) apskaičiuojamas pagal (44.1) formulę ir atitinka 1 a. m. v.; 1 a. e. v. = (1 a. m. v.)  $\times c^2 \approx 1,49 \times 10^{-10}$  (J) = 931,5 (MeV);

*fermis* (fm) – tiesinio matmens matavimo vienetas; 1 fm = 1 femtometas =  $10^{-15}$  m.

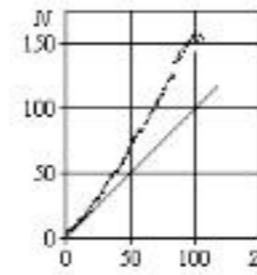
<sup>1</sup> Šis pavadinimas yra sąlygiškas, iš tikrųjų mikrodalelės turi vidinę struktūrą, bet terminas „elementariosios“ labai paplites, todėl 44 ir 45 skyriuose jį taikysime.

<sup>2</sup> Tekste pateikiamos suapvalintos fundamentinės fizikinės konstantos, tikslesnės – surašytos I priedo lentelėje.

<sup>3</sup> Dalelių, kurių masė daug mažesnė nei 1 a. m. v. (pavyzdžiui, elektrono), masės skaičius apvalinamas iki 0.

Branduoliai, arba *nuklidai*, žymimi cheminio elemento simboliu ( $X$ ), kairėje nuo simbolio viršuje rašomas masės skaičius ( $A$ ), apačioje – atominis skaičius ( $Z$ ):  $^A_Z X$ . Pavyzdžiui,  $^4_2\text{He}$ ,  $^{235}_{92}\text{U}$ . Toks žymėjimas taikomas ir elementariosioms dalelėms, tik vietoj elemento rašomas dalelės žymuo, pavyzdžiui,  $^1_1\text{p}$ ,  $^1_0\text{n}$ ,  $^0_{-1}\text{e}$ .

Periodinės elementų sistemos pradžios neutronų ir protonų skaičiai branduoliuose yra



371 pav. Branduolių neutronų ( $N$ ) ir protonų ( $Z$ ) skaičių sąsaja

maždaug lygūs ( $Z \approx N$ , pavyzdžiui,  $^{12}_6\text{C}$  – 6 neutronai ir 6 protonai,  $^{23}_{11}\text{Na}$  – 12 neutronų ir 11 protonų,  $^{56}_{26}\text{Fe}$  – 30 neutronų ir 26 protonai), o didėjant atominiam skaičiui neutronų skaičius didėja greičiau už protonų, ir periodinės elementų sistemos pabaigoje nuklidų neutronų ir protonų santykis siekia 1,6 ( $N \approx 1,6 Z$ , pavyzdžiui,  $^{133}_{55}\text{Cs}$  – 78 neutronai ir 55 protonai,  $^{207}_{82}\text{Pb}$  – 125 neutronai ir 82 protonai,  $^{238}_{92}\text{U}$  – 146 neutronai ir 92 protonai).

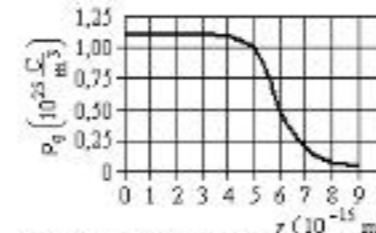
371 pav. pateikiama visų elementų branduolių neutronų ir protonų skaičių sąsaja (patogumui pavaizduota pusiauakampinė atitiktų vienodus neutronų ir protonų skaičius).

Branduolį galima apytikriai laikyti rutuliu (toks modelis yra artutinis, nes nukleonams taikytinas 41.2 poskyryje aptartas Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšis). Tada branduolio spindulys nusakomas empirine formule

$$R = R_0 A^{1/3}, \quad (44.2)$$

čia  $R_0 \approx (1,2-1,5) \times 10^{-15}$  m,  $A$  – masės skaičius.

Branduolio linijiniai matmenys yra maždaug 100 000 kartų mažesni už atomo.



372 pav. Krūvio tankio pasiskirstymas aukso atomų branduoliuose

Vienas iš eksperimentinių būdų branduolio matmenims rasti yra didelių energijų elektronų sklaidos medžiagoje matavimas. Taip nustatytas elektros krūvio tankio, kartu ir medžiagos, pasiskirstymas aukso ( $^{197}_{79}\text{Au}$ ) atomų branduoliuose pavaizduotas 372 pav.

Vienodų atominių, bet skirtingų masės skaičių branduoliai vadinami *izotopais*. Pavyzdžiui, vandenilio izotopai  $^1_1\text{H} = ^1_1\text{p}$  (*protis*, branduolį sudaro vienas protonas),  $^2_1\text{H} = ^2_1\text{D}$  (*deuteris*, branduolį sudaro vienas protonas ir

vienas neutronas),  $^3_1\text{H} = ^3_1\text{T}$  (*trititis*, branduolį sudaro vienas protonas ir du neutronai); švino izotopai:  $^{206}_{82}\text{Pb}$ ,  $^{207}_{82}\text{Pb}$ ,  $^{208}_{82}\text{Pb}$ ; urano izotopai:  $^{237}_{92}\text{U}$ ,  $^{238}_{92}\text{U}$ ,  $^{239}_{92}\text{U}$ . Visiems cheminio elemento izotopams skirtas tas pats periodinės elementų sistemos langelis.

Vienodų masės, bet skirtingų atominių skaičių branduoliai vadinami *izobarais*. Pavyzdžiui,  $^{87}_{37}\text{Rb}$  ir  $^{87}_{38}\text{Sr}$  arba  $^{124}_{50}\text{Sn}$ ,  $^{124}_{52}\text{Te}$  ir  $^{124}_{54}\text{Xe}$ .

Vienodo neutronų skaičiaus branduoliai vadinami *izotonais*. Pavyzdžiui,  $^{38}_{18}\text{Ar}$  ir  $^{40}_{20}\text{Ca}$ .

Yra žinoma per 2300 įvairių elementų izotopų.

#### 44.1 p a v y z d y s. Raskime elektrono rimties masę atitinkančią energiją.

*Sprendimas.* Pagal (44.1) elektrono rimties masę  $m_0 = 9,11 \times 10^{-31}$  kg atitinka energija

$$E = m_0 c^2 = 8,20 \times 10^{-14} \text{ (J)} = 0,512 \text{ (MeV)}. \quad (a)$$

Palyginimui – 1 kV potencialų skirtumo pagreitinto elektrono kinetinė energija lygi  $10^{-3}$  MeV.

44.2 p a v y z d y s. Išreikškime elektrono masę atominiais masės vienetais. Raskime, kokią geležies (izotopas  $^{56}\text{Fe}$ ) atomo masės dalį sudaro branduolio masė.

Sprendimas. SI vienetais elektrono masė  $m_e = 9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}$ , o atominiais masės vienetais –

$$m_e = \frac{9,11 \times 10^{-31} \text{ kg}}{1,66 \times 10^{-27} \text{ kg/a. m. v.}} = 5,49 \times 10^{-4} \text{ a. m. v.} \quad (\text{a})$$

Taigi, palyginti su protono ir neutrono masėmis (atitinkamai 1,007 a. m. v. ir 1,009 a. m. v.), elektrono masė yra maždaug 1800 kartų mažesnė, todėl beveik visa atomo masė sukaupta jo branduolyje. Ilustruokime tai, radę, kokią geležies atomo masės dalį sudaro branduolio masė.

Apytikriai laikykime, kad branduolio masė lygi jį sudarančių nukleonų masių sumai (čia nepaisome branduolio masės defekto, žr. 44.3 poskyrį). Tada geležies branduolio masė –

$$m_{Fe} \approx 26 m_p + 30 m_n = 9,38 \times 10^{-26} \text{ (kg)}. \quad (\text{b})$$

Nejonizuoto geležies atomo elektronų masė –

$$\Sigma m_e = 26 m_e = 2,37 \times 10^{-29} \text{ (kg)}. \quad (\text{c})$$

Vadinasi, geležies atomo branduolio masė sudaro tokią viso atomo masės dalį:

$$\frac{m_{Fe}}{m_{Fe} + \Sigma m_e} = 99,97 \%. \quad (\text{d})$$

Taigi beveik visa atomo masė sukonzentruota jo branduolyje.

44.3 p a v y z d y s. Apskaičiuokime aukso izotopo  $^{197}\text{Au}$  branduolio spindulį, laikydami, kad  $R_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$ .

Sprendimas. Aukso izotopo  $^{197}\text{Au}$  masės skaičius  $A = 197$ , todėl pagal (44.2) formulę

$$R = R_0 A^{1/3} = 7,0 \times 10^{-15} \text{ (m)}. \quad (\text{a})$$

Šis rezultatas iš esmės sutampa su 372 pav. grafike pavaizduotu krūvio, kartu ir medžiagos, pasiskirstymu aukso atomo branduolyje. Vadinasi, dalelės sudaro nykstantai mažą medžiagos tūrio dalį. Iš esmės visą tūrį užpildo elektromagnetinis laukas, kuriuo atomų elektroniniai apvalkalai sąveikauja su branduoliais bei atomai ir molekulės tarpusavyje.

44.4 p a v y z d y s. Įvertinkime branduolių medžiagos tankį, laikydami branduolį rutuliu ir  $R_0 = 1,2 \times 10^{-15} \text{ m}$ .

Sprendimas. Išreiškiamo branduolio tūrį spinduliu ir įrašome spindulio išraišką iš (44.2):

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi R_0^3 A. \quad (\text{a})$$

Vadinasi, bet kokio branduolio tūris tiesiog proporcingas masės skaičiui  $A$ , t. y. nukleonų skaičiui branduolyje.

Branduolio masė  $m = A \text{ (a. m. v.)} = 1,66 \times 10^{-27} A \text{ (kg)}$ .

Branduolio medžiagos tankis

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1,66 \times 10^{-27} A}{\frac{4}{3} \pi R_0^3 A} \approx 2,3 \times 10^{17} \left( \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right). \quad (\text{b})$$

Tokį milžinišką tankį sunku įsivaizduoti. Branduolio medžiagos vieno kubinio milimetro masė lygi dviems šimtams tūkstančių tonų. Dar kelis kartus didesnis medžiagos tankis yra neutroninių žvaigždžių (pulsarų) gelmėse.

Iš (a) formulės gaunama svarbi išvada, kad visų elementų branduoliai yra maždaug vieno tankio. Šią branduolių savybę lemia tai, kad nukleonų sąveikos jėgos yra artiveikės (sąveikos siekis labai mažas, žr. 3.1 lentelę ir 44.2 poskyrį).

#### 44.2. Branduolinės jėgos. Branduolių modeliai

Branduolys, kaip vientisa nukleonų visuma, egzistuoja veikiant *branduolinėms* traukos jėgoms tarp nukleonų. Jų sąveika vadinama *stipriąja*. Šiai sąveikai nugalėti šalinant nukleoną iš branduolio reikia atlikti kelių MeV darbą (palyginimui – elektronui pašalinti iš atomo, t. y. atomui jonizuoti, reikia atlikti maždaug milijoną kartų mažesnę darbą).

Aptarkime branduolinių jėgų ypatumus.

- 1) Branduolinės jėgos yra *artiveikės*. Jos veikia kaip traukos jėgos maždaug  $(1,5 \div 2,2) \times 10^{-15} \text{ m}$  atstumu, labai staigiai mažėja atstumui didėjant ir beveik nepasireiškia jau per  $(2,5 \div 3,0) \times 10^{-15} \text{ m}$ .
- 2) Branduolinėms jėgoms būdinga *krūvinė nepriklausoma*. Tai reiškia, kad jos vienodai veikia tarp dviejų protonų, dviejų neutronų, protono bei neutrono ir nepriklauso nuo to, ar nukleonas turi elektros krūvį, ar ne.
- 3) Branduolinėms jėgoms būdinga *soties* savybė: kiekvienas nukleonas sąveikauja tik su ribotu skaičiumi artimų nukleonų, bet ne su visais nukleonais, kai branduolyje jų yra daug.
- 4) Bandymais įrodyta, kad branduolinės jėgos *nėra centrinės*, jos priklauso nuo nukleonų sukinių tarpusavio kryptingumo. Pavyzdžiui, centrinėmis jėgomis sąveikauja taškinės masės (visuotinės traukos dėsnis, žr. 8.3 poskyrį), taškiniai elektros krūviai (Kulono dėsnis, žr. 23.2 poskyrį); necentrinėmis – kontūrai, kuriais teka srovės.

Branduolinių jėgų teorija nėra baigta kurti. Pagal Jukavos teoriją laikoma, kad branduolinės jėgos yra *pakaitinės* kilmės. Nukleonai branduolyje nuolat apsieičia *virtualiaisiais*<sup>1</sup>  $\pi$  mezonais (arba *pionais*) – elementariosiomis dalelėmis, kurių masė maždaug septynis kartus mažesnė už nukleono<sup>2</sup>.

Bandymais įrodytas realiųjų (nevirtualiųjų) mezonų egzistavimas. Jų esama trijų rūšių –  $\pi^+$ ,  $\pi^-$  ( $m_{\pi^+} = m_{\pi^-} = 2,49 \times 10^{-28} \text{ kg}$ ) ir  $\pi^0$  ( $m_{\pi^0} = 2,41 \times 10^{-28} \text{ kg}$ ). Pakaitiniuose vyksmuose jie dalyvauja kaip virtualiosios dalelės pagal šias schemas:  $p \leftrightarrow n + \pi^+$ ,  $n \leftrightarrow p + \pi^-$ ,  $p \leftrightarrow p + \pi^0$ ,  $n \leftrightarrow n + \pi^0$ .

Sukurta įvairių branduolio modelių, aiškinančių branduolių savybes. Aptarsime du labiausiai žinomus.

##### Lašelinis modelis.

Pagal šį modelį branduolys sudarytas iš nukleonų panašiai kaip skysčio lašas iš molekulių (suprantama, kad molekulių skaičius net mažiausiame lašelyje yra nepalyginamai didesnis už nukleonų skaičių branduolyje, ir šiuo aspektu panašumo nėra). Analogija pasireiškia tuo, kad ir tarp skysčio molekulių, ir tarp nukleonų sąveikos jėgos yra artiveikės. Skystis yra beveik nespūsdus, masyvesnių branduolių tankis irgi yra iš esmės pastovus. Neveikiant išorinėms jėgoms, dėl paviršiaus įtempimo (žr. 21.2 poskyrį) skysčio lašelis įgauna rutulio formą, branduolyje irgi susidaro paviršiaus įtempimas, kurio energija proporcinga paviršiaus plotui. Kaip ir lašelio, branduolio paviršius gali svyruoti, ir esant didelei svyravimų amplitudei vyksta branduolio dalijimasis. Atsižvelgus į branduolių patvarumo požymius (žr. 44.4 poskyrį), elektrostatinę protonų sąveiką ir branduolio paviršiaus energiją buvo gauta pusiau empirinė formulė, siejanti branduolio ryšio energiją su nukleonų skaičiumi. Šis modelis leido paaiškinti tik kai kurias branduolių savybes ir yra daugiau aprašomojo, fenomenologinio pobūdžio.

##### Sluoksninis modelis.

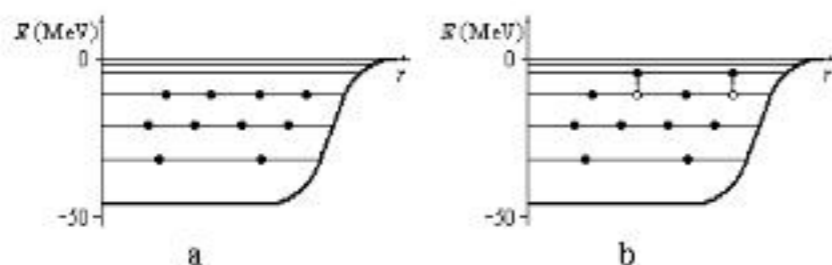
Bandymai parodė, kad branduolys gali būti tik tam tikrų diskrečiųjų energijos būsenų (panašiai kaip atomas, žr. 40.2 poskyrį). Šią branduolių savybę aiškina sluoksninis modelis, pagal

<sup>1</sup> *Virtualiosiomis* vadinamos elementariosios dalelės, kurių iš esmės neįmanoma registruoti bandymais dėl jų labai mažos gyvavimo trukmės. Analogiškai *virtualiaisiais* vadinami vyksmai, kuriuose dalyvauja virtualiosios dalelės.

<sup>2</sup> Pagal kvarkų hipotezę nukleonų sąveiką lemia *gluonai* (žr. 45.1 skyrį).

kurį nukleonai yra  $\sim(40\div 50)$  MeV gylio potencinėje duobėje diskrečiuose energijos lygmenyse pasiskirstę pagal Paulio principą (žr. 41.9 poskyrį).

Protonai ir neutronai sudaro atskiras būsenų sistemas. Kiekviename energijos lygmenyje gali būti  $(2j+1)$  nukleonų (čia  $j$  – nukleono *sukinio kvantinis skaičius*), kurie sudaro tam tikrą sluoksnį. *Pagrindinės būsenos* branduolyje nukleonai užima žemiausiuosius energijos lygmenis (373 pav., a). *Sužadintame* branduolyje nukleonas pereina į aukštesnįjį laisvą lygmenį (373 pav., b). Taip aiškinamas branduolių energijos kvantavimas.



373 pav. Pagrindinė (a) ir sužadintoji (b) branduolio būsenos pagal sluoksninį modelį

#### Apibendrintasis modelis.

Jame sujungti pagrindiniai lašelinio ir sluoksninio modelių privalumai. Laikoma, kad branduolys susideda iš vidinės dalies (*kamieno*) – nukleonų užpildytų sluoksnių – ir išorinių nukleonų, judančių kamieno lauke. Kamieno būseną nusako lašelinis modelis, o išorinių nukleonų – sluoksninis.

Dėl sąveikos su išoriniais nukleonais kamienas gali deformuotis, o visas branduolys – sukstis apie deformacijos kryptį statmeną ašį. Apibendrintasis modelis leido paaiškinti branduolių linijinius virpesinius ir rotacinius spektrus.

44.5 p a v y z d y s. [vertinkime, per kiek laiko ir kokį atstumą pralekia tarp neutrono ir protono virtualusis  $\pi$  mezonas. Laikykime, kad jo greitis artimas šviesos greičiui  $c$ .

*Pastaba.* Šiuo atveju terminai „pralekia“, „greitis“ nėra visiškai korektiški ir taikomi virtualiam vyksmui sąlygiškai.

*Sprendimas.* Taikome nagrinėjiamam vyksmui Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšį (žr. (41.12) formulę):

$$\Delta E' \Delta t' \geq \frac{\hbar}{2}. \quad (a)$$

Laikytina, kad  $\pi^0$  mezoną skleidžiančio nukleono energijos neapibrėžtumas lygus  $\pi^0$  mezono rimties energijai (pagal III priedo lentelę  $m_{\pi^0} c^2 = 135 \text{ (MeV)} = 2,16 \times 10^{-11} \text{ (J)}$ ):

$$\Delta E' = m_{\pi^0} c^2. \quad (b)$$

Iš (a) ir (b) gauname, kad virtualiojo  $\pi^0$  mezono gyvavimo trukmė

$$\Delta t' = \frac{\hbar}{2m_{\pi^0} c^2} = 2,4 \times 10^{-24} \text{ (s)}. \quad (c)$$

Per šį laiką virtualusis  $\pi^0$  mezonas pralekia atstumą

$$\Delta r \approx c \Delta t' \approx 7 \times 10^{-16} \text{ (m)}. \quad (d)$$

Toks atstumas yra branduolinių jėgų siekio eilės.

#### 44.3. Masės defektas. Branduolio ryšio energija

Bandymai parodė, kad branduolio masė yra mažesnė už pavienių branduolių sudarančių nukleonų suminę masę. Tai vadinama branduolio *masės defektu*. Iš  $Z$  protonų ir  $(A - Z)$  neutronų sudaryto  $m_{br}$  masės branduolio masės defektas –

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z) m_n - m_{br}. \quad (44.3)$$

Darbas, kurį reikia atlikti suskaidant tam tikrą branduolį į nesąveikaujančius nejudančius nukleonus, vadinamas to branduolio *ryšio energija*  $E_r$ . Šis darbas atliekamas nukleonams susijungiant į branduolį, dalis jų masės (masės defektas) tampa šiai masei ekvivalentine ryšio energija.

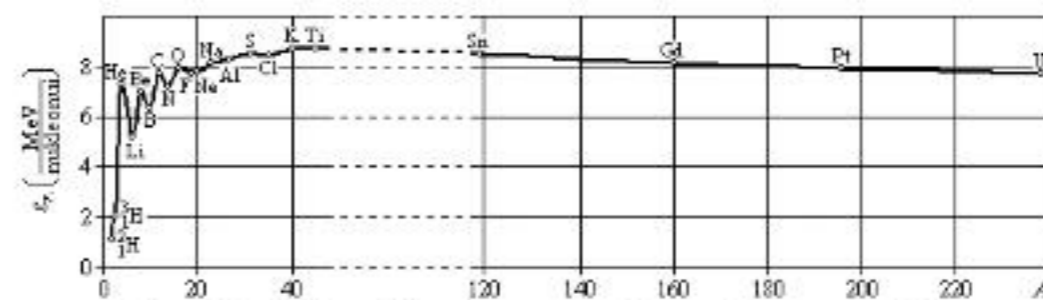
Masės defekto reiškinį lengva paaiškinti taikant energijos ir masės sąsają (44.1). Nukleonams susijungiant į branduolį, dalis jų masės (masės defektas) tampa šiai masei ekvivalentine ryšio energija:

$$E_r = \Delta m c^2 = [Z m_p + (A - Z) m_n - m_{br}] c^2. \quad (44.4)$$

Vienam branduolio nukleonui tenkanti ryšio energija vadinama *savitąja ryšio energija*:

$$\varepsilon_r = \frac{E_r}{A}. \quad (44.5)$$

374 pav. pavaizduota kai kurių branduolių savitoji ryšio energija ir jos kitimas priklausomai nuo branduolių masės skaičiaus  $\varepsilon_r(A)$ .



374 pav. Branduolių savitosios ryšio energijos priklausomybė nuo masės skaičiaus

Mažiausią savitąją ryšio energiją turi vandenilio izotopo deuterio  ${}^2_1\text{H}$  branduolys, susidedantis iš 1 protono ir 1 neutrono (šis nuklidas vadinamas *deuteronu* arba *deutonu*), kiek didesnę – kito vandenilio izotopo tričio  ${}^3_1\text{H}$  branduolys, susidedantis iš 1 protono ir 2 neutronų. Mažų masių branduolių srityje (maždaug iki  $A = 20$ ) būdingi priklausomybės  $\varepsilon_r(A)$  suoliai. Savitosios ryšio energijos minimumai būdingi branduoliams, susidedantiems iš nelyginių protonų ir neutronų skaičių (pavyzdžiui,  ${}^6_3\text{Li}$ ,  ${}^{10}_5\text{B}$ ,  ${}^{14}_7\text{N}$ ), o maksimumai – iš lyginių (pavyzdžiui,  ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^{12}_6\text{C}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ ). Tarpinių savitosios ryšio energijos reikšmių yra branduoliai, turintys lyginį protonų bei nelyginį neutronų skaičių ir atvirkščiai. Didžiausios savitosios ryšio energijos yra vidurinės periodinės elementų sistemos dalies branduoliai ( $28 < A < 138$ ), kurių  $\varepsilon_r \approx 8,7 \text{ MeV/nukleonui}$  (374 pav. šios dalies mastelis sumažintas perpus, ir ji pavaizduota punktyru). Masyvesnių branduolių  $\varepsilon_r$  mažėja, pavyzdžiui,  ${}^{238}_{92}\text{U}$  nuklido ji lygi  $7,8 \text{ MeV/nukleonui}$ . Kreivės  $\varepsilon_r(A)$  forma rodo, kad iš esmės galimi du branduolių ryšio energijos išlaisvinimo būdai – dalijant masyvųjį branduolį į du mažiau masyvius arba sujungiant du labai mažų masių branduolius į vieną. Abiem atvejais išsiskiria ryšio energija (primename, kad ji yra neigiamojo ženklo, o 374 pav. pateiktos absoliučiosios energijos reikšmės).

44.6 p a v y z d y s. Deguonies  ${}^{16}_8\text{O}$  branduolio masė  $m_{br} = 2,656 \times 10^{-26} \text{ kg}$ . Raskime šio branduolio masės defektą ir ryšio energiją.

*Sprendimas.* Deguonies branduolys susideda iš  $Z = 8$  protonų ir  $N = A - Z = 8$  neutronų. Branduolio masės defektą randame, įrašę į (44.3) protono, neutrono ir branduolio mases:

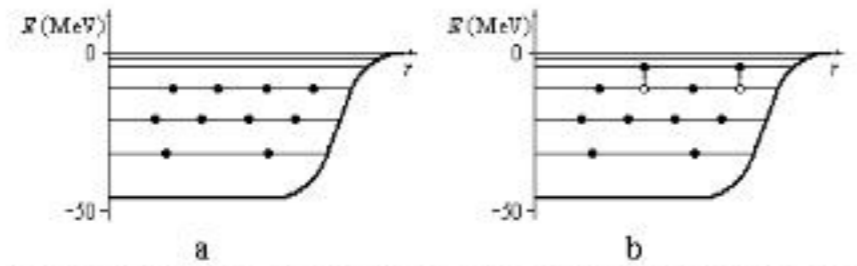
$$\Delta m = 8 m_p + (16 - 8) m_n - m_{br} = 2,25 \times 10^{-28} \text{ (kg)}. \quad (a)$$

Pagal (44.4) branduolio ryšio energija

$$E_r = \Delta m c^2 = 2,016 \times 10^{-11} \text{ (J)}. \quad (b)$$

kurį nukleonai yra  $\sim(40\div 50)$  MeV gylio potencinėje duobėje diskrečiuose energijos lygmenyse pasiskirstę pagal Paulio principą (žr. 41.9 poskyrį).

Protonai ir neutronai sudaro atskiras būsenų sistemas. Kiekviename energijos lygmenyje gali būti  $(2j+1)$  nukleonų (čia  $j$  – nukleono sukinių kvantinis skaičius), kurie sudaro tam tikrą sluoksnį. Pagrindinės būsenos branduolyje nukleonai užima žemiausiuosius energijos lygmenis (373 pav., a). Sužadintame branduolyje nukleonas pereina į aukštesnįjį laisvą lygmenį (373 pav., b). Taip aiškinamas branduolių energijos kvantavimas.



373 pav. Pagrindinė (a) ir sužadintoji (b) branduolio būsenos pagal sluoksninį modelį

**Apibendrintasis modelis.**

Jame sujungti pagrindiniai lašelinio ir sluoksninio modelių privalumai. Laikoma, kad branduolys susideda iš vidinės dalies (kamieno) – nukleonų užpildytų sluoksnių – ir išorinių nukleonų, judančių kamieno lauke. Kamieno būseną nusako lašelinis modelis, o išorinių nukleonų – sluoksninis.

Dėl sąveikos su išoriniais nukleonais kamienas gali deformuotis, o visas branduolys – sukstis apie deformacijos kryptį statmeną ašį. Apibendrintasis modelis leido paaiškinti branduolių linijinius virpesinius ir rotacinius spektrus.

44.5 p a v y z d y s. [vertinkime, per kiek laiko ir kokį atstumą pralekia tarp neutrono ir protono virtualusis  $\pi$  mezonas. Laikykime, kad jo greitis artimas šviesos greičiui  $c$ .

Pastaba. Šiuo atveju terminai „pralekia“, „greitis“ nėra visiškai korektiški ir taikomi virtualiajam vyksmui sąlygiškai.

Sprendimas. Taikome nagrinėjamam vyksmui Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšį (žr. (41.12) formulę):

$$\Delta E' \Delta t' \geq \frac{\hbar}{2} \tag{a}$$

Laikytina, kad  $\pi^0$  mezoną skleidžiančio nukleono energijos neapibrėžtumas lygus  $\pi^0$  mezono rimties energijai (pagal III priedo lentelę  $m_{\pi^0}c^2 = 135 \text{ (MeV)} = 2,16 \times 10^{-11} \text{ (J)}$ ):

$$\Delta E' = m_{\pi^0}c^2 \tag{b}$$

Iš (a) ir (b) gauname, kad virtualiojo  $\pi^0$  mezono gyvavimo trukmė

$$\Delta t' = \frac{\hbar}{2m_{\pi^0}c^2} = 2,4 \times 10^{-24} \text{ (s)} \tag{c}$$

Per šį laiką virtualusis  $\pi^0$  mezonas pralekia atstumą

$$\Delta r \approx c \Delta t' \approx 7 \times 10^{-16} \text{ (m)} \tag{d}$$

Toks atstumas yra branduolinių jėgų siekio eilės.

**44.3. Masės defektas. Branduolio ryšio energija**

Bandymai parodė, kad branduolio masė yra mažesnė už pavienių branduolių sudarančių nukleonų suminę masę. Tai vadinama branduolio masės defektu. Iš  $Z$  protonų ir  $(A - Z)$  neutronų sudaryto  $m_{br}$  masės branduolio masės defektas –

$$\Delta m = Z m_p + (A - Z)m_n - m_{br} \tag{44.3}$$

Darbas, kurį reikia atlikti suskaidant tam tikrą branduolį į nesąveikaujančius nejudančius nukleonus, vadinamas to branduolio ryšio energija  $E_r$ . Šis darbas atliekamas nukleonus sicjančioms branduolinėms jėgoms įveikti, o ryšio energija – tai sąveikaujančių nukleonų potencinė energija.

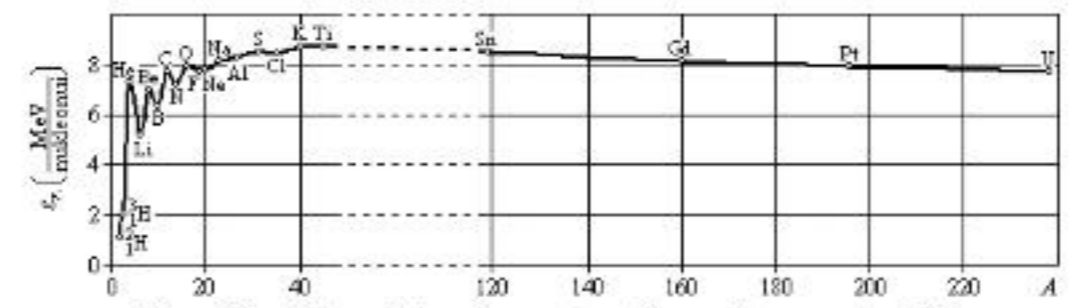
Masės defekto reiškinį lengva paaiškinti taikant energijos ir masės sąsają (44.1). Nukleonams susijungiant į branduolį, dalis jų masės (masės defektas) tampa šiai masei ekvivalentine ryšio energija:

$$E_r = \Delta m c^2 = [Z m_p + (A - Z)m_n - m_{br}]c^2 \tag{44.4}$$

Vienam branduolio nukleonui tenkanti ryšio energija vadinama savitąja ryšio energija:

$$\varepsilon_r = \frac{E_r}{A} \tag{44.5}$$

374 pav. pavaizduota kai kurių branduolių savitoji ryšio energija ir jos kitimas priklausomai nuo branduolių masės skaičiaus  $\varepsilon_r(A)$ .



374 pav. Branduolių savitosios ryšio energijos priklausomybė nuo masės skaičiaus

Mažiausią savitąją ryšio energiją turi vandenilio izotopo deuterio  ${}^2_1\text{H}$  branduolys, susidedantis iš 1 protono ir 1 neutrono (šis nuklidas vadinamas deuteronu arba deutonu), kiek didesnę – kito vandenilio izotopo tričio  ${}^3_1\text{H}$  branduolys, susidedantis iš 1 protono ir 2 neutronų. Mažų masių branduolių srityje (maždaug iki  $A = 20$ ) būdingi priklausomybės  $\varepsilon_r(A)$  suoliai. Savitosios ryšio energijos minimumai būdingi branduoliams, susidedantiems iš nelyginių protonų ir neutronų skaičių (pavyzdžiui,  ${}^6_3\text{Li}$ ,  ${}^{10}_5\text{B}$ ,  ${}^{14}_7\text{N}$ ), o maksimumai – iš lyginių (pavyzdžiui,  ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^{12}_6\text{C}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ ). Tarpinių savitosios ryšio energijos reikšmių yra branduoliai, turintys lyginį protonų bei nelyginį neutronų skaičių ir atvirkščiai. Didžiausios savitosios ryšio energijos yra vidurinės periodinės elementų sistemos dalies branduoliai ( $28 < A < 138$ ), kurių  $\varepsilon_r \approx 8,7 \text{ MeV/nukleonui}$  (374 pav. šios dalies mastelis sumažintas perpus, ir ji pavaizduota punktyru). Masyvesnių branduolių  $\varepsilon_r$  mažėja, pavyzdžiui,  ${}^{238}_{92}\text{U}$  nuklido ji lygi  $7,8 \text{ MeV/nukleonui}$ . Kreivės  $\varepsilon_r(A)$  forma rodo, kad iš esmės galimi du branduolių ryšio energijos išlaisvinimo būdai – dalijant masyvų branduolį į du mažiau masyvius arba sujungiant du labai mažų masių branduolius į vieną. Abiem atvejais išsiskiria ryšio energija (primename, kad ji yra neigiamojo ženklo, o 374 pav. pateiktos absoliučiosios energijos reikšmės).

44.6 p a v y z d y s. Deguonies  ${}^{16}_8\text{O}$  branduolio masė  $m_{br} = 2,656 \times 10^{-26} \text{ kg}$ . Raskime šio branduolio masės defektą ir ryšio energiją.

Sprendimas: Deguonies branduolys susideda iš  $Z = 8$  protonų ir  $N = A - Z = 8$  neutronų. Branduolio masės defektą randame, įrašę į (44.3) protono, neutrono ir branduolio mases:

$$\Delta m = 8 m_p + (16 - 8)m_n - m_{br} = 2,25 \times 10^{-28} \text{ (kg)} \tag{a}$$

Pagal (44.4) branduolio ryšio energija

$$E_r = \Delta m c^2 = 2,016 \times 10^{-11} \text{ (J)} \tag{b}$$



#### 44.4. Branduolių radioaktyvumas

Nepatvarieji vieno elemento izotopai gali išspinduliuoti daleles (ir elementariausias, ir branduolių dalis) ir virsti kito elemento izotopais<sup>1</sup>. Šis reiškinys vadinamas *radioaktyviuoju skilimu*, arba *radioaktyvumu*. Jis gali būti *gamtinis* (gamtoje esančių izotopų savaiminis skilimas) ir *dirbtinis* (branduolinių reakcijų metu susidaranciu izotopų skilimas). Bet kokio radioaktyviojo skilimo bendroji schema:



čia  ${}^A_Z X$  – pirminis branduolys,  ${}^A_Z Y$  – antrinis branduolys,  $a_1 \dots a_n$  – spinduliuojamos dalelės (dažniausiai  $n = 1, 2$ ). Dauguma atvejų antrinis branduolys irgi būna radioaktyvusis.

Kad vyktų savaiminis skilimas, branduoliams ir dalelėms turi galioti nelygybė

$$m_X > m_Y + \sum m_a, \quad (44.7)$$

čia  $m_X$  – pirminio,  $m_Y$  – antrinio branduolio masė,  $\sum m_a$  – išspinduliuotų dalelių masių suma.

Pagal (44.1) formulę skilimo metu turi išsiskirti energija

$$E_r = [(m_X - m_Y) - \sum m_a]c^2. \quad (44.8)$$

Taigi radioaktyvusis skilimas yra *egzotermiškas procesas*.

Radioaktyvųjų skilimą nusakančios (44.6) lygties kairiosios ir dešinėsios pusių masės skaičių suma ir krūvių suma išlieka tokios pačios.

Radioaktyviojo skilimo metu vienas branduolys virsta kitu, t. y. vyksta poslinkis periodinėje elementų sistemoje. Įvairius šį virsmą apibūdinančio *radioaktyviojo poslinkio dėsnio* atvejus aptarsime 44.5 ir 44.6 poskyriuose.

Branduolių patvarumas priklauso nuo nukleonų skaičiaus juose. Patvariausieji yra branduoliai, kurių protonų skaičius  $Z$  arba neutronų skaičius  $N$ , arba nukleonų suma  $A$  lygūs vadina-miesiems *magiškiems skaičiams* 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Tokie nuklidai irgi vadinami *magiš-kaistais*. Ypač patvarūs *dvigubai magiški* branduoliai ( ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ ,  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{48}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{208}_{82}\text{Pb}$ ), kurių ir  $N$ , ir  $Z$  yra magiškieji skaičiai. Pagal sluoksninį branduolio modelį patvariųjų nuklidų visi energijos sluoksniai yra užpildyti. Magiškujų nuklidų savitoji ryšio energija yra didesnė, palyginti su kaimyninių periodinėje elementų sistemoje. Bandymai rodo, kad magiškieji nuklidai yra sferinės formos (kiti nuklidai gali būti elipsoido formos). Toliau nagrinėsime kelis konkrečius radioaktyvumo atvejus.

#### 44.5. $\alpha$ skilimas

$\alpha$  skilimu vadinamas masyviųjų ( $A > 207$ ) branduolių virsmas, kurio metu iš branduolio spinduliuojama  $\alpha$  dalelė. Ši dalelė yra labai patvari, nes ji yra dvigubai magiškas helio branduolys. Palyginti su protonu,  $\alpha$  dalelė silpniau sąveikauja su kitais branduolio nukleonais, o ją veikianti elektrostatinė stūmos jėga yra didesnė. Žinoma per 200  $\alpha$  radioaktyviųjų izotopų.

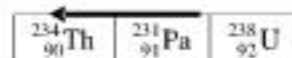
$\alpha$  skilimas vyksta pagal tokią schemą:



čia  ${}^A_Z X$  – pirminis branduolys;  ${}^{A-4}_{Z-2} Y$  – antrinis branduolys.

Pavyzdžiui, taip savaime skyla urano izotopas:  ${}^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}^{234}_{90}\text{Th} + {}^4_2\alpha$ .

Vykstant  $\alpha$  skilimui, pagal *radioaktyviojo poslinkio dėsnį* antrinį branduolį turi elementas, esantis periodinėje elementų sistemoje dviem langeliais prieš elementą, turintį pirminį branduolį. Pateikiame periodinės elementų sistemos fragmentą, atitinkantį urano izotopo skilimą:



<sup>1</sup> Galimas reiškinys, kai branduolys prisijungia atomo  $K$  sluoksnio elektroną ( $K$  pagava, žr. 44.6 skyrių).

<sup>2</sup> Egzotermiškas procesas – procesas, kurio metu išsiskiria energija (šiluma).

#### 44.6. $\beta$ skilimas

$\beta$  skilimu vadinami vyksmai, kurių metu branduolio neutronas virsta protonu ir atvirkščiai. Dėl šių virsmų iš branduolių spinduliuojami elektronai ir pozitronai. Esama trijų  $\beta$  skilimo atmainų:

1)  $\beta^-$  (elektroninis) skilimas vyksta pagal schemą



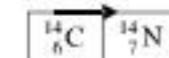
čia  ${}^0_{-1} e$  – elektronas, kitaip vadinamas  $\beta^-$  dalele<sup>1</sup>;  ${}^0_0 \bar{\nu}_e$  – antineutrinas (žr. 44.7 poskyri); ženklas – (tilda) virš dalelės žymens reiškia, kad tai yra *antidalelė* (žr. 45.1 poskyri).

$\beta^-$  skilimo pavyzdys:  ${}^{14}_6\text{C} \rightarrow {}^{14}_7\text{N} + {}^0_{-1} e + {}^0_0 \bar{\nu}_e$ .

Nukleonų virsmas šio skilimo metu:



Vykstant  $\beta^-$  skilimui, pagal *radioaktyviojo poslinkio dėsnį* antrinį branduolį turi elementas, esantis periodinėje elementų sistemoje kitame langelyje po elemento, turinčio pirminį branduolį. Pavyzdžiui,



2)  $\beta^+$  (pozitroninis) skilimas vyksta pagal schemą



čia  ${}^0_{+1} e$  – pozitronas, arba  $\beta^+$  dalelė (elektrono *antidalelė*, jos masė lygi elektrono masei, o krūvis – elektrono krūviui su teigiamuoju ženklu);  ${}^0_0 \nu_e$  – *neutrinas* (žr. 44.7 poskyri).

$\beta^+$  skilimo pavyzdys:  ${}^{11}_6\text{C} \rightarrow {}^{11}_5\text{B} + {}^0_{+1} e + {}^0_0 \nu_e$ .

Nukleonų virsmas vykstant  $\beta^+$  skilimui:

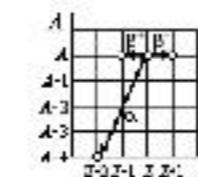


(44.11) formulės nusakomas neutrono virsmas protonu galimas ir branduolyje, ir esant laisvajam neutronui, o (44.13) formulės nusakomas protono virsmas neutronu galimas tik branduolyje. Laikoma, kad neutronas ir protonas yra skirtingos to paties nukleono būsenos.

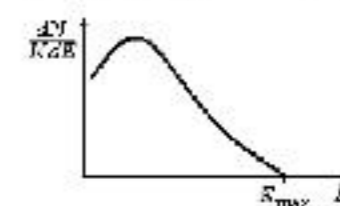
Vykstant  $\beta^+$  skilimui, pagal *radioaktyviojo poslinkio dėsnį* antrinį branduolį turi elementas, periodinėje elementų sistemoje esantis langelyje prieš elementą, turintį pirminį branduolį:



Radioaktyviojo poslinkio atominio skaičiaus  $Z$  ir masės skaičiaus  $A$  koordinatėse schema pavaizduota 375 pav.  $\beta$  dalelių spektras yra ištisinis (376 pav.). Jų pasiskirstymo pagal energijas



375 pav. Radioaktyviojo poslinkio dėsnio schema



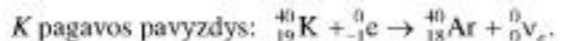
376 pav.  $\beta$  dalelių ištisinis spektras

<sup>1</sup> Atradus radioaktyvumo reiškinį, spinduliuotė pagal magnetinio lauko poveikį jai buvo suskirstyta į  $\alpha$  spindulius (nukrypavo kaip elektriškai teigiamos dalelės),  $\beta$  spindulius (nukrypavo kaip elektriškai neigiamos dalelės) ir  $\gamma$  spindulius (nenukrypavo). Spinduliuočių fizikinė prigimtis buvo išsiaiškinta vėliau, o pavadinimai liko.

funkcija  $\frac{dN}{N dE}$  turi maksimumą, o didžiausioji energijos vertė  $E_{max}$  priklauso nuo branduolių rūšies. Kadangi ir pirminio, ir antrinio branduolio energijos yra diskrečios,  $\beta$  dalelių spektras gali būti tokio pavidalo tik jeigu pirminio ir antrinio branduolių energijų skirtumas nekvančiuotai pasiskirsto tarp  $\beta$  dalelės ir dar kažkokios dalelės. Taip teoriškai, o vėliau ir bandymuose, buvo atrastos elementariosios dalelės *neutrinas* ir *antineutrinas* (žr. 44.7 poskyrį).

Pagal  $\beta$  skilimą aiškinančią teoriją turi egzistuoti ketvirtoji fundamentinių jėgų rūšis – *silpnoji sąveika* (žr. 3 skyrių, 3.1 lentelę). Dėl šios sąveikos tarp nukleono bei elektronų ir neutrinių laukų nukleonas pereina iš protono būsenos į neutrono ir atgal. Kaip matėme, šis virsmas lemia elektronų bei antineutrinių ir pozitronų bei neutrinių spinduliavimą.

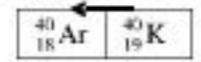
3) *K pagava* vadinamas vyksmas, kai masyvieji branduoliai prisijungia elektroną iš atomo *K* sluoksnio. Šio vyksmo schema:



*K* pagavos metu branduolyje vyksta protono virsmas neutronu:

$${}^1_1 p + {}^0_{-1} e \rightarrow {}^1_0 n + {}^0_0 \nu_e \quad (44.15)$$

Vykstant *K* pagavai, pagal *radioaktyviojo poslinkio dėsnį* antrinį branduolį turi elementas, periodinėje elementų sistemoje esantis langelyje prieš elementą, turintį pirminį branduolį:



Ir  $\beta^-$ , ir  $\beta^+$  skilimo, ir *K* pagavos vyksmuose pirminis ir antrinis branduoliai yra izobarai, nes jų masės skaičiai vienodi.

44.7. Neutrinas ir antineutrinas

Apie elementariąsias daleles bus kalbama 45 skyriuje. Čia aptarsime tik labai neįprastų savybių dalelių – neutrinių ir antineutrinių – kai kurias savybes. Kaip matėme 44.6 poskyryje, neutrinas ir antineutrinas atsiranda vykstant  $\beta$  skilimui ir yra spinduliuojami nukleonų. Be šių vadinamųjų *elektroninių neutrino ir antineutrino* –  ${}^0_0 \nu_e$  ir  ${}^0_0 \bar{\nu}_e$ , egzistuoja dar *miuoniniai neutrinas ir antineutrinas* –  ${}^0_0 \nu_\mu$  ir  ${}^0_0 \bar{\nu}_\mu$  bei *taoniniai neutrinas ir antineutrinas*  ${}^0_0 \nu_\tau$  ir  ${}^0_0 \bar{\nu}_\tau$  (visi jie atsiranda skylant elementariosioms dalelėms). Neutrinas skiriasi nuo antineutrino savybe, vadinama *spirališkumu*: neutrino sukinių  $\vec{L}_x$  kryptis sutampa su impulso kryptimi  $\vec{p}$ , antineutrino – priešinga (377 pav.). Toliau šiame skyriuje visų rūšių neutrinus ir antineutrinus vadinsime neutrinais. Neutrinais neturi elektros krūvio. Bandymai parodė, kad neutrinių rimties masė yra arba mulinė, arba labai maža<sup>1</sup> (elektroninių – ne didesnė nei  $6 \times 10^{-35}$  kg, miuoninių – ne didesnė nei  $3 \times 10^{-31}$  kg). Neutrinais yra fermionai, jų sukinių kvantinis skaičius  $s = \pm \frac{1}{2}$ .



377 pav. Neutrino  ${}^0_0 \nu$  ir antineutrino  ${}^0_0 \bar{\nu}$  spirališkumas

Nedalyvaujantys nei elektromagnetinėje, nei stipriojoje sąveikoje neutrinais beveik nesąveikauja su medžiaga. Pavyzdžiui, 1 MeV energijos neutrino siekis švine – apie  $10^8$  m, tai 25 kartus viršija atstumą iki Saulės artimiausios žvaigždės Centauro Proksimos. Tiek skvarbią dalelę

<sup>1</sup> Duomenys orientaciniai.

labai sunku registruoti eksperimentų metu, nes bet koks bandymas pagrįstas pačios dalelės arba jos skilimo produktų – kitų dalelių – poveikiu dujoms, garams, fotografinei emulsijai ir pan. (žr. 44.17 poskyrį). Neutrinių pėdsakų pavyko aptikti tik arti galingų branduolinių reaktorių, kur anti-neutrinių srauto tankis apie  $10^{17} m^{-2} s^{-1}$ . Neutrinių srautas dėl nepaprastai didelės jų skvarbos yra vienintelė spinduliuotė, kuri iš esmės nepakitusi ateina į Žemę iš Saulės ir kitų žvaigždžių gelmių. Tiriant šiuos neutrinus gaunama informacijos apie neutrinių spindulių vidinę struktūrą ir juose vykstančius procesus. Tuos klausimus nagrinėja *neutrininė astronomija*.

Pasirodė, kad mikropasaulio objektų – neutrinių savybės lemia megapasaulio, t. y. Visatos raidą. Jei būtų nustatyta, kad neutrinais nėra bemasės dalelės, tai reikštų, kad dabar stebimą Visatos plėtimąsi pakeis jos susitraukimas (pulsuojančios Visatos modelis), o jei neutrinių rimties masė lygi nuliui, Visata plėsis be galo.

44.7 p a v y z d y s. Pagal žvaigždės kolapso (susitraukimo ir virsmo neutronine žvaigžde) modelį apie 15 % žvaigždės masės virsta energija, kurią išsineša spinduliuojami neutrinais. Laikydami, kad žvaigždės masė  $m = 4,0 \times 10^{30}$  kg, o vidutinė neutrino energija  $E_\nu = 12$  MeV, ras-kime spinduliuojamų neutrinių skaičių.

Duota:  $m = 4,0 \times 10^{30}$  kg,  $m' = 0,15 m$ ,  $E_\nu = 12$  MeV =  $1,9 \times 10^{-12}$  J.

Rasti:  $N_\nu$ .

Sprendimas. Kolapso metu išsiskiriančią energiją randame taikydami (44.1) formulę:

$$E = m'c^2 = 0,15 mc^2 \quad (a)$$

Spinduliuojamų neutrinių skaičius –

$$N_\nu = \frac{E}{E_\nu} = \frac{0,15 mc^2}{E_\nu} = 2,8 \times 10^{58} \text{ (neutrinių)}. \quad (b)$$

44.8. Radioaktyviojo skilimo dėsnis. Skilimo kiekybinės charakteristikos

Savaiminis branduolių skilimas nepriklauso nuo išorinių sąlygų (temperatūros, slėgio, elektrinio ar magnetinio lauko) ir vyksta pagal statistinius dėsnius. Pažymėkime radioaktyviųjų branduolių skaičių tam tikru laiko momentu  $N$ , kiekvieno branduolio skilimo per laiko vienetą tikimybę, būdingą tam tikram izotopui, –  $\lambda$ . Tada per laiką  $dt$  suskilusių branduolių skaičius (t. y. minuso ženklu žymimas radioaktyviųjų branduolių skaičiaus sumažėjimas) –

$$-dN = \lambda N dt, \quad (44.16)$$

arba

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt, \quad (44.17)$$

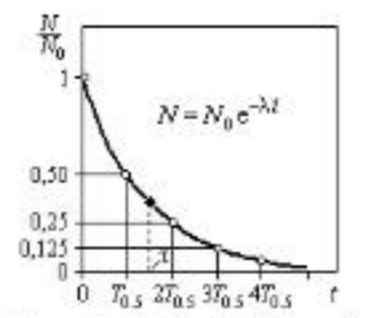
Integruojame (44.17) laiko režiuose nuo 0 iki  $t$ , laikydami, kad laiko momentu  $t = 0$   $N = N_0$ :

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt, \quad (44.18)$$

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t, \quad (44.19)$$

Antilogaritmuodami (44.19) gauname *radioaktyviojo skilimo dėsnį*, nusakantį eksponentinį radioaktyviųjų branduolių skaičiaus mažėjimą laikui bėgant:

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (44.20)$$



378 pav. Radioaktyviojo skilimo dėsnis (laiko ašyje atidėtos pusėjimo trukmės)

čia  $N_0$  – pradinis (laiko momentu  $t = 0$ ) nesuskilusių radioaktyviųjų branduolių skaičius,  $N$  – nesuskilusių branduolių skaičius laiko momentu  $t$ ,  $\lambda$  – izotopo radioaktyviojo skilimo konstanta ( $[\lambda] = s^{-1}$ ).

Radioaktyviųjų izotopų skilimas apibūdinamas dar vienu dydžiu – pusėjimo trukme  $T_{0,5}$ , laiku, per kurį suskyla pusė pradinio branduolių kiekio (378 pav.). Kai  $t = T_{0,5}$ ,  $N = 0,5 N_0$ . Įrašę šiuos dydžius į (44.20), gauname:

$$0,5 = e^{-\lambda T_{0,5}}, \quad (44.21)$$

Logaritmuojame (44.21):

$$\ln 0,5 = -\lambda T_{0,5} \quad (44.22)$$

Iš (44.22) gaunama radioaktyviojo skilimo konstantos ir pusėjimo trukmės sąsaja:

$$T_{0,5} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} \quad (44.23)$$

(44.20) lygties grafikas pateikiamas 378 pav. (laiko ašyje atidėtos pusėjimo trukmės).

Radioaktyviajai skilimo konstantai atvirkščias dydis vadinamas izotopo vidutine gyvavimo trukme  $\tau$ :

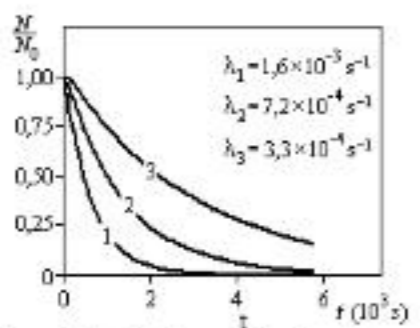
$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (44.24)$$

Iš (44.20) matyti, kad vidutinė gyvavimo trukmė  $\tau$  lygi laikui, per kurį nesuskilusių branduolių skaičius sumažėja e kartų (378 pav. atitinkamas grafiko taškas pažymėtas juodai).

Iš (44.23) ir (44.24) formulių gauname tokią izotopo vidutinės gyvavimo trukmės ir pusėjimo trukmės sąsają:

$$\tau = 1,44 T_{0,5} \quad (44.25)$$

Esama labai skirtingų pusėjimo trukmių (kartu ir skilimo konstantų) izotopų – ilgaaamžių ir trumpaaamžių. Pavyzdžiui, ilgaaamžio torio izotopo  $^{232}_{90}\text{Th}$  pusėjimo trukmė  $T_{0,5} = 1,4 \times 10^{10}$  metų =  $4,4 \times 10^{17}$  s (jo skilimo konstanta  $\lambda = 1,6 \times 10^{-18} s^{-1}$ ), radono izotopo  $^{222}_{86}\text{Rn}$  –  $T_{0,5} = 3,8$  paros =  $3,3 \times 10^5$  s ( $\lambda = 2,1 \times 10^{-6} s^{-1}$ ), trumpaaamžio polonio izotopo  $^{212}_{84}\text{Po}$  –  $T_{0,5} = 3 \times 10^{-7}$  s ( $\lambda = 2,3 \times 10^6 s^{-1}$ ).



379 pav. Trijų skirtingų radioaktyviojo skilimo konstantų  $\lambda$  neptūnio izotopų ( $1 - ^{240}_{93}\text{Np}$ ,  $2 - ^{241}_{93}\text{Np}$ ,  $3 - ^{233}_{93}\text{Np}$ ) skilimo grafikas

379 pav. pavaizduoti trijų skirtingų skilimo konstantų (jos pateiktos grafike) trumpaaamžių neptūnio izotopų  $^{240}_{93}\text{Np}$  ( $T_{0,5} = 438$  s),  $^{241}_{93}\text{Np}$  ( $T_{0,5} = 960$  s) ir  $^{233}_{93}\text{Pu}$  ( $T_{0,5} = 2100$  s) skilimo grafikai.

44.8 p a v y z d y s. Gaukime kitą radioaktyviojo skilimo dėsnio išraišką.

Sprendimas. Į (44.19) įrašome  $\lambda$ , išreikštą iš (44.23):

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\frac{t}{T_{0,5}} \ln 2 \quad (a)$$

Antilogaritmuojame (a):

$$\frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}} \quad (b)$$

Kita radioaktyviojo skilimo dėsnio forma, išreikšta pusėjimo trukme:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}} \quad (c)$$

44.9 p a v y z d y s. Kokia radioaktyviojo izotopo branduolių dalis suskils praėjus 5 pusėjimo trukmėms?

Duota:  $t = 5 T_{0,5}$ .

Rasti:  $\frac{N_{sk}}{N_0}$ .

Sprendimas. Suskilusių branduolių skaičius

$$N_{sk} = N_0 - N, \quad (a)$$

čia  $N_0$  – pradinis branduolių skaičius,  $N$  – nesuskilusių branduolių skaičius laiko momentu  $t = 5 T_{0,5}$ .

Į (a) įrašome  $N$  iš 44.8 pavyzdžio (c) formulės:

$$N_{sk} = N_0 - N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}} = N_0 (1 - 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}}) \quad (b)$$

Įrašę į (b)  $t = 5 T_{0,5}$ , gauname, kad suskilusių branduolių dalis –

$$\frac{N_{sk}}{N_0} = 1 - 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}} = 1 - 2^{-5} \approx 0,97 \quad (c)$$

Šį santykį taip pat galima rasti taikant (44.20) formulę ir išreiškiant radioaktyviojo skilimo konstantą pusėjimo trukme pagal (44.23).

44.10 p a v y z d y s. Radono izotopo  $^{222}_{86}\text{Rn}$  pusėjimo trukmė  $T_{0,5} = 3,8$  paros =  $3,3 \times 10^5$  s. Raskime, po kiek laiko suskils 99 % pradinio branduolių skaičiaus.

Duota:  $T_{0,5} = 3,3 \times 10^5$  s,  $N_{sk} = 0,99 N_0$ .

Rasti:  $t$ .

Sprendimas. Taikome 44.9 pavyzdžio (b) formulę:

$$N_{sk} = N_0 (1 - 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}}) \quad (a)$$

Iš (a) gauname:

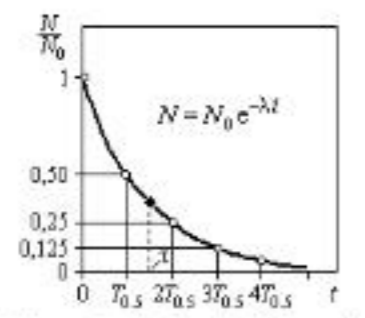
$$\frac{N_{sk}}{N_0} = 1 - 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}} \quad (b)$$

$$2^{-\frac{t}{T_{0,5}}} = 1 - \frac{N_{sk}}{N_0} \quad (c)$$

$$-\frac{t}{T_{0,5}} \ln 2 = \ln \left( 1 - \frac{N_{sk}}{N_0} \right) \quad (d)$$

Iš (d) išreiškiame ir apskaičiuojame laiką  $t$ :

$$t = -T_{0,5} \frac{\ln \left( 1 - \frac{N_{sk}}{N_0} \right)}{\ln 2} = 2,2 \times 10^6 \text{ (s)} \approx 25 \text{ (paros)} \quad (e)$$



378 pav. Radioaktyviojo skilimo dėsnis (laiko ašyje atidėtas pusėjimo trukmės)

čia  $N_0$  – pradinis (laiko momentu  $t = 0$ ) nesuskilusių radioaktyviųjų branduolių skaičius,  $N$  – nesuskilusių branduolių skaičius laiko momentu  $t$ ,  $\lambda$  – izotopo radioaktyviojo skilimo konstanta ( $[\lambda] = s^{-1}$ ).

Radioaktyviųjų izotopų skilimas apibūdinamas dar vienu dydžiu – pusėjimo trukme  $T_{0,5}$ , laiku, per kurį suskyla pusė pradinio branduolių kiekio (378 pav.). Kai  $t = T_{0,5}$ ,  $N = 0,5 N_0$ . Įrašę šiuos dydžius į (44.20), gauname:

$$0,5 = e^{-\lambda T_{0,5}}, \quad (44.21)$$

Logaritmuojame (44.21):

$$\ln 0,5 = -\lambda T_{0,5} \quad (44.22)$$

Iš (44.22) gaunama radioaktyviojo skilimo konstantos ir pusėjimo trukmės sąsaja:

$$T_{0,5} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} \quad (44.23)$$

(44.20) lygties grafikas pateikiamas 378 pav. (laiko ašyje atidėtos pusėjimo trukmės).

Radioaktyviajai skilimo konstantai atvirkščias dydis vadinamas izotopo vidutine gyvavimo trukme  $\tau$ :

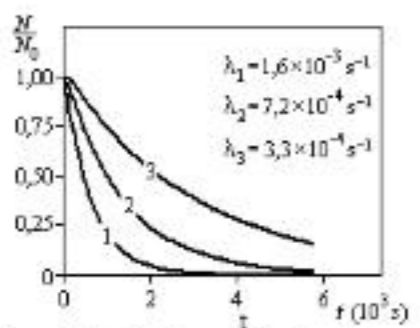
$$\tau = \frac{1}{\lambda} \quad (44.24)$$

Iš (44.20) matyti, kad vidutinė gyvavimo trukmė  $\tau$  lygi laikui, per kurį nesuskilusių branduolių skaičius sumažėja e kartų (378 pav. atitinkamas grafiko taškas pažymėtas juodai).

Iš (44.23) ir (44.24) formulių gauname tokią izotopo vidutinės gyvavimo trukmės ir pusėjimo trukmės sąsają:

$$\tau = 1,44 T_{0,5} \quad (44.25)$$

Esama labai skirtingų pusėjimo trukmių (kartu ir skilimo konstantų) izotopų – ilgaaamžių ir trumpaaamžių. Pavyzdžiui, ilgaaamžio torio izotopo  $^{232}_{90}\text{Th}$  pusėjimo trukmė  $T_{0,5} = 1,4 \times 10^{10}$  metų =  $4,4 \times 10^{17}$  s (jo skilimo konstanta  $\lambda = 1,6 \times 10^{-18} s^{-1}$ ), radono izotopo  $^{222}_{86}\text{Rn}$  –  $T_{0,5} = 3,8$  paros =  $3,3 \times 10^5$  s ( $\lambda = 2,1 \times 10^{-6} s^{-1}$ ), trumpaaamžio polonio izotopo  $^{212}_{84}\text{Po}$  –  $T_{0,5} = 3 \times 10^{-7}$  s ( $\lambda = 2,3 \times 10^6 s^{-1}$ ).



379 pav. Trijų skirtingų radioaktyviojo skilimo konstantų  $\lambda$  neptūnio izotopų ( $1 - ^{240}_{93}\text{Np}$ ,  $2 - ^{241}_{93}\text{Np}$ ,  $3 - ^{233}_{93}\text{Np}$ ) skilimo grafikas

379 pav. pavaizduoti trijų skirtingų skilimo konstantų (jos pateiktos grafike) trumpaaamžių neptūnio izotopų  $^{240}_{93}\text{Np}$  ( $T_{0,5} = 438$  s),  $^{241}_{93}\text{Np}$  ( $T_{0,5} = 960$  s) ir  $^{233}_{93}\text{Pu}$  ( $T_{0,5} = 2100$  s) skilimo grafikai.

44.8 p a v y z d y s. Gaukime kitą radioaktyviojo skilimo dėsnio išraišką.

Sprendimas. Į (44.19) įrašome  $\lambda$ , išreikštą iš (44.23):

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\frac{t}{T_{0,5}} \ln 2 \quad (a)$$

Antilogaritmuojame (a):

$$\frac{N}{N_0} = 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}} \quad (b)$$

Kita radioaktyviojo skilimo dėsnio forma, išreikšta pusėjimo trukme:

$$N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}} \quad (c)$$

44.9 p a v y z d y s. Kokia radioaktyviojo izotopo branduolių dalis suskils praėjus 5 pusėjimo trukmėms?

Duota:  $t = 5 T_{0,5}$ .

Rasti:  $\frac{N_{sk}}{N_0}$ .

Sprendimas. Suskilusių branduolių skaičius

$$N_{sk} = N_0 - N, \quad (a)$$

čia  $N_0$  – pradinis branduolių skaičius,  $N$  – nesuskilusių branduolių skaičius laiko momentu  $t = 5 T_{0,5}$ .

Į (a) įrašome  $N$  iš 44.8 pavyzdžio (c) formulės:

$$N_{sk} = N_0 - N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}} = N_0 (1 - 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}}) \quad (b)$$

Įrašę į (b)  $t = 5 T_{0,5}$ , gauname, kad suskilusių branduolių dalis –

$$\frac{N_{sk}}{N_0} = 1 - 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}} = 1 - 2^{-5} \approx 0,97. \quad (c)$$

Šį santykį taip pat galima rasti taikant (44.20) formulę ir išreiškiant radioaktyviojo skilimo konstantą pusėjimo trukme pagal (44.23).

44.10 p a v y z d y s. Radono izotopo  $^{222}_{86}\text{Rn}$  pusėjimo trukmė  $T_{0,5} = 3,8$  paros =  $3,3 \times 10^5$  s. Raskime, po kiek laiko suskils 99 % pradinio branduolių skaičiaus.

Duota:  $T_{0,5} = 3,3 \times 10^5$  s,  $N_{sk} = 0,99 N_0$ .

Rasti:  $t$ .

Sprendimas. Taikome 44.9 pavyzdžio (b) formulę:

$$N_{sk} = N_0 (1 - 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}}) \quad (a)$$

Iš (a) gauname:

$$\frac{N_{sk}}{N_0} = 1 - 2^{-\frac{t}{T_{0,5}}}, \quad (b)$$

$$2^{-\frac{t}{T_{0,5}}} = 1 - \frac{N_{sk}}{N_0}, \quad (c)$$

$$-\frac{t}{T_{0,5}} \ln 2 = \ln \left( 1 - \frac{N_{sk}}{N_0} \right) \quad (d)$$

Iš (d) išreiškiame ir apskaičiuojame laiką  $t$ :

$$t = -T_{0,5} \frac{\ln \left( 1 - \frac{N_{sk}}{N_0} \right)}{\ln 2} = 2,2 \times 10^6 \text{ (s)} \approx 25 \text{ (paros)}. \quad (e)$$

### 44.9. Izotopų aktyvumas

Tam tikro radioaktyviosios medžiagos kiekio (mėginio) radioaktyvumą kiekybiškai apibūdina *aktyvumas*  $A$ , lygus tikėtinų radioaktyviųjų skilimų skaičiui per laiko vienetą:

$$A = \left| \frac{dN}{dt} \right| \quad (44.26)$$

Palyginę (44.26) ir (44.17) formules gauname:

$$A = \lambda N, \quad (44.27)$$

čia  $\lambda$  – radioaktyviojo skilimo konstanta,  $N$  – radioaktyviųjų branduolių skaičius.

Aktyvumo matavimo SI vienetas *bekereelis* (Bq).  $1 \text{ Bq} = 1 \frac{\text{skilimas}}{\text{s}} = 1 \text{ s}^{-1}$ . Dažnai taiko-

mas nesisteminis aktyvumo matavimo vienetas *kiuris* (Ci).  $1 \text{ Ci} = 3,7 \times 10^{10} \text{ Bq}$ .

Medžiagos masės vieneto aktyvumas vadinamas *savituoju aktyvumu*:

$$A_w = \frac{A}{m} = \frac{\lambda N}{m}. \quad (44.28)$$

SI vienetais  $[A_w] = \frac{\text{Bq}}{\text{kg}} = \text{s}^{-1} \text{kg}^{-1}$ .

44.11 p a v y z d y s. Tarkime, kad po skilimo radioaktyvusis izotopas virsta patvariuoju (taip būna ne visada, žr. 44.10 poskyrį). Raskime izotopo aktyvumo kitimą laikui bėgant ir pa-vaizduokime jį grafiškai pusiau logaritminėje skalėje. Pagal grafiką nustatykite izotopo radioaktyviojo skilimo konstantą.

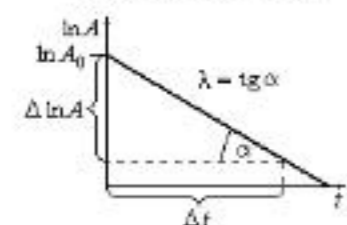
Sprendimas. Į (44.27) įrašome  $N$  išraišką (44.20):

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}, \quad (a)$$

čia  $A_0 = \lambda N_0$  – pradinis medžiagos aktyvumas (laiko momentu  $t = 0$ ).

Logaritmuojame (a):

$$\ln A = \ln A_0 - \lambda t.$$



Šios funkcijos grafikas pateiktas 380 pav. Matome, kad  $\ln A$  tiesiškai mažėja laikui bėgant. Tiesė kerta ordinačių ašį taške  $\ln A_0 = \ln(\lambda N_0)$ . Iš (b) išreikšta radioaktyviojo skilimo konstanta lygi kampo  $\alpha$  tarp grafiko ir laiko ašies tangentiui:

$$\text{tg } \alpha = \frac{\ln A_0 - \ln A}{\Delta t} = \frac{\Delta \ln A}{\Delta t} = \lambda. \quad (c)$$

380 pav. Radioaktyviojo skilimo konstantos nustatymas pagal grafiką

radioaktyviojo skilimo konstantą.

44.12 p a v y z d y s. Radioaktyviojo argono izotopo  $^{41}_{18}\text{Ar}$  pusėjimo trukmė – 110 min. Raskime 10 g šio izotopo pradinį aktyvumą ir aktyvumą praėjus vienai parai.

Duota:  $m = 0,010 \text{ kg}$ ,  $\mu = 0,041 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$ ,  $T_{0,5} = 110 \text{ min.} = 6600 \text{ s}$ ,  $t = 1 \text{ para} = 86400 \text{ s}$ .

Rasti:  $A_0$ ,  $A$ .

Sprendimas. 10 g argono atomų skaičių, kartu ir pradinį branduolių skaičių, randame pagal molekulinėje fizikoje išvedamą formulę

$$N_0 = \frac{m}{\mu} N_A. \quad (a)$$

čia  $\mu$  – medžiagos molinė (atominė) masė,  $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  – Avogadro skaičius (žr. 16.1 poskyrį).

Pradinis izotopo aktyvumas –

$$A_0 = \lambda N_0 = \frac{\ln 2}{T_{0,5}} \cdot \frac{m}{\mu} N_A \approx 1,2 \times 10^{22} \text{ (Bq)}. \quad (b)$$

Izotopo aktyvumą po paros apskaičiuojame pagal 44.10 pavyzdžio (a) formulę:

$$A = A_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{0,5}} t} \approx 1,3 \times 10^{18} \text{ (Bq)}. \quad (c)$$

Taigi po paros argono  $^{41}_{18}\text{Ar}$  aktyvumas sumažės maždaug keturiomis eilėmis.

44.13 p a v y z d y s. Urano rūdos mėginio urano izotopas  $^{235}_{92}\text{U}$  spinduliuoja  $\alpha$  daleles. Mėginio aktyvumas  $A = 9,30 \times 10^5 \text{ Bq}$ . Izotopo  $^{235}_{92}\text{U}$  pusėjimo trukmė  $T_{0,5} = 7,04 \times 10^8 \text{ metų}$ .

Raskime šio izotopo masę mėginyje. Žinodami, kad izotopas  $^{235}_{92}\text{U}$  sudaro 0,72 % viso urano masės, raskime urano masę mėginyje.

Duota:  $A = 9,30 \times 10^5 \text{ Bq}$ ,  $T_{0,5} = 7,04 \times 10^8 \text{ metų} = 2,22 \times 10^{16} \text{ s}$ ,  $m_{(^{235}\text{U})} = 7,20 \times 10^{-3} m_{(^{238}\text{U})}$ .

Rasti:  $m_{(^{235}\text{U})}$ ,  $m_{(^{238}\text{U})}$ .

Sprendimas. Izotopo  $^{235}_{92}\text{U}$  branduolių skaičių randame pagal (44.27):

$$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{A T_{0,5}}{\ln 2}. \quad (a)$$

Toks branduolių (kartu ir atomų) skaičius atitinka molių skaičių

$$\frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A}, \quad (b)$$

čia  $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  – Avogadro skaičius,  $\mu = 0,235 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$  –  $^{235}_{92}\text{U}$  molinė (atominė) masė.

Vadinasi,  $^{235}_{92}\text{U}$  izotopo masė –

$$m_{(^{235}\text{U})} = \mu \frac{N}{N_A} = \frac{\mu A T_{0,5}}{N_A \ln 2} = 0,012 \text{ (kg)}. \quad (c)$$

Viso urano masė mėginyje –

$$m_{(\text{U})} = \frac{m_{(^{235}\text{U})}}{7,2 \times 10^{-3}} = 1,67 \text{ (kg)}. \quad (d)$$

### 44.10. Radioaktyviosios sekos

Po pirminio branduolio  $\alpha$  arba  $\beta$  skilimo antrinis branduolys gali būti radioaktyvusis ir savo ruožtu skilti, virsti nauju radioaktyviuoju branduoliu ir t. t. Taip susidaro *radioaktyviosios sekos*. 3 iš jų yra gamtinės, dar vienos sekos (neptūnio, 44.1 lentelė) izotopai gamtoje jau visiškai suskilo (žr. 44.15 pavyzdį), tačiau šių skilimų virtinė atkurta laboratorijose. Gamtinės sekos prasideda masyviųjų elementų izotopais  $^{232}_{90}\text{Th}$ ,  $^{238}_{92}\text{U}$  ir  $^{235}_{92}\text{U}$ , o baigiasi atitinkamai izotopais  $^{208}_{82}\text{Pb}$ ,  $^{206}_{82}\text{Pb}$  ir  $^{207}_{82}\text{Pb}$ .

Masyviuosiuose branduoliuose padidėja elektrostatinė stūmos jėga tarp protonų, todėl branduolys gali pereiti į patvaresnę būseną, spinduliuodamas  $\alpha$  dalelę ir virsdamas kito elemento izotopu. Po kiekvieno  $\alpha$  skilimo branduolio nukleonų skaičius sumažėja 4 vienetais, o atominis skaičius – 2. Santykinis neutronų skaičius padidėja, ir branduolyje vyksta  $\beta^-$  skilimas, kurio metu vienas neutronas virsta protonu (žr. 44.6 poskyrį). Todėl radioaktyviosiose sekose  $\alpha$  ir  $\beta^-$  skilimai paprastai vyksta pakaitomis.

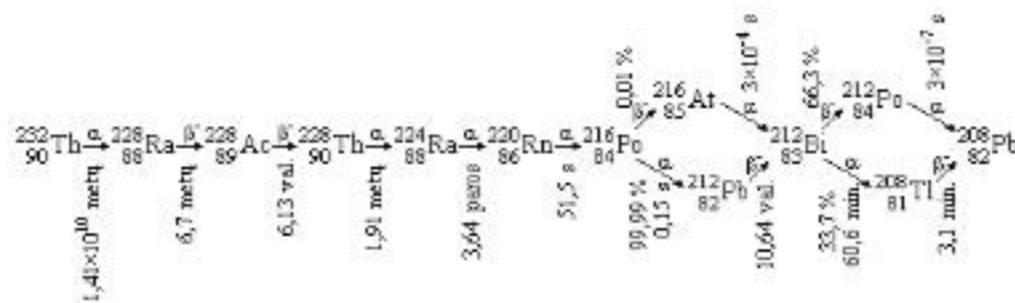
Taigi  $\alpha$  skilimo metu branduolio masės skaičius sumažėja 4 vienetais, o vykstant  $\beta^-$  skilimui – nepakinta. Dalydami tos pačios sekos izotopų masės skaičių iš 4, gauname tam tikrai

seka ta pačią būdingą liekaną  $C$ . Visų keturių radioaktyviųjų sekų branduolių masės skaičius apibrėžia formulės

$$A_{n1} = 4n, A_{n2} = 4n + 1, A_{n3} = 4n + 2, A_{n4} = 4n + 3, \quad (44.29)$$

čia  $n$  – sveikieji skaičiai ( $n \geq 51$ , nes masės skaičius  $A_n$  negali būti mažesnis už paskutiniojo sekos elemento masės skaičių).

381 pav. pavaizduoti virsmai torio radioaktyviojoje sekoje, nurodytos skilimo rūšys ir izotopų pusėjimo trukmės. Pažymėtina, kad sekoje yra dvi atšakos, kurios reiškia, kad dalies polonio  $^{216}_{84}\text{Po}$  ir bismuto  $^{212}_{83}\text{Bi}$  izotopų vyksta  $\alpha$ , o dalies –  $\beta$  skilimas (paveiksle nurodytos šios viso izotopo kiekio procentinės dalys). Jeigu įvyksta tam tikro elemento branduolio vienas  $\alpha$  skilimas ir du  $\beta$  skilimai, gaunamas to paties elemento izotopas, kurio masės skaičius yra 4 vienetais mažesnis už pradinio izotopo masės skaičių. Pavyzdžiui, taip  $^{232}_{90}\text{Th}$  virsta  $^{228}_{90}\text{Th}$ ,  $^{228}_{88}\text{Ra}$  virsta  $^{224}_{88}\text{Ra}$  (žr. 44.14 pavyzdį).



381 pav. Torio radioaktyvioji seka

Pagrindinės radioaktyviųjų sekų charakteristikos pateiktos 44.1 lentelėje.

44.1 lentelė

Radioaktyvioji seka	Masės skaičiaus formulė	Pirminis izotopas	Pusėjimo trukmė (metai)	Virsmų skaičius	Galutinis izotopas
Torio	$4n$	$^{232}_{90}\text{Th}$	$1,4 \times 10^{10}$	12	$^{208}_{82}\text{Pb}$
Neptūnio	$4n + 1$	$^{237}_{93}\text{Np}$	$2,2 \times 10^6$	13	$^{209}_{83}\text{Bi}$
Urano	$4n + 2$	$^{238}_{92}\text{U}$	$4,5 \times 10^9$	18	$^{206}_{82}\text{Pb}$
Aktinio <sup>1</sup>	$4n + 3$	$^{235}_{92}\text{U}$	$7 \times 10^8$	16	$^{207}_{82}\text{Pb}$

Išnagrinėjame paprasčiausią dviejų gretimų radioaktyviųjų sekos izotopų atvejį. Pirminių branduolių skaičius  $N_{pirm.}$  dėl skilimo mažėja, o antrinių  $N_{antr.}$  mažėja dėl jų skilimo ir didėja (pasipildo) dėl pirminių branduolių skilimo. Antrinių branduolių skaičiaus kitimą nusako lygtis

$$\frac{dN_{antr.}}{dt} = \lambda_{pirm.} N_{pirm.} - \lambda_{antr.} N_{antr.} \quad (44.30)$$

Jeigu  $\lambda_{pirm.} \ll \lambda_{antr.}$ , praėjus laikui  $t \gg T_{0,5,antr.}$  nusistovi ilgalaikė radioaktyvioji pusiausvyra, antrinių branduolių skaičius nebekinta (jų suskyla tiek, kiek pasipildo), t. y.  $\frac{dN_{antr.}}{dt} = 0$ .

Tada iš (44.30) gauname ilgalaikės radioaktyviosios pusiausvyros sąlygą:

$$\lambda_{pirm.} N_{pirm.} = \lambda_{antr.} N_{antr.} \quad (44.31)$$

<sup>1</sup> Šis pavadinimas atsirado todėl, kad prieš aktinį  $^{227}_{88}\text{Ac}$  esantys trys sekos nariai ( $^{231}_{91}\text{Pa}$ ,  $^{231}_{91}\text{Th}$  ir  $^{231}_{92}\text{U}$ ) buvo atrasti vėliau.

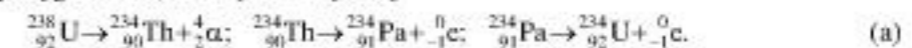
arba

$$\frac{N_{pirm.}}{N_{antr.}} = \frac{\lambda_{antr.}}{\lambda_{pirm.}} = \frac{T_{0,5,pirm.}}{T_{0,5,antr.}} \quad (44.32)$$

(44.32) reiškia, kad esant ilgalaikiai radioaktyviajai pusiausvyrai, abiejų – pirminio ir antrinio – izotopų branduolių kiekiai tiesiog proporcingi jų skilimo pusamžiams, o šių izotopų kiekių aktyvumai yra vienodi ((44.27) ir (44.31) formulės). (44.32) sąsaja galioja ir tolesniems sekos izotopams, jei jų pusėjimo trukmė daug mažesnė už pirminio izotopo pusėjimo trukmę.

44.14 p a v y z d y s. Raskime, kuo virs  $^{238}_{92}\text{U}$  izotopas po vieno  $\alpha$  ir dviejų  $\beta^-$  skilimų.

Sprendimas. Atsakymą gauname, surašę skilimų seką:



Taigi  $^{238}_{92}\text{U}$  virs kitu urano izotopu –  $^{234}_{92}\text{U}$ .

44.15 p a v y z d y s. Laikydami, kad Žemės plutos amžius  $t = 4,5 \times 10^9$  metų, raskime, kokios pradinių torio  $^{232}_{90}\text{Th}$  ( $T_{0,5} = 1,4 \times 10^{10}$  metų), urano  $^{238}_{92}\text{U}$  ( $T_{0,5} = 4,5 \times 10^9$  metų), urano  $^{235}_{92}\text{U}$  ( $T_{0,5} = 7,1 \times 10^8$  metų) ir neptūnio  $^{237}_{93}\text{Np}$  ( $T_{0,5} = 2,1 \times 10^6$  metų) kiekių dalys liko Žemės plutoje.

Sprendimas. Iš radioaktyviojo skilimo dėsnio (44.20) matome, kad po  $t$  laiko likusią izotopo dalį nusako formulė

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{0,5}} t} \quad (a)$$

Įrašę į (a) skaitines dydžių reikšmes, gauname, kad torio  $^{232}_{90}\text{Th}$  likusi dalis  $\frac{N}{N_0} = 0,80$ ;

urano  $^{238}_{92}\text{U}$  – 0,50; urano  $^{235}_{92}\text{U}$  – 0,01; neptūnio  $^{237}_{93}\text{Np}$  –  $1,3 \times 10^{-633} = 0$ .

44.16 p a v y z d y s. Vienas iš urano  $^{238}_{92}\text{U}$  ( $T_{0,5(\text{U})} = 4,5 \times 10^9$  metų) radioaktyviosios sekos narių yra radis  $^{226}_{88}\text{Ra}$  ( $T_{0,5(\text{Ra})} = 1,6 \times 10^3$  metų). Urano rūdoje yra ir urano, ir radžio. Kokia urano masė rūdoje atitinka 1 g radžio?

Duota:  $T_{0,5(\text{U})} = 4,5 \times 10^9$  metų,  $T_{0,5(\text{Ra})} = 1,6 \times 10^3$  metų,  $A_{\text{U}} = 238$ ,  $A_{\text{Ra}} = 226$ ,  $m_{\text{Ra}} = 10^{-3}$  kg.

Rasti:  $m_{\text{U}}$ .

Sprendimas. Palyginę urano ir radžio pusėjimo trukmes matome, kad tarp šių izotopų nusistovėjo ilgalaikė radioaktyvioji pusiausvyra. Taikydami (44.31) lygtį gauname urano ir radžio branduolių skaičių santykį:

$$\frac{N_{\text{U}}}{N_{\text{Ra}}} = \frac{T_{0,5(\text{U})}}{T_{0,5(\text{Ra})}} \quad (a)$$

Kad gautume šių izotopų masių santykį, (a) turime padauginti iš urano ir radžio atominių masių santykio:

$$\frac{m_{\text{U}}}{m_{\text{Ra}}} = \frac{N_{\text{U}}}{N_{\text{Ra}}} \cdot \frac{A_{\text{U}}}{A_{\text{Ra}}} = \frac{T_{0,5(\text{U})}}{T_{0,5(\text{Ra})}} \cdot \frac{A_{\text{U}}}{A_{\text{Ra}}} \quad (b)$$

Iš (b) gauname:

$$m_{\text{U}} = \frac{T_{0,5(\text{U})}}{T_{0,5(\text{Ra})}} \cdot \frac{A_{\text{U}}}{A_{\text{Ra}}} m_{\text{Ra}} = 2962 \text{ kg}. \quad (c)$$

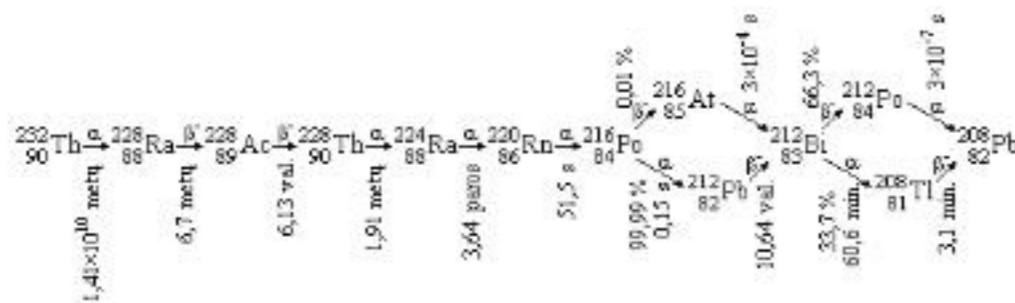
Vadinasi, urano rūdoje vieną gramą radžio atitinka beveik trys tonos urano.

seka ta pačią būdingą liekaną  $C$ . Visų keturių radioaktyviųjų sekų branduolių masės skaičius apibrėžia formulės

$$A_{n1} = 4n, A_{n2} = 4n + 1, A_{n3} = 4n + 2, A_{n4} = 4n + 3, \quad (44.29)$$

čia  $n$  – sveikieji skaičiai ( $n \geq 51$ , nes masės skaičius  $A_n$  negali būti mažesnis už paskutiniojo sekos elemento masės skaičių).

381 pav. pavaizduoti virsmai torio radioaktyviojoje sekoje, nurodytos skilimo rūšys ir izotopų pusėjimo trukmės. Pažymėtina, kad sekoje yra dvi atšakos, kurios reiškia, kad dalies polonio  $^{216}\text{Po}$  ir bismuto  $^{212}\text{Bi}$  izotopų vyksta  $\alpha$ , o dalies –  $\beta$  skilimas (paveiksle nurodytos šios viso izotopo kiekio procentinės dalys). Jeigu įvyksta tam tikro elemento branduolio vienas  $\alpha$  skilimas ir du  $\beta$  skilimai, gaunamas to paties elemento izotopas, kurio masės skaičius yra 4 vienetais mažesnis už pradinio izotopo masės skaičių. Pavyzdžiui, taip  $^{232}\text{Th}$  virsta  $^{228}\text{Th}$ ,  $^{228}\text{Ra}$  virsta  $^{224}\text{Ra}$  (žr. 44.14 pavyzdį).



381 pav. Torio radioaktyvioji seka

Pagrindinės radioaktyviųjų sekų charakteristikos pateiktos 44.1 lentelėje.

44.1 lentelė

Radioaktyvioji seka	Masės skaičiaus formulė	Pirminis izotopas	Pusėjimo trukmė (metai)	Virsmų skaičius	Galutinis izotopas
Torio	$4n$	$^{232}_{90}\text{Th}$	$1,4 \times 10^{10}$	12	$^{208}_{82}\text{Pb}$
Neptūnio	$4n + 1$	$^{237}_{93}\text{Np}$	$2,2 \times 10^6$	13	$^{209}_{83}\text{Bi}$
Urano	$4n + 2$	$^{238}_{92}\text{U}$	$4,5 \times 10^9$	18	$^{206}_{82}\text{Pb}$
Aktinio <sup>1</sup>	$4n + 3$	$^{235}_{92}\text{U}$	$7 \times 10^8$	16	$^{207}_{82}\text{Pb}$

Išnagrinėkime paprasčiausią dviejų gretimų radioaktyviųjų sekos izotopų atvejį. Pirminių branduolių skaičius  $N_{pirm.}$  dėl skilimo mažėja, o antrinių  $N_{antr.}$  mažėja dėl jų skilimo ir didėja (pasipildo) dėl pirminių branduolių skilimo. Antrinių branduolių skaičiaus kitimą nusako lygtis

$$\frac{dN_{antr.}}{dt} = \lambda_{pirm.} N_{pirm.} - \lambda_{antr.} N_{antr.} \quad (44.30)$$

Jeigu  $\lambda_{pirm.} \ll \lambda_{antr.}$ , praėjus laikui  $t \gg T_{0,5,antr.}$  nusistovi ilgalaikė radioaktyvioji pusiausvyra, antrinių branduolių skaičius nebekinta (jų suskyla tiek, kiek pasipildo), t. y.  $\frac{dN_{antr.}}{dt} = 0$ .

Tada iš (44.30) gauname ilgalaikės radioaktyviosios pusiausvyros sąlygą:

$$\lambda_{pirm.} N_{pirm.} = \lambda_{antr.} N_{antr.} \quad (44.31)$$

<sup>1</sup> Šis pavadinimas atsirado todėl, kad prieš aktinį  $^{227}_{88}\text{Ac}$  esantys trys sekos nariai ( $^{231}_{91}\text{Pa}$ ,  $^{231}_{91}\text{Th}$  ir  $^{231}_{92}\text{U}$ ) buvo atrasti vėliau.

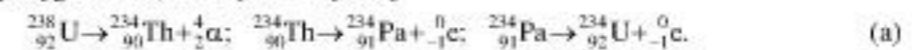
arba

$$\frac{N_{pirm.}}{N_{antr.}} = \frac{\lambda_{antr.}}{\lambda_{pirm.}} = \frac{T_{0,5,pirm.}}{T_{0,5,antr.}} \quad (44.32)$$

(44.32) reiškia, kad esant ilgalaikiai radioaktyviajai pusiausvyrai, abiejų – pirminio ir antrinio – izotopų branduolių kiekiai tiesiog proporcingi jų skilimo pusamžiams, o šių izotopų kiekių aktyvumai yra vienodi ((44.27) ir (44.31) formulės). (44.32) sąsaja galioja ir tolesniems sekos izotopams, jei jų pusėjimo trukmė daug mažesnė už pirminio izotopo pusėjimo trukmę.

44.14 p a v y z d y s. Raskime, kuo virs  $^{238}_{92}\text{U}$  izotopas po vieno  $\alpha$  ir dviejų  $\beta^-$  skilimų.

Sprendimas. Atsakymą gauname, surašę skilimų seką:



Taigi  $^{238}_{92}\text{U}$  virs kitu urano izotopu –  $^{234}_{92}\text{U}$ .

44.15 p a v y z d y s. Laikydami, kad Žemės plutos amžius  $t = 4,5 \times 10^9$  metų, raskime, kokios pradinių torio  $^{232}_{90}\text{Th}$  ( $T_{0,5} = 1,4 \times 10^{10}$  metų), urano  $^{238}_{92}\text{U}$  ( $T_{0,5} = 4,5 \times 10^9$  metų), urano  $^{235}_{92}\text{U}$  ( $T_{0,5} = 7,1 \times 10^8$  metų) ir neptūnio  $^{237}_{93}\text{Np}$  ( $T_{0,5} = 2,1 \times 10^6$  metų) kiekių dalys liko Žemės plutoje.

Sprendimas. Iš radioaktyviojo skilimo dėsnio (44.20) matome, kad po  $t$  laiko likusią izotopo dalį nusako formulė

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{0,5}} t} \quad (a)$$

Įrašę į (a) skaitines dydžių reikšmes, gauname, kad torio  $^{232}_{90}\text{Th}$  likusi dalis  $\frac{N}{N_0} = 0,80$ ;

urano  $^{238}_{92}\text{U}$  – 0,50; urano  $^{235}_{92}\text{U}$  – 0,01; neptūnio  $^{237}_{93}\text{Np}$  –  $1,3 \times 10^{-633} = 0$ .

44.16 p a v y z d y s. Vienas iš urano  $^{238}_{92}\text{U}$  ( $T_{0,5(\text{U})} = 4,5 \times 10^9$  metų) radioaktyviosios sekos narių yra radis  $^{226}_{88}\text{Ra}$  ( $T_{0,5(\text{Ra})} = 1,6 \times 10^3$  metų). Urano rūdoje yra ir urano, ir radžio. Kokia urano masė rūdoje atitinka 1 g radžio?

Duota:  $T_{0,5(\text{U})} = 4,5 \times 10^9$  metų,  $T_{0,5(\text{Ra})} = 1,6 \times 10^3$  metų,  $A_{\text{U}} = 238$ ,  $A_{\text{Ra}} = 226$ ,  $m_{\text{Ra}} = 10^{-3}$  kg.

Rasti:  $m_{\text{U}}$ .

Sprendimas. Palyginę urano ir radžio pusėjimo trukmes matome, kad tarp šių izotopų nusistovėjo ilgalaikė radioaktyvioji pusiausvyra. Taikydami (44.31) lygtį gauname urano ir radžio branduolių skaičių santykį:

$$\frac{N_{\text{U}}}{N_{\text{Ra}}} = \frac{T_{0,5(\text{U})}}{T_{0,5(\text{Ra})}} \quad (a)$$

Kad gautume šių izotopų masių santykį, (a) turime padauginti iš urano ir radžio atominių masių santykio:

$$\frac{m_{\text{U}}}{m_{\text{Ra}}} = \frac{N_{\text{U}}}{N_{\text{Ra}}} \cdot \frac{A_{\text{U}}}{A_{\text{Ra}}} = \frac{T_{0,5(\text{U})}}{T_{0,5(\text{Ra})}} \cdot \frac{A_{\text{U}}}{A_{\text{Ra}}} \quad (b)$$

Iš (b) gauname:

$$m_{\text{U}} = \frac{T_{0,5(\text{U})}}{T_{0,5(\text{Ra})}} \cdot \frac{A_{\text{U}}}{A_{\text{Ra}}} m_{\text{Ra}} = 2962 \text{ kg}. \quad (c)$$

Vadinasi, urano rūdoje vieną gramą radžio atitinka beveik trys tonos urano.

seka ta pačią būdingą liekaną  $C$ . Visų keturių radioaktyviųjų sekų branduolių masės skaičius apibrėžia formulės

$$A_{n1} = 4n, A_{n2} = 4n + 1, A_{n3} = 4n + 2, A_{n4} = 4n + 3, \quad (44.29)$$

čia  $n$  – sveikieji skaičiai ( $n \geq 51$ , nes masės skaičius  $A_n$  negali būti mažesnis už paskutiniojo sekos elemento masės skaičių).

381 pav. pavaizduoti virsmai torio radioaktyviojoje sekoje, nurodytos skilimo rūšys ir izotopų pusėjimo trukmės. Pažymėtina, kad sekoje yra dvi atšakos, kurios reiškia, kad dalies polonio  $^{216}_{84}\text{Po}$  ir bismuto  $^{212}_{83}\text{Bi}$  izotopų vyksta  $\alpha$ , o dalies –  $\beta$  skilimas (paveiksle nurodytos šios viso izotopo kiekio procentinės dalys). Jeigu įvyksta tam tikro elemento branduolio vienas  $\alpha$  skilimas ir du  $\beta$  skilimai, gaunamas to paties elemento izotopas, kurio masės skaičius yra 4 vienetais mažesnis už pradinio izotopo masės skaičių. Pavyzdžiui, taip  $^{232}_{90}\text{Th}$  virsta  $^{228}_{90}\text{Th}$ ,  $^{228}_{88}\text{Ra}$  virsta  $^{224}_{88}\text{Ra}$  (žr. 44.14 pavyzdį).



381 pav. Torio radioaktyvioji seka

Pagrindinės radioaktyviųjų sekų charakteristikos pateiktos 44.1 lentelėje.

44.1 lentelė

Radioaktyvioji seka	Masės skaičiaus formulė	Pirminis izotopas	Pusėjimo trukmė (metai)	Virsmų skaičius	Galutinis izotopas
Torio	$4n$	$^{232}_{90}\text{Th}$	$1,4 \times 10^{10}$	12	$^{208}_{82}\text{Pb}$
Neptūnio	$4n + 1$	$^{237}_{93}\text{Np}$	$2,2 \times 10^6$	13	$^{209}_{83}\text{Bi}$
Urano	$4n + 2$	$^{238}_{92}\text{U}$	$4,5 \times 10^9$	18	$^{206}_{82}\text{Pb}$
Aktinio <sup>1</sup>	$4n + 3$	$^{235}_{92}\text{U}$	$7 \times 10^8$	16	$^{207}_{82}\text{Pb}$

Išnagrinėjame paprasčiausią dviejų gretimų radioaktyviųjų sekos izotopų atvejį. Pirminių branduolių skaičius  $N_{pirm.}$  dėl skilimo mažėja, o antrinių  $N_{antr.}$  mažėja dėl jų skilimo ir didėja (pasipildo) dėl pirminių branduolių skilimo. Antrinių branduolių skaičiaus kitimą nusako lygtis

$$\frac{dN_{antr.}}{dt} = \lambda_{pirm.} N_{pirm.} - \lambda_{antr.} N_{antr.} \quad (44.30)$$

Jeigu  $\lambda_{pirm.} \ll \lambda_{antr.}$ , praėjus laikui  $t \gg T_{0,5,antr.}$  nusistovi ilgalaikė radioaktyvioji pusiausvyra, antrinių branduolių skaičius nebekinta (jų suskyla tiek, kiek pasipildo), t. y.  $\frac{dN_{antr.}}{dt} = 0$ .

Tada iš (44.30) gauname ilgalaikės radioaktyviosios pusiausvyros sąlygą:

$$\lambda_{pirm.} N_{pirm.} = \lambda_{antr.} N_{antr.} \quad (44.31)$$

<sup>1</sup> Šis pavadinimas atsirado todėl, kad prieš aktinį  $^{227}_{88}\text{Ac}$  esantys trys sekos nariai ( $^{231}_{91}\text{Pa}$ ,  $^{231}_{91}\text{Th}$  ir  $^{231}_{92}\text{U}$ ) buvo atrasti vėliau.

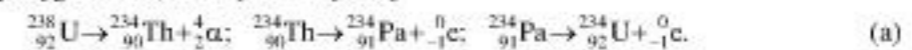
arba

$$\frac{N_{pirm.}}{N_{antr.}} = \frac{\lambda_{antr.}}{\lambda_{pirm.}} = \frac{T_{0,5,pirm.}}{T_{0,5,antr.}} \quad (44.32)$$

(44.32) reiškia, kad esant ilgalaikiai radioaktyviajai pusiausvyrai, abiejų – pirminio ir antrinio – izotopų branduolių kiekiai tiesiog proporcingi jų skilimo pusamžiams, o šių izotopų kiekių aktyvumai yra vienodi ((44.27) ir (44.31) formulės). (44.32) sąsaja galioja ir tolesniems sekos izotopams, jei jų pusėjimo trukmė daug mažesnė už pirminio izotopo pusėjimo trukmę.

44.14 p a v y z d y s. Raskime, kuo virs  $^{238}_{92}\text{U}$  izotopas po vieno  $\alpha$  ir dviejų  $\beta^-$  skilimų.

Sprendimas. Atsakymą gauname, surašę skilimų seką:



Taigi  $^{238}_{92}\text{U}$  virs kitu urano izotopu –  $^{234}_{92}\text{U}$ .

44.15 p a v y z d y s. Laikydami, kad Žemės plutos amžius  $t = 4,5 \times 10^9$  metų, raskime, kokios pradinių torio  $^{232}_{90}\text{Th}$  ( $T_{0,5} = 1,4 \times 10^{10}$  metų), urano  $^{238}_{92}\text{U}$  ( $T_{0,5} = 4,5 \times 10^9$  metų), urano  $^{235}_{92}\text{U}$  ( $T_{0,5} = 7,1 \times 10^8$  metų) ir neptūnio  $^{237}_{93}\text{Np}$  ( $T_{0,5} = 2,1 \times 10^6$  metų) kiekių dalys liko Žemės plutoje.

Sprendimas. Iš radioaktyviojo skilimo dėsnio (44.20) matome, kad po  $t$  laiko likusią izotopo dalį nusako formulė

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{0,5}} t} \quad (a)$$

Įrašę į (a) skaitines dydžių reikšmes, gauname, kad torio  $^{232}_{90}\text{Th}$  likusi dalis  $\frac{N}{N_0} = 0,80$ ;

urano  $^{238}_{92}\text{U}$  – 0,50; urano  $^{235}_{92}\text{U}$  – 0,01; neptūnio  $^{237}_{93}\text{Np}$  –  $1,3 \times 10^{-633} = 0$ .

44.16 p a v y z d y s. Vienas iš urano  $^{238}_{92}\text{U}$  ( $T_{0,5(\text{U})} = 4,5 \times 10^9$  metų) radioaktyviosios sekos narių yra radis  $^{226}_{88}\text{Ra}$  ( $T_{0,5(\text{Ra})} = 1,6 \times 10^3$  metų). Urano rūdoje yra ir urano, ir radžio. Kokia urano masė rūdoje atitinka 1 g radžio?

Duota:  $T_{0,5(\text{U})} = 4,5 \times 10^9$  metų,  $T_{0,5(\text{Ra})} = 1,6 \times 10^3$  metų,  $A_{\text{U}} = 238$ ,  $A_{\text{Ra}} = 226$ ,  $m_{\text{Ra}} = 10^{-3}$  kg.

Rasti:  $m_{\text{U}}$ .

Sprendimas. Palyginę urano ir radžio pusėjimo trukmes matome, kad tarp šių izotopų nusistovėjo ilgalaikė radioaktyvioji pusiausvyra. Taikydami (44.31) lygtį gauname urano ir radžio branduolių skaičių santykį:

$$\frac{N_{\text{U}}}{N_{\text{Ra}}} = \frac{T_{0,5(\text{U})}}{T_{0,5(\text{Ra})}} \quad (a)$$

Kad gautume šių izotopų masių santykį, (a) turime padauginti iš urano ir radžio atominių masių santykio:

$$\frac{m_{\text{U}}}{m_{\text{Ra}}} = \frac{N_{\text{U}}}{N_{\text{Ra}}} \cdot \frac{A_{\text{U}}}{A_{\text{Ra}}} = \frac{T_{0,5(\text{U})}}{T_{0,5(\text{Ra})}} \cdot \frac{A_{\text{U}}}{A_{\text{Ra}}} \quad (b)$$

Iš (b) gauname:

$$m_{\text{U}} = \frac{T_{0,5(\text{U})}}{T_{0,5(\text{Ra})}} \cdot \frac{A_{\text{U}}}{A_{\text{Ra}}} m_{\text{Ra}} = 2962 \text{ kg}. \quad (c)$$

Vadinasi, urano rūdoje vieną gramą radžio atitinka beveik trys tonos urano.

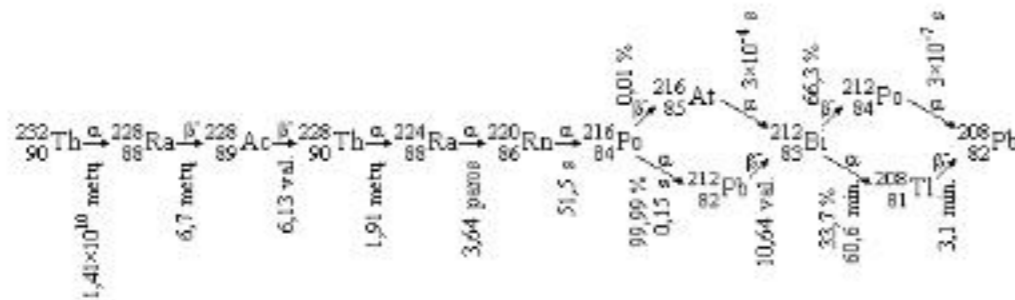


seka ta pačią būdingą liekaną  $C$ . Visų keturių radioaktyviųjų sekų branduolių masės skaičius apibrėžia formulės

$$A_{n1} = 4n, A_{n2} = 4n + 1, A_{n3} = 4n + 2, A_{n4} = 4n + 3, \quad (44.29)$$

čia  $n$  – sveikieji skaičiai ( $n \geq 51$ , nes masės skaičius  $A_n$  negali būti mažesnis už paskutiniojo sekos elemento masės skaičių).

381 pav. pavaizduoti virsmai torio radioaktyviojoje sekoje, nurodytos skilimo rūšys ir izotopų pusėjimo trukmės. Pažymėtina, kad sekoje yra dvi atšakos, kurios reiškia, kad dalies polonio  $^{216}\text{Po}$  ir bismuto  $^{212}\text{Bi}$  izotopų vyksta  $\alpha$ , o dalies –  $\beta$  skilimas (paveiksle nurodytos šios viso izotopo kiekio procentinės dalys). Jeigu įvyksta tam tikro elemento branduolio vienas  $\alpha$  skilimas ir du  $\beta$  skilimai, gaunamas to paties elemento izotopas, kurio masės skaičius yra 4 vienetais mažesnis už pradinio izotopo masės skaičių. Pavyzdžiui, taip  $^{232}\text{Th}$  virsta  $^{228}\text{Th}$ ,  $^{228}\text{Ra}$  virsta  $^{224}\text{Ra}$  (žr. 44.14 pavyzdį).



381 pav. Torio radioaktyvioji seka

Pagrindinės radioaktyviųjų sekų charakteristikos pateiktos 44.1 lentelėje.

44.1 lentelė

Radioaktyvioji seka	Masės skaičiaus formulė	Pirminis izotopas	Pusėjimo trukmė (metai)	Virsmų skaičius	Galutinis izotopas
Torio	$4n$	$^{232}_{90}\text{Th}$	$1,4 \times 10^{10}$	12	$^{208}_{82}\text{Pb}$
Neptūnio	$4n + 1$	$^{237}_{93}\text{Np}$	$2,2 \times 10^6$	13	$^{209}_{83}\text{Bi}$
Urano	$4n + 2$	$^{238}_{92}\text{U}$	$4,5 \times 10^9$	18	$^{206}_{82}\text{Pb}$
Aktinio <sup>1</sup>	$4n + 3$	$^{235}_{92}\text{U}$	$7 \times 10^8$	16	$^{207}_{82}\text{Pb}$

Išnagrinėjame paprasčiausią dviejų gretimų radioaktyviųjų sekos izotopų atvejį. Pirminių branduolių skaičius  $N_{pirm.}$  dėl skilimo mažėja, o antrinių  $N_{antr.}$  mažėja dėl jų skilimo ir didėja (pasipildo) dėl pirminių branduolių skilimo. Antrinių branduolių skaičiaus kitimą nusako lygtis

$$\frac{dN_{antr.}}{dt} = \lambda_{pirm.} N_{pirm.} - \lambda_{antr.} N_{antr.} \quad (44.30)$$

Jeigu  $\lambda_{pirm.} \ll \lambda_{antr.}$ , praėjus laikui  $t \gg T_{0,5,antr.}$  nusistovi ilgalaikė radioaktyvioji pusiausvyra, antrinių branduolių skaičius nebekinta (jų suskyla tiek, kiek pasipildo), t. y.  $\frac{dN_{antr.}}{dt} = 0$ .

Tada iš (44.30) gauname ilgalaikės radioaktyviosios pusiausvyros sąlygą:

$$\lambda_{pirm.} N_{pirm.} = \lambda_{antr.} N_{antr.} \quad (44.31)$$

<sup>1</sup> Šis pavadinimas atsirado todėl, kad prieš aktinį  $^{227}_{88}\text{Ac}$  esantys trys sekos nariai ( $^{231}_{91}\text{Pa}$ ,  $^{231}_{91}\text{Th}$  ir  $^{231}_{92}\text{U}$ ) buvo atrasti vėliau.

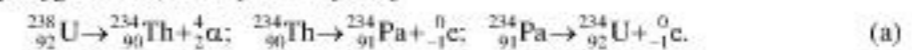
arba

$$\frac{N_{pirm.}}{N_{antr.}} = \frac{\lambda_{antr.}}{\lambda_{pirm.}} = \frac{T_{0,5,pirm.}}{T_{0,5,antr.}} \quad (44.32)$$

(44.32) reiškia, kad esant ilgalaikiai radioaktyviajai pusiausvyrai, abiejų – pirminio ir antrinio – izotopų branduolių kiekiai tiesiog proporcingi jų skilimo pusamžiams, o šių izotopų kiekių aktyvumai yra vienodi ((44.27) ir (44.31) formulės). (44.32) sąsaja galioja ir tolesniems sekos izotopams, jei jų pusėjimo trukmė daug mažesnė už pirminio izotopo pusėjimo trukmę.

44.14 p a v y z d y s. Raskime, kuo virs  $^{238}_{92}\text{U}$  izotopas po vieno  $\alpha$  ir dviejų  $\beta^-$  skilimų.

Sprendimas. Atsakymą gauname, surašę skilimų seką:



Taigi  $^{238}_{92}\text{U}$  virs kitu urano izotopu –  $^{234}_{92}\text{U}$ .

44.15 p a v y z d y s. Laikydami, kad Žemės plutos amžius  $t = 4,5 \times 10^9$  metų, raskime, kokios pradinių torio  $^{232}_{90}\text{Th}$  ( $T_{0,5} = 1,4 \times 10^{10}$  metų), urano  $^{238}_{92}\text{U}$  ( $T_{0,5} = 4,5 \times 10^9$  metų), urano  $^{235}_{92}\text{U}$  ( $T_{0,5} = 7,1 \times 10^8$  metų) ir neptūnio  $^{237}_{93}\text{Np}$  ( $T_{0,5} = 2,1 \times 10^6$  metų) kiekių dalys liko Žemės plutoje.

Sprendimas. Iš radioaktyviojo skilimo dėsnio (44.20) matome, kad po  $t$  laiko likusią izotopo dalį nusako formulė

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-\frac{\ln 2}{T_{0,5}} t} \quad (a)$$

Įrašę į (a) skaitines dydžių reikšmes, gauname, kad torio  $^{232}_{90}\text{Th}$  likusi dalis  $\frac{N}{N_0} = 0,80$ ;

urano  $^{238}_{92}\text{U}$  – 0,50; urano  $^{235}_{92}\text{U}$  – 0,01; neptūnio  $^{237}_{93}\text{Np}$  –  $1,3 \times 10^{-633} = 0$ .

44.16 p a v y z d y s. Vienas iš urano  $^{238}_{92}\text{U}$  ( $T_{0,5(\text{U})} = 4,5 \times 10^9$  metų) radioaktyviosios sekos narių yra radis  $^{226}_{88}\text{Ra}$  ( $T_{0,5(\text{Ra})} = 1,6 \times 10^3$  metų). Urano rūdoje yra ir urano, ir radžio. Kokia urano masė rūdoje atitinka 1 g radžio?

Duota:  $T_{0,5(\text{U})} = 4,5 \times 10^9$  metų,  $T_{0,5(\text{Ra})} = 1,6 \times 10^3$  metų,  $A_{\text{U}} = 238$ ,  $A_{\text{Ra}} = 226$ ,  $m_{\text{Ra}} = 10^{-3}$  kg.

Rasti:  $m_{\text{U}}$ .

Sprendimas. Palyginę urano ir radžio pusėjimo trukmes matome, kad tarp šių izotopų nusistovėjo ilgalaikė radioaktyvioji pusiausvyra. Taikydami (44.31) lygtį gauname urano ir radžio branduolių skaičių santykį:

$$\frac{N_{\text{U}}}{N_{\text{Ra}}} = \frac{T_{0,5(\text{U})}}{T_{0,5(\text{Ra})}} \quad (a)$$

Kad gautume šių izotopų masių santykį, (a) turime padauginti iš urano ir radžio atominių masių santykio:

$$\frac{m_{\text{U}}}{m_{\text{Ra}}} = \frac{N_{\text{U}}}{N_{\text{Ra}}} \cdot \frac{A_{\text{U}}}{A_{\text{Ra}}} = \frac{T_{0,5(\text{U})}}{T_{0,5(\text{Ra})}} \cdot \frac{A_{\text{U}}}{A_{\text{Ra}}} \quad (b)$$

Iš (b) gauname:

$$m_{\text{U}} = \frac{T_{0,5(\text{U})}}{T_{0,5(\text{Ra})}} \cdot \frac{A_{\text{U}}}{A_{\text{Ra}}} m_{\text{Ra}} = 2962 \text{ kg}. \quad (c)$$

Vadinasi, urano rūdoje vieną gramą radžio atitinka beveik trys tonos urano.

#### 44.11. Radioaktyviųjų izotopų taikymas

Radioaktyvieji izotopai taikomi įvairiose mokslo, technikos, medicinos, biologijos srityse. Aptarsime keletą būdingiausių atvejų.

**Izotopinių indikatorių metodas.** *Izotopiniai indikatoriai* – tai medžiagos, kurių cheminių elementų izotopinė sudėtis dirbtinai pakeista ir skiriasi nuo gamtinės sudėties. Radioaktyviuosius izotopus lengva registruoti net esant labai mažam jų kiekiui (žr. 44.15 poskyrį). Antra vertus, radioaktyviųjų izotopų cheminės savybės tokios pačios kaip ir neradioaktyviųjų, todėl iš esmės jie vienodai dalyvauja cheminiuose ir biologiniuose vyksmuose. Tai leidžia „žymėti“ atomus bei molekules ir stebėti jų sklaidimą, aktyvumo kitimą fizikiniuose, cheminiuose, biologiniuose procesuose. Pavyzdžiui, patręšus dirvą radioaktyviuoju fosforu  $^{32}_{15}\text{P}$  pažymėtomis trašomis, galima stebėti, kaip augalai jas pasisavina.

„Žymėtieji“ atomai taikomi medicinoje nustatant medžiagų apykaitą organizme, kraujo plazmos tūrį ir eritrocitų kiekį, skydliaukės ir kitų organų funkcionavimą. Kai kurie izotopai kaupiasi navikų vystymosi vietose, todėl izotopų aktyvumo matavimas taikomas diagnostikoje.

Technikoje panašiai tiriama technologiniai procesai ir techninių sistemų parametrai, kai jie yra nepasiekiami iš išorės. Pagal izotopų nutekėjimą galima lengvai nustatyti, pavyzdžiui, talpų ir vamzdinių nesandarumą.

Trumpaamžiai  $\beta$  radioaktyvieji izotopai taikomi analizinėje chemijoje (aktyvacinė analizė).

Radioaktyviųjų izotopų matavimo metodais atliekamos labai subtilios analizės. Tai laiduoja šių metodų taikymą kriminalistikoje.

Suprantama, kad visais minėtais atvejais taikomi tokie izotopai ir tokiais kiekiais, kad jie būtų nekenksmingi.

**Izotopinė chronologija.** Tai uolienų, mineralų, senovės žmonijos kultūros pėdsakų amžiaus nustatymas remiantis radioaktyviųjų izotopų pusėjimo trukmės pastovumu. Tarkime, kad uolienos pradinis radioaktyviųjų branduolių skaičius  $N_0$ . Praėjus laikui  $t$  uolienoje jų lieka  $N_t = N_0 e^{-\lambda t}$ . Vadinasi,  $N_{\text{patv.}} = N_0 - N_t$  branduolių tapo patvariuoju izotopu (čia laikome, kad galioja ilgalaikės radioaktyviosios pusiausvyros sąlyga, žr. 44.10 poskyrį). Tada uolienoje esančių izotopų sąsaja šiuo momentu:

$$N_t = (N_t + N_{\text{patv.}}) e^{-\lambda t}, \quad (44.33)$$

arba

$$N_{\text{patv.}} = N_t (e^{\lambda t} - 1), \quad (44.34)$$

čia  $N_t$  – radioaktyviųjų,  $N_{\text{patv.}}$  – patvariųjų branduolių skaičius šiuo momentu.

Iš (44.34) uolienos amžius –

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \left( 1 + \frac{N_{\text{patv.}}}{N_t} \right), \quad (44.35)$$

čia  $\lambda$  yra žinomas, o dydžiai  $N_t$  ir  $N_{\text{patv.}}$  išmatuojami.

Tiriant uolienas, mineralus matuojama, pavyzdžiui,  $^{238}_{92}\text{U}$  sekos galutinio izotopo  $^{206}_{82}\text{Pb}$  kiekis arba analizuojama  $^{87}_{37}\text{Rb}$   $\beta^-$  skilimas ir virtimas  $^{87}_{38}\text{Sr}$ .

Jei objekto amžius trumpesnis nei 60 000 metų, taikomas radioaktyviojo anglies izotopo  $^{14}_6\text{C}$  (radioanglies) aktyvumo matavimo būdas. Žemės atmosferoje dėl kosminės spinduliuotės (žr. 45.2 poskyrį) poveikio azotas  $^{14}_7\text{N}$  virsta anglies izotopu  $^{14}_6\text{C}$ , kurio  $T_{0,5} = 5700$  metų. Ore, augmenijoje, gyvūnijoje yra žinomas pastovus šio izotopo, skaičiuojant anglies atomus vienam

moliui, aktyvumas. Mirusiuose organizmuose apykaita su atmosfera nebevyksta, ir izotopo  $^{14}_6\text{C}$  aktyvumas mažėja. Pagal tai nustatomas organinių liekanų amžius.

44.17 p a v y z d y s. Tarkime, kad urano rūdoje švino  $^{206}_{82}\text{Pb}$  ir urano  $^{238}_{92}\text{U}$  kiekių santykis lygus 0,95. Raskime rūdos amžių.

**Duota:**  $T_{0,5(\text{U})} = 4,5 \times 10^9$  metų,  $\frac{N_{\text{Pb}}}{N_{\text{U}}} = 0,95$ .

**Rasti:**  $t$ .

**Sprendimas.** Rūdos amžių randame pagal (44.35) formulę:

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \left( 1 + \frac{N_{\text{Pb}}}{N_{\text{U}}} \right) = \frac{T_{0,5(\text{U})}}{\ln 2} \ln \left( 1 + \frac{N_{\text{Pb}}}{N_{\text{U}}} \right) = 4,3 \times 10^9 \text{ (metų)}. \quad (a)$$

Iš tikrųjų seniausio urano mineralo amžius  $t = 4,5 \times 10^9$  metų.

#### 44.12. $\gamma$ spinduliuotė

$\gamma$  spinduliuote vadinamas didelės energijos  $\gamma$  kvantų srautas, t. y. labai trumpų bangų ilgių ( $\lambda < 10^{-10}$  m) elektromagnetinė spinduliuotė. Antriniai branduoliai po  $\alpha$  ir  $\beta$  skilimo, taip pat branduolinių reakcijų (žr. 44.18 poskyrį) metu atsirandantys branduoliai yra *sužadintosios būsenos*. Pereidami į mažesnės energijos sužadintąją arba pagrindinę būseną, šie branduoliai išspinduliuoja energiją  $\gamma$  kvantų pavidalu<sup>1</sup>. Branduolių energijos yra diskrečiosios, todėl branduolių  $\gamma$  spinduliuotės spektras linijinis panašiai kaip atomų elektromagnetinės spinduliuotės spektras (žr. 40.2 poskyrį), bet branduolių kvantiniai šuoliai yra daug didesni (žr. 44.18 pavyzdį).  $\gamma$  spinduliuotė taip pat atsiranda stabdant elektringąsias daleles arba joms skylant. Šios stabdomosios spinduliuotės spektras yra ištisinis.

Kaip ir visiems energijos kvantams (žr. 36.5 ir 40.2 poskyrius),  $\gamma$  spinduliuotei galioja šios kvanto energijos  $\epsilon$ , dažnio  $\nu$ , kvantą atitinkančios elektromagnetinės bangos ilgio  $\lambda$  ir impulso

modulio  $p$  sąsajos:  $\epsilon = h\nu$ ,  $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{\epsilon}$ ,  $p = \frac{h\nu}{c}$ .

Tikimybė, kad branduolys išspinduliuos  $\gamma$  kvantą, atvirkščiai proporcinga sužadintosios būsenos trukmei:  $W_\gamma \sim \frac{1}{\tau_{\text{suž.}}}$ . Paprastai  $\tau_{\text{suž.}}$  yra  $(10^{-7} - 10^{-12})$  s eilės, tačiau ši trukmė greitai

didėja mažėjant sužadintosios būsenos energijai. Tyrimai parodė, kad branduoliai gali būti *metastabiliosios* (santykinai patvarios) būsenos, trunkančios valandas ir net metus. Tokios būsenos branduoliai vadinami *izomerais*. Pavyzdžiui, izomero indžio izotopo  $^{115}_{49}\text{In}$   $\tau_{\text{suž.}} = 14,4$  val., o ilgiausioji žinoma izomero  $^{236}_{93}\text{Np}$  metastabiliosios būsenos trukmė  $\tau_{\text{suž.}} \approx 5000$  metų.

Pagal Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšį (41.11) sužadintosios būsenos energijos neapibrėžtumas

$$\Delta E \geq \frac{h}{\tau_{\text{suž.}}}, \quad (44.36)$$

čia  $h$  – Planko konstanta,  $\tau_{\text{suž.}}$  – sužadintosios būsenos trukmė.

Lygmenų energijos neapibrėžtumas reiškia, kad kvantinio šuolio metu spinduliuojama tam tikro siauro diapazono bangų ilgiai, spektro linija ne be galo plona, ji apibūdinama *natūraliuoju spektro linijos pločiu*  $\Gamma = \Delta E$ .  $\Gamma$  matuojamas energijos matavimo vienetais (J, eV).

<sup>1</sup> Šiuos kvantinius šuolius lemia branduolių energijos lygmenų kvantinės charakteristikos. Jos vadovėlyje nenagrinėjamos.

#### 44.11. Radioaktyviųjų izotopų taikymas

Radioaktyvieji izotopai taikomi įvairiose mokslo, technikos, medicinos, biologijos srityse. Aptarsime keletą būdingiausių atvejų.

**Izotopinių indikatorių metodas.** *Izotopiniai indikatoriai* – tai medžiagos, kurių cheminių elementų izotopinė sudėtis dirbtinai pakeista ir skiriasi nuo gamtinės sudėties. Radioaktyviuosius izotopus lengva registruoti net esant labai mažam jų kiekiui (žr. 44.15 poskyrį). Antra vertus, radioaktyviųjų izotopų cheminės savybės tokios pačios kaip ir neradioaktyviųjų, todėl iš esmės jie vienodai dalyvauja cheminiuose ir biologiniuose vyksmuose. Tai leidžia „žymėti“ atomus bei molekules ir stebėti jų sklaidimą, aktyvumo kitimą fizikiniuose, cheminiuose, biologiniuose procesuose. Pavyzdžiui, patręšus dirvą radioaktyviuoju fosforu  $^{32}_{15}\text{P}$  pažymėtomis trašomis, galima stebėti, kaip augalai jas pasisavina.

„Žymėtieji“ atomai taikomi medicinoje nustatant medžiagų apykaitą organizme, kraujo plazmos tūrį ir eritrocitų kiekį, skydliaukės ir kitų organų funkcionavimą. Kai kurie izotopai kaupiasi navikų vystymosi vietose, todėl izotopų aktyvumo matavimas taikomas diagnostikoje.

Technikoje panašiai tiriama technologiniai procesai ir techninių sistemų parametrai, kai jie yra nepasiekiami iš išorės. Pagal izotopų nutekėjimą galima lengvai nustatyti, pavyzdžiui, talpų ir vamzdinių nesandarumą.

Trumpaamžiai  $\beta$  radioaktyvieji izotopai taikomi analizinėje chemijoje (aktyvacinė analizė).

Radioaktyviųjų izotopų matavimo metodais atliekamos labai subtilios analizės. Tai laiduoja šių metodų taikymą kriminalistikoje.

Suprantama, kad visais minėtais atvejais taikomi tokie izotopai ir tokiais kiekiais, kad jie būtų nekenksmingi.

**Izotopinė chronologija.** Tai uolienų, mineralų, senovės žmonijos kultūros pėdsakų amžiaus nustatymas remiantis radioaktyviųjų izotopų pusėjimo trukmės pastovumu. Tarkime, kad uolienos pradinis radioaktyviųjų branduolių skaičius  $N_0$ . Praėjus laikui  $t$  uolienoje jų lieka  $N_t = N_0 e^{-\lambda t}$ . Vadinasi,  $N_{\text{patv.}} = N_0 - N_t$  branduolių tapo patvariuoju izotopu (čia laikome, kad galioja ilgalaikės radioaktyviosios pusiausvyros sąlyga, žr. 44.10 poskyrį). Tada uolienoje esančių izotopų sąsaja šiuo momentu:

$$N_t = (N_t + N_{\text{patv.}}) e^{-\lambda t}, \quad (44.33)$$

arba

$$N_{\text{patv.}} = N_t (e^{\lambda t} - 1), \quad (44.34)$$

čia  $N_t$  – radioaktyviųjų,  $N_{\text{patv.}}$  – patvariųjų branduolių skaičius šiuo momentu.

Iš (44.34) uolienos amžius –

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \left( 1 + \frac{N_{\text{patv.}}}{N_t} \right), \quad (44.35)$$

čia  $\lambda$  yra žinomas, o dydžiai  $N_t$  ir  $N_{\text{patv.}}$  išmatuojami.

Tiriant uolienas, mineralus matuojama, pavyzdžiui,  $^{238}_{92}\text{U}$  sekos galutinio izotopo  $^{206}_{82}\text{Pb}$  kiekis arba analizuojama  $^{87}_{37}\text{Rb}$   $\beta$  skilimas ir virtimas  $^{87}_{38}\text{Sr}$ .

Jei objekto amžius trumpesnis nei 60 000 metų, taikomas radioaktyviojo anglies izotopo  $^{14}_6\text{C}$  (radioanglies) aktyvumo matavimo būdas. Žemės atmosferoje dėl kosminės spinduliuotės (žr. 45.2 poskyrį) poveikio azotas  $^{14}_7\text{N}$  virsta anglies izotopu  $^{14}_6\text{C}$ , kurio  $T_{0,5} = 5700$  metų. Ore, augmenijoje, gyvūnijoje yra žinomas pastovus šio izotopo, skaičiuojant anglies atomus vienam

moliui, aktyvumas. Mirusiuose organizmuose apykaita su atmosfera nebevyksta, ir izotopo  $^{14}_6\text{C}$  aktyvumas mažėja. Pagal tai nustatomas organinių liekanų amžius.

44.17 p a v y z d y s. Tarkime, kad urano rūdoje švino  $^{206}_{82}\text{Pb}$  ir urano  $^{238}_{92}\text{U}$  kiekių santykis lygus 0,95. Raskime rūdos amžių.

Duota:  $T_{0,5(\text{U})} = 4,5 \times 10^9$  metų,  $\frac{N_{\text{Pb}}}{N_{\text{U}}} = 0,95$ .

Rasti:  $t$ .

Sprendimas. Rūdos amžių randame pagal (44.35) formulę:

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \left( 1 + \frac{N_{\text{Pb}}}{N_{\text{U}}} \right) = \frac{T_{0,5(\text{U})}}{\ln 2} \ln \left( 1 + \frac{N_{\text{Pb}}}{N_{\text{U}}} \right) = 4,3 \times 10^9 \text{ (metų)}. \quad (a)$$

Iš tikrųjų seniausio urano mineralo amžius  $t = 4,5 \times 10^9$  metų.

#### 44.12. $\gamma$ spinduliuotė

$\gamma$  spinduliuotė vadinamas didelės energijos  $\gamma$  kvantų srautas, t. y. labai trumpų bangų ilgių ( $\lambda < 10^{-10}$  m) elektromagnetinė spinduliuotė. Antriniai branduoliai po  $\alpha$  ir  $\beta$  skilimo, taip pat branduolinių reakcijų (žr. 44.18 poskyrį) metu atsirandantys branduoliai yra sužadintosios būsenos. Pereidami į mažesnės energijos sužadintąją arba pagrindinę būseną, šie branduoliai išspinduliuoja energiją  $\gamma$  kvantų pavidalu<sup>1</sup>. Branduolių energijos yra diskrečiosios, todėl branduolių  $\gamma$  spinduliuotės spektras linijinis panašiai kaip atomų elektromagnetinės spinduliuotės spektras (žr. 40.2 poskyrį), bet branduolių kvantiniai šuoliai yra daug didesni (žr. 44.18 pavyzdį).  $\gamma$  spinduliuotė taip pat atsiranda stabdant elektringąsias daleles arba joms skylant. Šios stabdomosios spinduliuotės spektras yra ištisinis.

Kaip ir visiems energijos kvantams (žr. 36.5 ir 40.2 poskyrius),  $\gamma$  spinduliuotei galioja šios kvanto energijos  $\epsilon$ , dažnio  $\nu$ , kvantą atitinkančios elektromagnetinės bangos ilgio  $\lambda$  ir impulso

modulio  $p$  sąsajos:  $\epsilon = h\nu$ ,  $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{\epsilon}$ ,  $p = \frac{h\nu}{c}$ .

Tikimybė, kad branduolys išspinduliuos  $\gamma$  kvantą, atvirkščiai proporcinga sužadintosios būsenos trukmei:  $W_\gamma \sim \frac{1}{\tau_{\text{suž.}}}$ . Paprastai  $\tau_{\text{suž.}}$  yra  $(10^{-7} - 10^{-12})$  s eilės, tačiau ši trukmė greitai didėja mažėjant sužadintosios būsenos energijai. Tyrimai parodė, kad branduoliai gali būti metastabiliosios (santykinai patvarios) būsenos, trunkančios valandas ir net metus. Tokios būsenos branduoliai vadinami *izomerais*. Pavyzdžiui, izomero indžio izotopo  $^{115}_{49}\text{In}$   $\tau_{\text{suž.}} = 14,4$  val., o ilgiausioji žinoma izomero  $^{236}_{93}\text{Np}$  metastabiliosios būsenos trukmė  $\tau_{\text{suž.}} \approx 5000$  metų.

Pagal Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšį (41.11) sužadintosios būsenos energijos neapibrėžtumas

$$\Delta E \geq \frac{h}{\tau_{\text{suž.}}}, \quad (44.36)$$

čia  $h$  – Planko konstanta,  $\tau_{\text{suž.}}$  – sužadintosios būsenos trukmė.

Lygmenų energijos neapibrėžtumas reiškia, kad kvantinio šuolio metu spinduliuojama tam tikro siauro diapazono bangų ilgiai, spektro linija ne be galo plona, ji apibūdinama *natūraliuoju spektro linijos pločiu*  $\Gamma = \Delta E$ .  $\Gamma$  matuojamas energijos matavimo vienetais (J, eV).

<sup>1</sup> Šiuos kvantinius šuolius lemia branduolių energijos lygmenų kvantinės charakteristikos. Jos vadovėlyje nenagrinėjamos.

Be aptarto sužadintųjų branduolių energijos spinduliavimo  $\gamma$  kvantais, galimas šios energijos perdavimas vienam iš atomo elektronų. Šis reiškinys vadinamas *vidine konversija*. Papildomą energiją gavęs *vidinės konversijos elektronas* išlekia iš atomo.

44.18 p a v y z d y s. Palyginkime  $\gamma$  kvanto, kurį atitinka  $1,2 \times 10^{-12}$  m ilgio elektromagnetinė banga, energiją su rentgeno spinduliuotės kvanto energija  $\epsilon_R = 2,0 \times 10^{-15}$  J ir regimosios žalios šviesos kvanto energija  $\epsilon_Z = 3,6 \times 10^{-19}$  J.

Duota:  $\lambda_\gamma = 1,2 \times 10^{-12}$  m,  $\epsilon_Z = 3,6 \times 10^{-19}$  J.

Sprendimas.  $\gamma$  kvanto energiją išreiškiame Planko konstanta  $h$ , šviesos greičiu vakuume  $c$  ir bangos ilgiu  $\lambda_\gamma$  –

$$\epsilon_\gamma = h\nu_\gamma = \frac{hc}{\lambda_\gamma} \approx 1,7 \times 10^{-13} \text{ (J)}. \quad (a)$$

$\gamma$  ir rentgeno spinduliuočių kvantų energijų santykis –

$$\frac{\epsilon_\gamma}{\epsilon_R} \approx 1,6 \times 10^3. \quad (b)$$

$\gamma$  kvanto ir žalios šviesos kvanto energijų santykis –

$$\frac{\epsilon_\gamma}{\epsilon_Z} \approx 4,7 \times 10^5. \quad (b)$$

Taigi  $\gamma$  kvantų energija yra tūkstančius kartų didesnė už rentgeno spinduliuotės ir šimtus tūkstančių – už regimosios šviesos kvantų energiją.

44.19 p a v y z d y s. Branduolio sužadintosios būsenos trukmė  $\tau_{suž.} = 10^{-13}$  s. [vertinkime atitinkamos linijos natūralųjį plotį.

Sprendimas. Natūralųjį spektro linijos plotį apskaičiuojame pagal (44.36):

$$\Gamma = \Delta E \approx \frac{h}{\tau_{suž.}} \approx 7 \times 10^{-21} \text{ (J)} \approx 0,04 \text{ (eV)}. \quad (a)$$

44.20 p a v y z d y s. Vidinės konversijos elektronų kinetinės energijos spektras yra diskretusis. Parodykime, kad tai patvirtina branduolių energijos kvantavimą, jų lygmenų diskretumą.

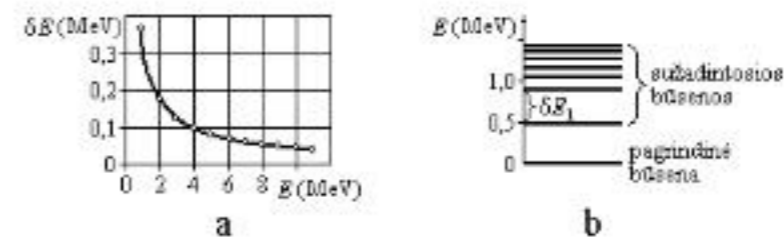
Sprendimas. Pagal energijos tvermės dėsnį vidinės konversijos elektrono kinetinė energija lygi branduolio sužadinimo energijos ir elektrono ryšio su branduoliu, t. y. atomo jonizacijos, energijos skirtumui:

$$\frac{m_e v^2}{2} = E - E_{jov}. \quad (a)$$

Kadangi ir vidinės konversijos elektrono kinetinė energija, ir atomo jonizacijos energija yra diskrečiosios, tai ir branduolio sužadinimo energija turi būti diskrečioji, t. y. kvantuotoji.

44.21 p a v y z d y s. Mažų masių ( $A \leq 20$ ) branduolių sužadintųjų būsenų energijos lygmenų skirtumo priklausomybę nuo sužadinimo energijos  $E$  nusako formulė  $\delta E = e^{-b\sqrt{E}}$  (čia  $b = 2 \text{ MeV}^{-0,5}$ , ir skaičiuojama laikant, kad branduolio pagrindinės būsenos  $E = 0$ ; primename, kad branduolio ryšio energijos reikšmės yra neigiamosios). Tarkime, branduolio pirmojo sužadintojo lygmens energija yra 0,5 MeV. Raskime septynių pirmųjų sužadintųjų lygmenų energijas.

Sprendimas. Energijos lygmenų skirtumą apskaičiuojame pagal formulę  $\delta E = e^{-b\sqrt{E}}$ . Šios funkcijos grafikas pateiktas 382 pav., a. Lygmenų energijas randame pagal lygtį  $E_i = E_{i-1} + \delta E_i$ . Šie lygmenys parodyti 382 pav., b.



382 pav. Branduolio energijos lygmenų skirtumo priklausomybė nuo sužadinimo energijos (a) ir šio branduolio energijos lygmenys (b)

44.22 p a v y z d y s. Laisvojo atomo (kurio nesieja ryšiai su kietojo kūno atomais) branduolys išspinduliuoja  $h\nu$  energijos  $\gamma$  kvantą. Raskime branduolio gautą impulsą ir branduolio įgyjamą vadinamąją *atatrunkos energiją*.

Duota:  $\epsilon = h\nu$ .

Rasti:  $E_{atatr.}$

Sprendimas.  $h\nu$  energijos  $\gamma$  kvanto impulsas  $p_\gamma = \frac{h\nu}{c}$ . Pagal impulso tvermės dėsnį (žr. 8.2 poskyrį) spinduliuojantis  $\gamma$  kvantą branduolys įgyja tokio pat dydžio priešingos krypties impulsą  $p_{br.} = m_{br.} v$ .

Branduolio kinetinė (atatrunkos) energija

$$E_{atatr.} = \frac{m_{br.} v^2}{2} = \frac{p_{br.}^2}{2m_{br.}}. \quad (a)$$

Kadangi  $p_{br.} = p_\gamma$ , gauname:

$$E_{atatr.} = \frac{p_\gamma^2}{2m_{br.}} = \frac{(h\nu)^2}{2m_{br.} c^2}. \quad (b)$$

Taigi atatrunkos energija tiesiog proporcinga spinduliuojamo kvanto energijos kvadratui ir atvirkščiai proporcinga branduolio masei.

Tokią pačią atatrunkos energiją branduolys įgyja sugerdamas  $\gamma$  kvantą.

Pastaba. Jeigu atomas yra surištas, pavyzdžiui, yra kristalinės gardelės mazge, impulsas perduodamas visai gardelei, ir (b) formulės vardiklyje vietoj  $m_{br.}$  turi būti visos gardelės masė. Tokiu atveju branduolio atatrunkos energija iš esmės yra lygi nuliui.

#### 44.13. Mesbauerio efektas ir jo taikymas

Branduolių energijos diskretųjį pobūdį patvirtina *Mesbauerio efektas*, kurio esmę trumpai aptarsime. Branduoliui spinduliuojant  $\gamma$  kvantą, kvanto energija yra mažesnė už kvantinio šuolio energiją (t. y. lygmenų energijų skirtumą), nes dalis energijos virsta branduolio atatrunkos energija:

$$\epsilon_\gamma = (E_2 - E_1) - E_{atatr.} \quad (44.37)$$

Kai branduolys sugeria  $\gamma$  kvantą, kvanto energija turi būti lygi kvantinio šuolio energijos ir atatrunkos energijos sumai:

$$\epsilon'_\gamma = (E_2 - E_1) + E_{atatr.} \quad (44.38)$$

Vadinasi, spektruose emisijos (spinduliavimo) ir absorbcijos (sugerties) linijų maksimumai yra  $2E_{atatr.}$  atstumu, matuojant jį energijos vienetais (bangų dažnių skirtumas  $\Delta\nu = \frac{2E_{atatr.}}{h}$ ). Linijų plotis lygus jų natūraliajam pločiui  $\Gamma$ .

Optikoje žinomas rezonansinės šviesos sugerties reiškinys – atmai sugeria ir absorbuoja tą pačią dažnių šviesą (žr. 40.2 poskyrį). Analogiškas reiškinys – *Mesbauerio efektas*, arba *rezo-*

Be aptarto sužadintųjų branduolių energijos spinduliavimo  $\gamma$  kvantais, galimas šios energijos perdavimas vienam iš atomo elektronų. Šis reiškinys vadinamas *vidine konversija*. Papildomą energiją gavęs *vidinės konversijos elektronas* išlekia iš atomo.

44.18 p a v y z d y s. Palyginkime  $\gamma$  kvanto, kurį atitinka  $1,2 \times 10^{-12}$  m ilgio elektromagnetinė banga, energiją su rentgeno spinduliuotės kvanto energija  $\epsilon_R = 2,0 \times 10^{-15}$  J ir regimosios žalios šviesos kvanto energija  $\epsilon_Z = 3,6 \times 10^{-19}$  J.

Duota:  $\lambda_\gamma = 1,2 \times 10^{-12}$  m,  $\epsilon_Z = 3,6 \times 10^{-19}$  J.

Sprendimas.  $\gamma$  kvanto energiją išreiškiame Planko konstanta  $h$ , šviesos greičiu vakuume  $c$  ir bangos ilgiu  $\lambda_\gamma$  –

$$\epsilon_\gamma = h\nu_\gamma = \frac{hc}{\lambda_\gamma} \approx 1,7 \times 10^{-13} \text{ (J)}. \quad (a)$$

$\gamma$  ir rentgeno spinduliuočių kvantų energijų santykis –

$$\frac{\epsilon_\gamma}{\epsilon_R} \approx 1,6 \times 10^3. \quad (b)$$

$\gamma$  kvanto ir žalios šviesos kvanto energijų santykis –

$$\frac{\epsilon_\gamma}{\epsilon_Z} \approx 4,7 \times 10^5. \quad (b)$$

Taigi  $\gamma$  kvantų energija yra tūkstančius kartų didesnė už rentgeno spinduliuotės ir šimtus tūkstančių – už regimosios šviesos kvantų energiją.

44.19 p a v y z d y s. Branduolio sužadintosios būsenos trukmė  $\tau_{suž.} = 10^{-13}$  s. [vertinkime atitinkamos linijos natūralųjį plotį.

Sprendimas. Natūralųjį spektro linijos plotį apskaičiuojame pagal (44.36):

$$\Gamma = \Delta E \approx \frac{h}{\tau_{suž.}} \approx 7 \times 10^{-21} \text{ (J)} \approx 0,04 \text{ (eV)}. \quad (a)$$

44.20 p a v y z d y s. Vidinės konversijos elektronų kinetinės energijos spektras yra diskretusis. Parodykime, kad tai patvirtina branduolių energijos kvantavimą, jų lygmenų diskretumą.

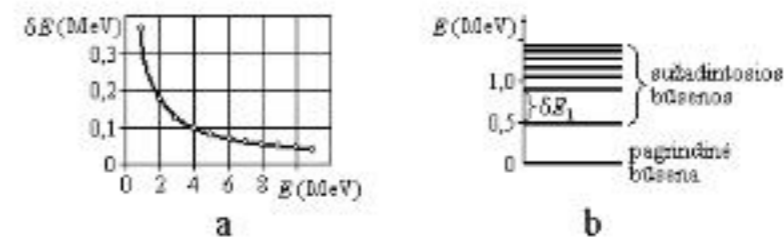
Sprendimas. Pagal energijos tvermės dėsnį vidinės konversijos elektrono kinetinė energija lygi branduolio sužadinimo energijos ir elektrono ryšio su branduoliu, t. y. atomo jonizacijos, energijos skirtumui:

$$\frac{m_e v^2}{2} = E - E_{jov}. \quad (a)$$

Kadangi ir vidinės konversijos elektrono kinetinė energija, ir atomo jonizacijos energija yra diskrečiosios, tai ir branduolio sužadinimo energija turi būti diskrečioji, t. y. kvantuotoji.

44.21 p a v y z d y s. Mažų masių ( $A \leq 20$ ) branduolių sužadintųjų būsenų energijos lygmenų skirtumo priklausomybę nuo sužadinimo energijos  $E$  nusako formulė  $\delta E = e^{-b\sqrt{E}}$  (čia  $b = 2 \text{ MeV}^{-0,5}$ , ir skaičiuojama laikant, kad branduolio pagrindinės būsenos  $E = 0$ ; primename, kad branduolio ryšio energijos reikšmės yra neigiamosios). Tarkime, branduolio pirmojo sužadintojo lygmens energija yra 0,5 MeV. Raskime septynių pirmųjų sužadintųjų lygmenų energijas.

Sprendimas. Energijos lygmenų skirtumą apskaičiuojame pagal formulę  $\delta E = e^{-b\sqrt{E}}$ . Šios funkcijos grafikas pateiktas 382 pav., a. Lygmenų energijas randame pagal lygtį  $E_i = E_{i-1} + \delta E_i$ . Šie lygmenys parodyti 382 pav., b.



382 pav. Branduolio energijos lygmenų skirtumo priklausomybė nuo sužadinimo energijos (a) ir šio branduolio energijos lygmenys (b)

44.22 p a v y z d y s. Laisvojo atomo (kurio nesieja ryšiai su kietojo kūno atomais) branduolys išspinduliuoja  $h\nu$  energijos  $\gamma$  kvantą. Raskime branduolio gautą impulsą ir branduolio įgyjamą vadinamąją *atatrunkos energiją*.

Duota:  $\epsilon = h\nu$ .

Rasti:  $E_{atatr.}$

Sprendimas.  $h\nu$  energijos  $\gamma$  kvanto impulsas  $p_\gamma = \frac{h\nu}{c}$ . Pagal impulso tvermės dėsnį (žr. 8.2 poskyrį) spinduliuojantis  $\gamma$  kvantą branduolys įgyja tokio pat dydžio priešingos krypties impulsą  $p_{br.} = m_{br.} v$ .

Branduolio kinetinė (atatrunkos) energija

$$E_{atatr.} = \frac{m_{br.} v^2}{2} = \frac{p_{br.}^2}{2m_{br.}}. \quad (a)$$

Kadangi  $p_{br.} = p_\gamma$ , gauname:

$$E_{atatr.} = \frac{p_\gamma^2}{2m_{br.}} = \frac{(h\nu)^2}{2m_{br.} c^2}. \quad (b)$$

Taigi atatrunkos energija tiesiog proporcinga spinduliuojamo kvanto energijos kvadratui ir atvirkščiai proporcinga branduolio masei.

Tokią pačią atatrunkos energiją branduolys įgyja sugerdamas  $\gamma$  kvantą.

Pastaba. Jeigu atomas yra surištas, pavyzdžiui, yra kristalinės gardelės mazge, impulsas perduodamas visai gardelei, ir (b) formulės vardiklyje vietoj  $m_{br.}$  turi būti visos gardelės masė. Tokiu atveju branduolio atatrunkos energija iš esmės yra lygi nuliui.

#### 44.13. Mesbauerio efektas ir jo taikymas

Branduolių energijos diskretųjį pobūdį patvirtina *Mesbauerio efektas*, kurio esmę trumpai aptarsime. Branduoliui spinduliuojant  $\gamma$  kvantą, kvanto energija yra mažesnė už kvantinio šuolio energiją (t. y. lygmenų energijų skirtumą), nes dalis energijos virsta branduolio atatrunkos energija:

$$\epsilon_\gamma = (E_2 - E_1) - E_{atatr.} \quad (44.37)$$

Kai branduolys sugeria  $\gamma$  kvantą, kvanto energija turi būti lygi kvantinio šuolio energijos ir atatrunkos energijos sumai:

$$\epsilon'_\gamma = (E_2 - E_1) + E_{atatr.} \quad (44.38)$$

Vadinasi, spektruose emisijos (spinduliavimo) ir absorbcijos (sugerties) linijų maksimumai yra  $2E_{atatr.}$  atstumu, matuojant jį energijos vienetais (bangų dažnių skirtumas  $\Delta\nu = \frac{2E_{atatr.}}{h}$ ). Linijų plotis lygus jų natūraliajam pločiui  $\Gamma$ .

Optikoje žinomas rezonansinės šviesos sugerties reiškinys – atmai sugeria ir absorbuoja tą pačią dažnių šviesą (žr. 40.2 poskyrį). Analogiškas reiškinys – *Mesbauerio efektas*, arba *rezo-*

Be aptarto sužadintųjų branduolių energijos spinduliavimo  $\gamma$  kvantais, galimas šios energijos perdavimas vienam iš atomo elektronų. Šis reiškinys vadinamas *vidine konversija*. Papildomą energiją gavęs *vidinės konversijos elektronas* išlekia iš atomo.

44.18 p a v y z d y s. Palyginkime  $\gamma$  kvanto, kurį atitinka  $1,2 \times 10^{-12}$  m ilgio elektromagnetinė banga, energiją su rentgeno spinduliuotės kvanto energija  $\epsilon_R = 2,0 \times 10^{-15}$  J ir regimosios žalios šviesos kvanto energija  $\epsilon_Z = 3,6 \times 10^{-19}$  J.

Duota:  $\lambda_\gamma = 1,2 \times 10^{-12}$  m,  $\epsilon_Z = 3,6 \times 10^{-19}$  J.

Sprendimas.  $\gamma$  kvanto energiją išreiškiame Planko konstanta  $h$ , šviesos greičiu vakuume  $c$  ir bangos ilgiu  $\lambda_\gamma$  –

$$\epsilon_\gamma = h\nu_\gamma = \frac{hc}{\lambda_\gamma} \approx 1,7 \times 10^{-13} \text{ (J)}. \quad (a)$$

$\gamma$  ir rentgeno spinduliuočių kvantų energijų santykis –

$$\frac{\epsilon_\gamma}{\epsilon_R} \approx 1,6 \times 10^3. \quad (b)$$

$\gamma$  kvanto ir žalios šviesos kvanto energijų santykis –

$$\frac{\epsilon_\gamma}{\epsilon_Z} \approx 4,7 \times 10^5. \quad (b)$$

Taigi  $\gamma$  kvantų energija yra tūkstančius kartų didesnė už rentgeno spinduliuotės ir šimtus tūkstančių – už regimosios šviesos kvantų energiją.

44.19 p a v y z d y s. Branduolio sužadintosios būsenos trukmė  $\tau_{suž.} = 10^{-13}$  s. [vertinkime atitinkamos linijos natūralųjį plotį.

Sprendimas. Natūralųjį spektro linijos plotį apskaičiuojame pagal (44.36):

$$\Gamma = \Delta E \approx \frac{h}{\tau_{suž.}} \approx 7 \times 10^{-21} \text{ (J)} \approx 0,04 \text{ (eV)}. \quad (a)$$

44.20 p a v y z d y s. Vidinės konversijos elektronų kinetinės energijos spektras yra diskretusis. Parodykime, kad tai patvirtina branduolių energijos kvantavimą, jų lygmenų diskretumą.

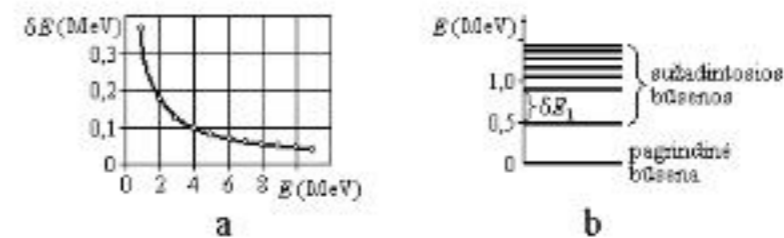
Sprendimas. Pagal energijos tvermės dėsnį vidinės konversijos elektrono kinetinė energija lygi branduolio sužadinimo energijos ir elektrono ryšio su branduoliu, t. y. atomo jonizacijos, energijos skirtumui:

$$\frac{m_e v^2}{2} = E - E_{jov}. \quad (a)$$

Kadangi ir vidinės konversijos elektrono kinetinė energija, ir atomo jonizacijos energija yra diskrečiosios, tai ir branduolio sužadinimo energija turi būti diskrečioji, t. y. kvantuotoji.

44.21 p a v y z d y s. Mažų masių ( $A \leq 20$ ) branduolių sužadintųjų būsenų energijos lygmenų skirtumo priklausomybę nuo sužadinimo energijos  $E$  nusako formulė  $\delta E = e^{-b\sqrt{E}}$  (čia  $b = 2 \text{ MeV}^{-0,5}$ , ir skaičiuojama laikant, kad branduolio pagrindinės būsenos  $E = 0$ ; primename, kad branduolio ryšio energijos reikšmės yra neigiamosios). Tarkime, branduolio pirmojo sužadintojo lygmens energija yra 0,5 MeV. Raskime septynių pirmųjų sužadintųjų lygmenų energijas.

Sprendimas. Energijos lygmenų skirtumą apskaičiuojame pagal formulę  $\delta E = e^{-b\sqrt{E}}$ . Šios funkcijos grafikas pateiktas 382 pav., a. Lygmenų energijas randame pagal lygtį  $E_i = E_{i-1} + \delta E_i$ . Šie lygmenys parodyti 382 pav., b.



382 pav. Branduolio energijos lygmenų skirtumo priklausomybė nuo sužadinimo energijos (a) ir šio branduolio energijos lygmenys (b)

44.22 p a v y z d y s. Laisvojo atomo (kurio nesieja ryšiai su kietojo kūno atomais) branduolys išspinduliuoja  $h\nu$  energijos  $\gamma$  kvantą. Raskime branduolio gautą impulsą ir branduolio įgyjamą vadinamąją *atatrunkos energiją*.

Duota:  $\epsilon = h\nu$ .

Rasti:  $E_{atatr.}$

Sprendimas.  $h\nu$  energijos  $\gamma$  kvanto impulsas  $p_\gamma = \frac{h\nu}{c}$ . Pagal impulso tvermės dėsnį (žr. 8.2 poskyrį) spinduliuojantis  $\gamma$  kvantą branduolys įgyja tokio pat dydžio priešingos krypties impulsą  $p_{br.} = m_{br.} v$ .

Branduolio kinetinė (atatrunkos) energija

$$E_{atatr.} = \frac{m_{br.} v^2}{2} = \frac{p_{br.}^2}{2m_{br.}}. \quad (a)$$

Kadangi  $p_{br.} = p_\gamma$ , gauname:

$$E_{atatr.} = \frac{p_\gamma^2}{2m_{br.}} = \frac{(h\nu)^2}{2m_{br.} c^2}. \quad (b)$$

Taigi atatrunkos energija tiesiog proporcinga spinduliuojamo kvanto energijos kvadratui ir atvirkščiai proporcinga branduolio masei.

Tokią pačią atatrunkos energiją branduolys įgyja sugerdamas  $\gamma$  kvantą.

Pastaba. Jeigu atomas yra surištas, pavyzdžiui, yra kristalinės gardelės mazge, impulsas perduodamas visai gardelei, ir (b) formulės vardiklyje vietoj  $m_{br.}$  turi būti visos gardelės masė. Tokiu atveju branduolio atatrunkos energija iš esmės yra lygi nuliui.

#### 44.13. Mesbauerio efektas ir jo taikymas

Branduolių energijos diskretųjį pobūdį patvirtina *Mesbauerio efektas*, kurio esmę trumpai aptarsime. Branduoliui spinduliuojant  $\gamma$  kvantą, kvanto energija yra mažesnė už kvantinio šuolio energiją (t. y. lygmenų energijų skirtumą), nes dalis energijos virsta branduolio atatrunkos energija:

$$\epsilon_\gamma = (E_2 - E_1) - E_{atatr.} \quad (44.37)$$

Kai branduolys sugeria  $\gamma$  kvantą, kvanto energija turi būti lygi kvantinio šuolio energijos ir atatrunkos energijos sumai:

$$\epsilon'_\gamma = (E_2 - E_1) + E_{atatr.} \quad (44.38)$$

Vadinasi, spektruose emisijos (spinduliavimo) ir absorbcijos (sugerties) linijų maksimumai yra  $2E_{atatr.}$  atstumu, matuojant jį energijos vienetais (bangų dažnių skirtumas  $\Delta\nu = \frac{2E_{atatr.}}{h}$ ). Linijų plotis lygus jų natūraliajam pločiui  $\Gamma$ .

Optikoje žinomas rezonansinės šviesos sugerties reiškinys – atmai sugeria ir absorbuoja tą pačią dažnių šviesą (žr. 40.2 poskyrį). Analogiškas reiškinys – *Mesbauerio efektas*, arba *rezo-*

Be aptarto sužadintųjų branduolių energijos spinduliavimo  $\gamma$  kvantais, galimas šios energijos perdavimas vienam iš atomo elektronų. Šis reiškinys vadinamas *vidine konversija*. Papildomą energiją gavęs *vidinės konversijos elektronas* išlekia iš atomo.

44.18 p a v y z d y s. Palyginkime  $\gamma$  kvanto, kurį atitinka  $1,2 \times 10^{-12}$  m ilgio elektromagnetinė banga, energiją su rentgeno spinduliuotės kvanto energija  $\varepsilon_R = 2,0 \times 10^{-15}$  J ir regimosios žalios šviesos kvanto energija  $\varepsilon_Z = 3,6 \times 10^{-19}$  J.

Duota:  $\lambda_\gamma = 1,2 \times 10^{-12}$  m,  $\varepsilon_Z = 3,6 \times 10^{-19}$  J.

Sprendimas.  $\gamma$  kvanto energiją išreiškiame Planko konstanta  $h$ , šviesos greičiu vakuume  $c$  ir bangos ilgiu  $\lambda_\gamma$  –

$$\varepsilon_\gamma = h\nu_\gamma = \frac{hc}{\lambda_\gamma} \approx 1,7 \times 10^{-13} \text{ (J)}. \quad (a)$$

$\gamma$  ir rentgeno spinduliuočių kvantų energijų santykis –

$$\frac{\varepsilon_\gamma}{\varepsilon_R} \approx 1,6 \times 10^3. \quad (b)$$

$\gamma$  kvanto ir žalios šviesos kvanto energijų santykis –

$$\frac{\varepsilon_\gamma}{\varepsilon_Z} \approx 4,7 \times 10^5. \quad (b)$$

Taigi  $\gamma$  kvantų energija yra tūkstančius kartų didesnė už rentgeno spinduliuotės ir šimtus tūkstančių – už regimosios šviesos kvantų energiją.

44.19 p a v y z d y s. Branduolio sužadintosios būsenos trukmė  $\tau_{suž.} = 10^{-13}$  s. [vertinkime atitinkamos linijos natūralųjį plotį.

Sprendimas. Natūralųjį spektro linijos plotį apskaičiuojame pagal (44.36):

$$\Gamma = \Delta E \approx \frac{h}{\tau_{suž.}} \approx 7 \times 10^{-21} \text{ (J)} \approx 0,04 \text{ (eV)}. \quad (a)$$

44.20 p a v y z d y s. Vidinės konversijos elektronų kinetinės energijos spektras yra diskretusis. Parodykime, kad tai patvirtina branduolių energijos kvantavimą, jų lygmenų diskretumą.

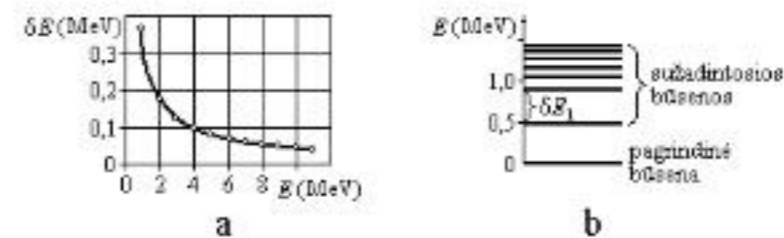
Sprendimas. Pagal energijos tvermės dėsnį vidinės konversijos elektrono kinetinė energija lygi branduolio sužadinimo energijos ir elektrono ryšio su branduoliu, t. y. atomo jonizacijos, energijos skirtumui:

$$\frac{m_e v^2}{2} = E - E_{jov}. \quad (a)$$

Kadangi ir vidinės konversijos elektrono kinetinė energija, ir atomo jonizacijos energija yra diskrečiosios, tai ir branduolio sužadinimo energija turi būti diskrečioji, t. y. kvantuotoji.

44.21 p a v y z d y s. Mažų masių ( $A \leq 20$ ) branduolių sužadintųjų būsenų energijos lygmenų skirtumo priklausomybę nuo sužadinimo energijos  $E$  nusako formulė  $\delta E = e^{-b\sqrt{E}}$  (čia  $b = 2 \text{ MeV}^{-0,5}$ , ir skaičiuojama laikant, kad branduolio pagrindinės būsenos  $E = 0$ ; primename, kad branduolio ryšio energijos reikšmės yra neigiamosios). Tarkime, branduolio pirmojo sužadintojo lygmens energija yra 0,5 MeV. Raskime septynių pirmųjų sužadintųjų lygmenų energijas.

Sprendimas. Energijos lygmenų skirtumą apskaičiuojame pagal formulę  $\delta E = e^{-b\sqrt{E}}$ . Šios funkcijos grafikas pateiktas 382 pav., a. Lygmenų energijas randame pagal lygtį  $E_i = E_{i-1} + \delta E_i$ . Šie lygmenys parodyti 382 pav., b.



382 pav. Branduolio energijos lygmenų skirtumo priklausomybė nuo sužadinimo energijos (a) ir šio branduolio energijos lygmenys (b)

44.22 p a v y z d y s. Laisvojo atomo (kurio nesieja ryšiai su kietojo kūno atomais) branduolys išspinduliuoja  $h\nu$  energijos  $\gamma$  kvantą. Raskime branduolio gautą impulsą ir branduolio įgyjamą vadinamąją *atatrunkos energiją*.

Duota:  $\varepsilon = h\nu$ .

Rasti:  $E_{atatr.}$

Sprendimas.  $h\nu$  energijos  $\gamma$  kvanto impulsas  $p_\gamma = \frac{h\nu}{c}$ . Pagal impulso tvermės dėsnį (žr. 8.2 poskyrį) spinduliuojantis  $\gamma$  kvantą branduolys įgyja tokio pat dydžio priešingos krypties impulsą  $p_{br.} = m_{br.} v$ .

Branduolio kinetinė (atatrunkos) energija

$$E_{atatr.} = \frac{m_{br.} v^2}{2} = \frac{p_{br.}^2}{2m_{br.}}. \quad (a)$$

Kadangi  $p_{br.} = p_\gamma$ , gauname:

$$E_{atatr.} = \frac{p_\gamma^2}{2m_{br.}} = \frac{(h\nu)^2}{2m_{br.} c^2}. \quad (b)$$

Taigi atatrunkos energija tiesiog proporcinga spinduliuojamo kvanto energijos kvadratui ir atvirkščiai proporcinga branduolio masei.

Tokią pačią atatrunkos energiją branduolys įgyja sugerdamas  $\gamma$  kvantą.

Pastaba. Jeigu atomas yra surištas, pavyzdžiui, yra kristalinės gardelės mazge, impulsas perduodamas visai gardelei, ir (b) formulės vardiklyje vietoj  $m_{br.}$  turi būti visos gardelės masė. Tokiu atveju branduolio atatrunkos energija iš esmės yra lygi nuliui.

#### 44.13. Mesbauerio efektas ir jo taikymas

Branduolių energijos diskretųjį pobūdį patvirtina *Mesbauerio efektas*, kurio esmę trumpai aptarsime. Branduoliui spinduliuojant  $\gamma$  kvantą, kvanto energija yra mažesnė už kvantinio šuolio energiją (t. y. lygmenų energijų skirtumą), nes dalis energijos virsta branduolio atatrunkos energija:

$$\varepsilon_\gamma = (E_2 - E_1) - E_{atatr.} \quad (44.37)$$

Kai branduolys sugeria  $\gamma$  kvantą, kvanto energija turi būti lygi kvantinio šuolio energijos ir atatrunkos energijos sumai:

$$\varepsilon'_\gamma = (E_2 - E_1) + E_{atatr.} \quad (44.38)$$

Vadinasi, spektruose emisijos (spinduliavimo) ir absorbcijos (sugerties) linijų maksimumai yra  $2E_{atatr.}$  atstumu, matuojant jį energijos vienetais (bangų dažnių skirtumas  $\Delta\nu = \frac{2E_{atatr.}}{h}$ ). Linijų plotis lygus jų natūraliajam pločiui  $\Gamma$ .

Optikoje žinomas rezonansinės šviesos sugerties reiškinys – atmai sugeria ir absorbuoja tą pačią dažnių šviesą (žr. 40.2 poskyrį). Analogiškas reiškinys – *Mesbauerio efektas*, arba *rezo-*

nansinė  $\gamma$  spinduliuotės sugertis, – vyksta tik tuo atveju, kai  $2E_{\text{ion}} < \Gamma$ . Tai įmanoma, jei branduoliai priklauso surištiesiems kietojo kūno atomams (žr. 44.22 pavyzdį).

$\gamma$  spinduliuotės spektro linijų plotis labai mažas, palyginti su branduolių sužadinimo energija, todėl Mesbauerio efektas leidžia labai tiksliai matuoti net nežymius energijos pokyčius. Kai kurių branduolių santykinis energijos nustatymo tikslumas siekia  $10^{-16}$ .

Mesbauerio efektas taikomas moksle (pavyzdžiui, kristalinės gardelės mazgų sąveikos jėgai nustatyti, priemaišų atomų metaluose ir puslaidininkiuose būsenoms tirti, bendrosios reliatyvumo teorijos numatomam šviesos kvantų dažnių gravitaciniame lauke pokyčiui matuoti), biologijoje (pavyzdžiui, hemoglobino elektroninei struktūrai nagrinėti), geologijoje (rūdų paieškai ir analizei).

#### 44.14. Jonizuojančiosios spinduliuotės sąveika su medžiaga

Medžiagoje judančios  $\alpha$  ir  $\beta$  dalelės, protonai, rentgeno ir  $\gamma$  kvantai tiesiogiai jonizuoja arba sužadina medžiagos atomus. Be to, rentgeno ir  $\gamma$  kvantai sukelia efektus (fotoefektas, Komptono reiškinys), kurių metu atsiranda jonizuojančiųjų didelių energijų elektronų. Greitieji neutronai sukelia branduolines reakcijas, po kurių susidaro radioaktyvieji izotopai –  $\alpha$  ir  $\beta$  dalelių spinduliai. Visos išvardytų spinduliuočių rūšys turi bendrą pavadinimą – *jonizuojančioji spinduliuotė*.

Dalelės ir kvantai praranda energiją dėl *jonizacinių nuostolių* (dalelėms sąveikaujant su atomų elektroniniais apvalkalais) ir *radiacinių nuostolių* (stabdoma dalelė praranda energiją, skleisdama elektromagnetines bangas). Energijos praradimas kelyje, kurį nukelia dalelė, matuojamas jos energijos išvestine pagal kelią  $\left(-\frac{dE}{dx}\right)$  (minuso ženklas reiškia energijos mažėjimą).

Nereliatyvistinių ( $v \ll c$ ) masyviųjų dalelių ( $\alpha$  dalelių, protonų) energijos *jonizaciniai nuostoliai* tiesiog proporcingi medžiagos branduolių koncentracijai  $n$ , dalelės krūvio kvadratui  $q$  ir atvirkščiai proporcingi dalelės greičio kvadratui<sup>1</sup>  $\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{jon.}} \sim \frac{nq^2}{v^2}$ .

Mažos masės dalelių (elektronų) energijos *radiaciniai nuostoliai* tiesiog proporcingi medžiagos branduolių koncentracijai  $n$ , medžiagos branduolių atominio skaičiaus kvadratui  $Z^2$  ir atvirkščiai proporcingi elektrono masės kvadratui  $\left(-\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad.}} \sim \frac{nZ^2}{m_e^2}$ .

Jonizacinių ir radiacinių nuostolių santykį apytikriai ( $\approx 30\%$  santykinės paklaidos tikslumu) išreiškia formulė –

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{jon.}} / \left(\frac{dE}{dx}\right)_{\text{rad.}} \approx \frac{ZE}{800}, \quad (44.39)$$

čia  $Z$  – medžiagos atomų branduolių atominis skaičius,  $E$  – dalelių energija, išreikšta megaelektronvoltais (MeV).

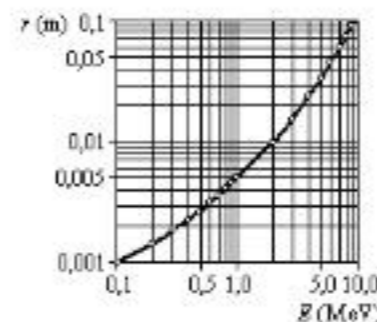
Energija, kuriai esant jonizaciniai nuostoliai lygūs radiaciniams, vadinama *krizine energija*  $E_{kr}$ . Jos reikšmė megaelektronvoltais randama pagal (44.39):

$$E_{kr} \approx \frac{800}{Z}. \quad (44.40)$$

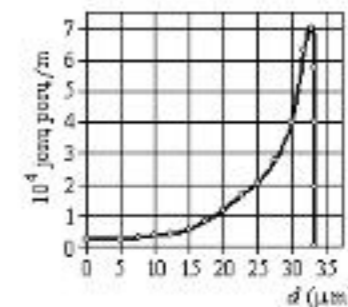
Tiriant jonizuojančiosios spinduliuotės sąveiką su medžiaga, svarbiausioji dalelių ir kvantų charakteristika yra jų *siekis*  $R$  – nuotolis nuo dalelės ar kvanto atsiradimo taško iki taško, kuriame dalelė netenka kinetinės energijos, arba kvantas sugeriamas (dalelių trajektorijos būna sudėtingos, tad siekis nelygus keliui).

<sup>1</sup> Čia nepaisome menkai pasireiškiančios jonizacinių nuostolių priklausomybės nuo dalelės greičio kvadrato natūrinio logaritmo.

Pavyzdžiui, 4 MeV energijos  $\alpha$  dalelių siekis ore lygus  $2,5 \times 10^{-2}$  m, biologiniame audinyje –  $3,1 \times 10^{-5}$  m, aliuminyje –  $1,6 \times 10^{-5}$  m. Tokios pat energijos  $\beta$  dalelių siekis ore lygus 17,8 m, biologiniame audinyje –  $2,6 \times 10^{-2}$  m, aliuminyje –  $6,8 \times 10^{-3}$  m.

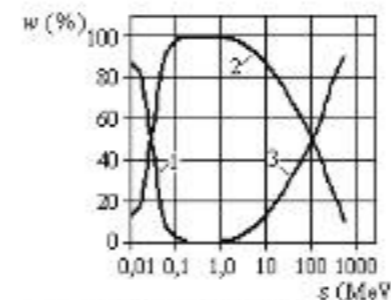


383 pav. Sirtingų energijų  $\alpha$  dalelių siekiai ore



384 pav.  $\alpha$  dalelės kuriamų jonų porų tankio priklausomybė nuo dalelės įsiskverbimo į biologinį audinį gylio  $d$

383 pav. logaritminiu masteliu pavaizduota  $\alpha$  dalelių siekio ore priklausomybė nuo dalelių energijos (oro  $T = 288$  K,  $p = 10^5$  Pa). 384 pav. pateiktas 5,3 MeV energijos  $\alpha$  dalelės siekio ilgio vienete sukuriamų jonų porų skaičiaus priklausomybės nuo dalelių įsiskverbimo į biologinį audinį gylio grafikas. Analogiška šios funkcijos grafiko forma yra ir esant kitoms energijoms bei medžiagoms. Pažymėtina, kad jonizacija didėja  $\alpha$  dalelės energijai mažėjant.



385 pav.  $\gamma$  kvantų sąveikos su medžiaga vyksmų tikimybės  $w$  priklausomybė nuo kvantų energijos  $\epsilon$ . 1 – fotoefektas, 2 – Komptono reiškinys, 3 – elektrono ir pozitrono poros susidarymas

$\gamma$  spinduliuotei sklindant medžiagoje galimi trys pagrindiniai jos sąveikos su medžiaga vyksmai. Vyksmo tikimybė priklauso nuo  $\gamma$  kvantų energijos ir yra įvairiose medžiagose skirtinga (įvairių energijų  $\gamma$  kvantams sklindant biologiniame audinyje vyksmų tikimybė  $w$  pusiau logaritminiu masteliu pavaizduota 385 pav.).

1) *Fotoefektas*.  $\gamma$  kvantas išmuša iš atomo  $i$ -ojo elektronų sluoksnio elektroną ir suteikia jam kinetinę energiją:

$$E_e = \epsilon_\gamma - E_{\text{jon. } i}, \quad (44.41)$$

čia  $E_e$  – elektrono kinetinė energija,  $E_\gamma$  –  $\gamma$  kvanto energija,  $E_{\text{jon. } i}$  – atomo  $i$ -ojo elektronų sluoksnio jonizacijos energija.

Į atsilaisvinusią vietą pereina elektronas iš aukštesniojo sluoksnio, spinduliuodamas rentgeno kvantą (susidaro būdingasis rentgeno spinduliuotės spektras, žr. 41.11 poskyrį).

Fotoefekto tikimybė  $w_{\text{fo.}}$  labai priklauso nuo medžiagos prigimties (elektrono išmušimo iš  $K$  sluoksnio tikimybė tiesiog proporcinga elemento atominio skaičiaus penktajam laipsniui:  $w_{\text{fo.}} \sim Z^5$ ).

2) *Komptono reiškinys* ( $\gamma$  kvantų energija  $0,05 \text{ MeV} \leq \epsilon_\gamma \leq 0,1 \text{ MeV}$ ). Tai 39 skyriuje aptartas reiškinys, kuriam vykstant  $\gamma$  kvantai išsklaidomi vadinamųjų laisvųjų (iš esmės – silpnai surištų) elektronų. Komptono efekto tikimybė tiesiog proporcinga medžiagos atomo elektronų skaičiui, t. y.  $w_{\text{Komp.}} \sim Z$ .



3) *Elektrono ir pozitrono porų kūrimas* ( $\gamma$  kvantų energija  $\epsilon_\gamma > 2m_e c^2 > 1,02$  MeV; čia  $m_e$  – elektrono rimties masė). *Pozitronu* ( ${}^0_1e$ ) vadinama elektrono *antidalelė* (žr. 45.1 poskyrį), kurios masė lygi elektrono masei, o krūvis – elektrono krūviui su teigiamuoju ženklu.  $\gamma$  kvantas, sklindantis arti branduolio, dėl branduolio elektrinio lauko poveikio išnyksta, virsdamas elektrono ir pozitrono pora:  $\gamma \rightarrow {}^0_{-1}e + {}^0_1e$ . Didėjant  $\gamma$  kvantų energijai elektrono ir pozitrono porų kūrimosi tikimybė didėja, ir esant didelėms energijoms ( $\epsilon_\gamma > 100$  MeV) tai tampa pagrindiniu  $\gamma$  kvantų sąveikos su medžiaga vyksmu. Šio vyksmo tikimybė tiesiog proporcinga medžiagos atominio skaičiaus kvadratui:  $w_{porų} \sim Z^2$ .

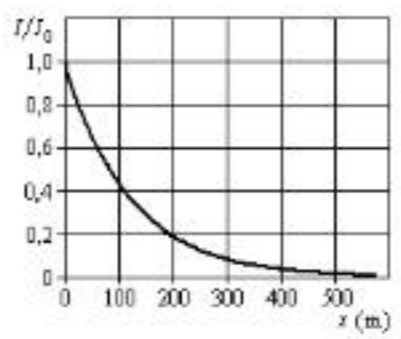
Elektrono ir pozitrono poros gali taip pat atsirasti iš  $\gamma$  kvantų elektroniame lauke arba dėl dviejų  $\gamma$  kvantų susidūrimo, bet tokių vyksmų tikimybė yra maža.

Siaurojo  $\gamma$  spinduliuotės pluošto intensyvumas medžiagoje eksponentiškai mažėja pagal dėsnį

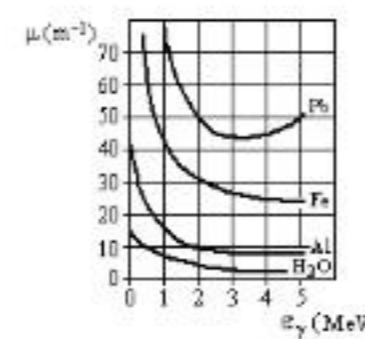
$$I = I_0 e^{-\mu x}, \quad (44.42)$$

čia  $I_0$  – į medžiagą krintančių,  $I$  – medžiagos  $x$  storio sluoksniį perėjusios  $\gamma$  spinduliuotės intensyvumas,  $\mu$  –  $\gamma$  spinduliuotės *silpimo koeficientas*. Jis yra atvirkščias medžiagos sluoksnio, kuriame  $\gamma$  spinduliuotės intensyvumas sumažėja e kartų, storiui. SI vienetais  $[\mu] = m^{-1}$ .

Silpimo koeficientas priklauso nuo medžiagos, kurioje sklinda spinduliai. 386 pav. pavaizduotas siaurojo 1 MeV energijos  $\gamma$  spinduliuotės pluošto intensyvumo mažėjimas ore ( $\mu_{oro} = 8,21 \times 10^{-3} m^{-1}$ ). Palyginti su kitomis elektromagnetinės spinduliuotės rūšimis,  $\gamma$  spinduliuotė yra daug skvarbesnė, jos silpimo koeficientas yra mažas.  $\gamma$  spinduliuotės silpimo koeficientas priklauso nuo jos energijos. Šios priklausomybės grafikas  $\gamma$  spinduliuotei sklindant kai kuriomis medžiagomis pavaizduotas 387 pav.



386 pav. Siaurojo  $\gamma$  spinduliuotės pluošto intensyvumo mažėjimas ore



387 pav.  $\gamma$  spinduliuotės silpimo koeficiento priklausomybė nuo  $\gamma$  kvantų energijos

44.23 p a v y z d y s. Raskime, kiek kartų elektrono radiaciniai nuostoliai tam tikroje medžiagoje yra didesni už  $\alpha$  dalelės radiacinius nuostolius toje medžiagoje.

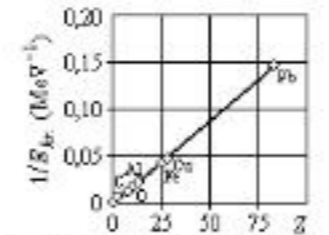
*Sprendimas.* Elektrono ir  $\alpha$  dalelės radiacinių nuostolių santykį apskaičiuojame pagal formulę –

$$\left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad(e)} / \left(\frac{dE}{dx}\right)_{rad(\alpha)} = \left(\frac{m_\alpha}{m_e}\right)^2 \approx 3,4 \times 10^6. \quad (a)$$

44.24 p a v y z d y s. Dalelių krizinės energijos  $E_{kr}$  reikšmės dalelėms sklindant kai kuriose medžiagose pateikiamos 44.2 lentelėje. Grafiškai patikrinkime, ar šie duomenys atitinka (44.40) formulę.

44.2 lentelė

Elementas	H	He	C	O	Al	Fe	Cu	Pb
Atominis skaičius Z	1	2	6	8	13	26	29	82
$E_{kr}$ (MeV)	340	220	103	83	47	24	21,5	6,9

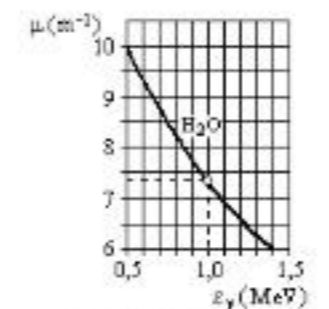


388 pav. Dalelių krizinės energijos  $E_{kr}$  atvirkščiai proporcinga priklausomybė nuo medžiagos atominio skaičiaus Z

*Sprendimas.* Nubrėžiame funkcijos  $\frac{1}{E_{kr}} = f(Z)$  grafiką (388 pav.). Matome, kad šis grafikas yra tiesė. Vadinasi, dalelėms sklindant įvairiose medžiagose dalelių krizinės energijos  $E_{kr}$  reikšmės atvirkščiai proporcingos elemento atominiam skaičiui Z (grafikas  $E_{kr} = \varphi(Z)$  turėtų hiperbolės formą).

Kartu pažymėtina, kad (44.40) formulės koeficientas 800 yra labai apytikris.

44.25 p a v y z d y s. Į vandens paviršių statmenai krinta siauras monochromatinės ( $\lambda = 1,24 \times 10^{-12} m$ )  $\gamma$  spinduliuotės pluoštas. Kokiam gylyje jos intensyvumas sumažėja 100 kartų? 389 pav. pateiktas padidintas 387 pav. grafiko fragmentas.



389 pav. 387 paveikslo fragmentas

*Duota:*  $\lambda = 1,24 \times 10^{-12} m$ ,  $\frac{I}{I_0} = 0,01$ .

*Rasti:*  $x$ .

*Sprendimas.* Iš (44.42) formulės gauname:

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\mu x, \quad (a)$$

$$x = -\frac{\ln \frac{I}{I_0}}{\mu} = -\frac{\ln 0,01}{\mu}, \quad (b)$$

$\gamma$  kvantų energiją apskaičiuojame pagal (36.22):

$$\epsilon_\gamma = \frac{hc}{\lambda} = 1,6 \times 10^{-13} (J) = 1,0 (MeV). \quad (c)$$

Kaip matome iš 389 pav., tokios energijos  $\gamma$  kvantų silpimo koeficientas  $\mu = 7,4 m^{-1}$ . Įrašę  $\mu$  reikšmę į (b), apskaičiuojame gylių  $x$ , kuriame  $\gamma$  spinduliuotės intensyvumas sumažėja 100 kartų:

$$x = -\frac{\ln 0,01}{7,4} = 0,62 (m). \quad (d)$$

$\gamma$  kvantų energijai mažėjant silpimo koeficientas didėja, kartu mažėja vandens sluoksnis, kuriame tiek pat kartų sumažėja  $\gamma$  spinduliuotės intensyvumas. Pavyzdžiui, 0,5 MeV energijos  $\gamma$  spinduliuotės intensyvumas sumažėja 100 kartų 0,46 m storio vandens sluoksnyje.

44.26 p a v y z d y s. Raskime 1 MeV energijos siaurojo  $\gamma$  spinduliuotės pluošto silpimo koeficientų geležyje ir ore bei švine ir ore santykius.

*Duota:*  $E_\gamma = 1 MeV$ .

*Rasti:*  $\frac{\mu_{Fe}}{\mu_{oro}}, \frac{\mu_{Pb}}{\mu_{oro}}$ .

*Sprendimas.* Pagal 387 pav. nustatome, kad esant 1 MeV energijos  $\gamma$  spinduliuotei  $\mu_{Fe} = 42 \text{ m}^{-1}$ ,  $\mu_{Pb} = 74 \text{ m}^{-1}$ . 1 MeV energijos  $\gamma$  spinduliuotės silpimo koeficientui ore rasti pasinaudojame 386 pav. grafiku. Pagal jį nustatome, kad, pavyzdžiui, 100 m oro sluoksnį perėjusios  $\gamma$  spinduliuotės intensyvumas pakinta 0,44 karto, t. y.

$$0,44 = e^{-\mu_{\text{oro}} \cdot 100} \quad (a)$$

Iš (a) randame  $\gamma$  spinduliuotės silpimo koeficientą ore:

$$\mu_{\text{oro}} = -\frac{\ln 0,44}{100} = 8,2 \times 10^{-3} \text{ m}^{-1} \quad (b)$$

Silpimo koeficientų geležyje ir ore santykis:

$$\frac{\mu_{Fe}}{\mu_{\text{oro}}} \approx 5 \text{ 100} \quad (c)$$

Silpimo koeficientų švine ir ore santykis:

$$\frac{\mu_{Pb}}{\mu_{\text{oro}}} \approx 9 \text{ 000} \quad (d)$$

Sprendimo rezultatai rodo, kad geležis, ir ypač švinas, gerai apsaugo nuo  $\gamma$  spinduliuotės, mažindami jos intensyvumą.

#### 44.15. Jonizuojančiosios spinduliuotės poveikio matavimo vienetai

Radioaktyviųjų izotopų tam tikrų kiekių (bandinių) *aktyvumą ir savitąjį aktyvumą* aptarėme 44.9 poskyryje. Šių izotopų jonizuojančiosios spinduliuotės poveikis medžiagai (taip pat ir organinei) apibūdinamas keliomis kiekybinėmis charakteristikomis.

*Sugertoji spinduliuotės dozė* lygi jonizuojančiosios spinduliuotės energijai  $\varepsilon$ , kurią sugeria medžiagos masės vienetas:

$$D = \frac{d\varepsilon}{dm} \quad (44.43)$$

Jos matavimo SI vienetas yra *grėjus* (Gy):  $[D] = \text{Gy} = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ .

Sugertoji spinduliuotės dozė sunaudojama sugeriančiai medžiagai pašildyti, taip pat cheminiams ir fizikiniams medžiagos virsmams.

*Sugertosios spinduliuotės dozės akimirkinė galia* – tai per laiko vienetą sugertoji dozė:

$$\dot{D} = \frac{dD}{dt} \quad (44.44)$$

Jos matavimo SI vienetas  $[\dot{D}] = \frac{\text{J}}{\text{kg s}} = \frac{\text{W}}{\text{kg}}$ .

*Lygiavertė dozė*  $H_{T,R}$  taikoma atsižvelgiant į tam tikros rūšies jonizuojančiosios spinduliuotės  $R$  sugertosios spinduliuotės dozės  $D_{T,R}$  biologinį poveikį tam tikram organui arba audiniui  $T$ :

$$H_{T,R} = w_R D_{T,R} \quad (44.45)$$

čia  $w_R$  – spinduliuotės svorinis daugiklis, priklausantis nuo spinduliuotės rūšies.

Lygiavertės dozės matavimo SI vienetas yra *sivertas*:  $[H_{T,R}] = \text{Sv}$ , todėl  $[w_R] = \frac{\text{Sv}}{\text{Gy}}$ . Pa-

vyzdžiui,  $\alpha$  dalelių  $w_R = 20 \frac{\text{Sv}}{\text{Gy}}$ .

*Kaupiamoji lygiavertė dozė*  $H_T(\tau)$  nusako lygiavertę dozę, organizmo sukauptą per laiką  $\tau$ , praėjusį nuo radionuklido patekimo į organizmą momento  $t_0$ :

$$H_T(\tau) = \int_{t_0}^{t_0+\tau} \dot{H}_T(t) dt \quad (44.46)$$

čia  $\dot{H}_T(t) = \frac{dH_T}{dt}$  – audinio arba organo *akimirkinė lygiavertės dozės galia*.  $[\dot{H}_T(t)] = \frac{\text{Sv}}{\text{s}}$ .

*Efektinė dozė*  $E$  taikoma, kai esant netolygiai žmogaus organizmo apšvitai reikia kiekybiškai įvertinti organizmo patirtą žalą. Efektinė dozė lygi lygiavertė dozių  $H_T$  sandaugų iš audinių arba organų jautrio daugiklių  $w_T$  sumai:

$$E = \sum_T w_T H_T = \sum_T w_T \sum_R w_R D_{T,R} \quad (44.47)$$

Audinių arba organų svorinis jautrio daugiklių  $w_T$  yra bedimensis. Efektinės dozės, kaip ir lygiavertės dozės, SI matavimo vienetas yra *sivertas*:  $[E] = \text{Sv}$ .

*Kaupiamoji efektinė dozė*  $E(\tau)$  nusako efektinę dozę, audinio arba organo sukauptą per laiką  $\tau$ , praėjusį nuo radionuklido patekimo į organizmą momento  $t_0$ :

$$E(\tau) = \sum_T w_T H_T(\tau) = \int_{t_0}^{t_0+\tau} \dot{E}(t) dt \quad (44.48)$$

čia  $\dot{E}(t) = \frac{dE}{dt}$  – audinio arba organo *akimirkinė efektinės dozės galia*.  $[\dot{E}(t)] = \frac{\text{Sv}}{\text{s}}$ .

Be išvardytų SI matavimo vienetų, praktikoje taikomi nesisteminiai vienetai. Juos ir jų sąsajas su SI matavimo vienetais pateikiame 44.3 lentelėje.

44.3 lentelė

Matuojamas dydis	SI vienetas	Nesisteminis vienetas	Vienetų sąsaja
Aktyvumas $A$	bekerelis (Bq)	kiuris (Ci)	1 Ci = $3,7 \times 10^{10}$ Bq
Savitasis aktyvumas $A_w$	bekerelis kilogramui (Bq/kg)	kiuris kilogramui (Ci/kg)	1 Ci/kg = $3,7 \times 10^{10}$ Bq/kg
Sugertoji spinduliuotės dozė $D$	grėjus (Gy)	radas <sup>1</sup> (rad)	1 rad = 0,01 Gy
Lygiavertė dozė $D_{\text{tr}}$	sivertas (Sv)	remas <sup>2</sup> (rem)	1 rem = 0,01 Sv
Efektinė dozė $E_e$	sivertas (Sv)	remas (rem)	1 rem = 0,01 Sv

44.27 p a v y z d y s. Sugertosios spinduliuotės dozės galia  $\dot{D} = 0,042 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Raskime per 1 val. sugertąją spinduliuotės dozę SI vienetais.

*Sprendimas.* SI vienetais sugertosios spinduliuotės dozės galia  $\dot{D} = 4,2 \times 10^{-4} \frac{\text{Gy}}{\text{s}}$  (žr. 44.2 lentelę). Per 1 val. = 3600 s sugertoji spinduliuotės dozė –

$$D = \dot{D} t \approx 1,5 \text{ (Gy)} \quad (a)$$

Tokia sugertoji spinduliuotės dozė sukelia spindulinę ligą (žr. 44.16 poskyrį).

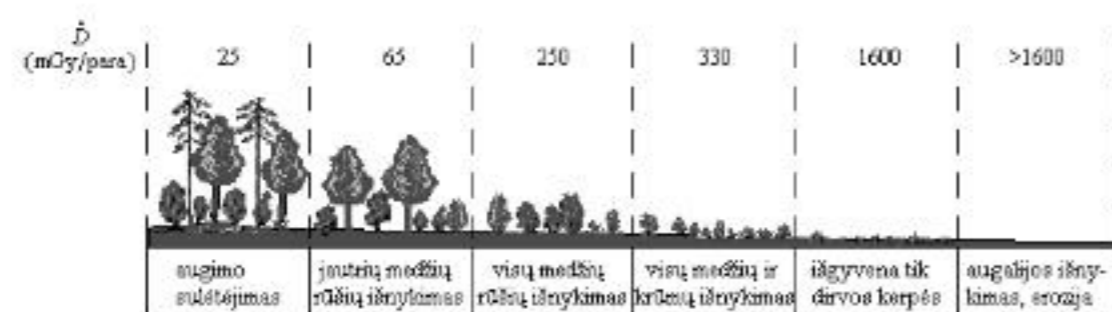
<sup>1</sup> rad yra angliškąjo pavadinimo *radiation absorbed dose* trumpinys, nepainiokime su tokiu pat radiano trumpiniu.  
<sup>2</sup> rem yra angliškąjo pavadinimo *roentgen equivalent man* trumpinys.

#### 44.16. Jonizuojančiosios spinduliuotės biologinis poveikis. Radiacinė sauga

Jonizuojančios spinduliuotės (radiacijos<sup>1</sup>) poveikis biologiniams objektams, taip pat žmogui, priklauso nuo daugelio veiksnių ir yra sudėtingų fizikinių, cheminių, biologinių procesų višuma. Radiacija pavojingiausia aukštesnės išsivystymo pakopos stuburiniams gyvūnams, mažiau kenkia žemesnės pakopos gyvūnams ir vabzdžiams, mažiausiai – vienaląsčiams organizmams.

Augalų jautrumas radiacijai yra daug mažesnis nei gyvūnų, tačiau augalai sudaro vieną maisto grandinės grandžių (pavyzdžiui, žolė – karvė – pienas – žmogus), todėl jų užtarša radionuklidais vienas iš aplinkosaugos dėmesio objektų.

390 pav. schemiškai pavaizduotas keletą metų veikiančios radiacijos sugertosios per parą dozės poveikis vidutinių platumų miško augmenijai (skaičiai apytikriai rodo per parą sugertąsias dozes miligrėjais). Ekologiniu požiūriu svarbu, kad augmenijos rūšių spektro pokyčiai galiausiai pakeičia visą ekosistemą.



390 pav. Keletą metų miško per parą sugeriamos dozės poveikis augmenijai

Manoma, kad dėl apšvitinimo organizme prasideda reakcijos, kurios vyksta ir švitinimui nustojus. Jonizuojančiosios spinduliuotės sąveikos su organizmo ląstelėmis sekundės dalis trunkančiu pirmuoju etapu sužadinami atomai, ir molekulės tampa chemiškai aktyviais centrais. Kartu gali nutrūkti ryšiai kai kuriose molekulėse. Antruoju etapu, kuris gali prasidėti ir po kelių sekundžių, ir po kelerių metų, vyksta biocheminiai pokyčiai. Dėl jų arba žūsta ląstelės, arba ateityje gali išsivystyti genetinės ir onkologinės ligos (dažniausiai leukozės).

Apšvitai jautriausias yra kaulų čiulpų ląstelės, jų funkcijos sutrinka jau esant  $\approx 1$  Gy sugertosios spinduliuotės dozei. Radiacijos sukelti bendrieji organizmo pažeidimai vadinami *spinduline liga*. Kaip rodo statistika, visam kūnui patyrus 1 Gy sugertosios spinduliuotės dozę, nuo leukozės miršta du žmonės iš tūkstančio, kitoje kartoje iš tūkstančio naujagimių du kenčia nuo rimtų genetinių ligų.

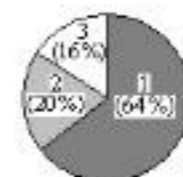
Jeigu švitinimas vyksta iš spindulių už organizmo ribų, jis vadinamas *išoriniu*. Švitinimas, kurį sukelia radioaktyvieji izotopai, patenkantys į organizmą su maistu, vandeniu, oru, vadinamas *vidiniu*.

Radiacijos spinduliai esti *gamtiniai* ir *dirbtiniai*. Iš gamtinių  $1/6$  sudaro kosminės,  $5/6$  – žemiškosios kilmės spinduliai. Apie pusę visos žemiškosios kilmės lygiavertės dozės žmogus gauna iš radioaktyviųjų radono (Rn) dujų ir jo skilimo produktų.  $^{222}_{86}\text{Rn}$  susidaro  $^{238}_{92}\text{U}$ , o  $^{220}_{86}\text{Rn}$  –  $^{238}_{92}\text{Th}$  radioaktyviosiose sekose (žr. 44.10 poskyrį). Radonas išsiskiria iš Žemės plutos visur, tačiau jo kiekis ore skirtingose vietose yra nevienodas.

Į patalpas radonas gali patekti iš dirvožemio pro pamatus ar grindis, taip pat iš statybinių konstrukcijų medžiagų. Vidutinė metinė efektinė dozė, kurią gauna kiekvienas žmogus iš

<sup>1</sup> Terminas *radiacija* kaip kitas jonizuojančiosios spinduliuotės pavadinimas plačiai vartojamas biologijoje, medicinoje, darbo ir radiacinėje saugoje, tad jis taikomas ir šiame skyriuje.

gamtinių radioaktyviųjų spindulių, esti apie  $2,4 \times 10^{-3}$  Sv. Jos pasiskirstymas pavaizduotas 391 pav.



391 pav. Žmogaus iš gamtinių šaltinių gaunamos metinės efektinės dozės pasiskirstymas: 1 – vidinė, 2 – išorinė apšvita iš žemiškosios kilmės šaltinių, 3 – iš kosminės spinduliuotės

Radiacijos poveikis nėra tiesiogiai susijęs su sugertos energijos kiekiu. Pavyzdžiui, žmogui mirtina 10 Gy sugertoji dozė suteiktą audiniams šilumos kiekį, kuris pakeltų temperatūrą tik tūkstantosiomis kelvino dalimis, tačiau ši energija sunaudojama ne kūnui šildyti, o molekulėms sužadinti ir jonizuoti.

Veikiant išorinei apšvitai pavojingesni  $\beta$ ,  $\gamma$ , rentgeno spinduliuotės ir neutronų srautai.  $\alpha$  spinduliuotė dėl mažos skvarbos paprastai yra sugerama oro arba išorinio odos sluoksnio, bet yra labai pavojinga, jei patenka į organizmo vidų, pavyzdžiui, su maistu arba įkvepiamu oru.

Vienkartinio viso kūno švitinimo skirtingomis efektinėmis dozėmis galimosios pasekmės:

- iki 0,25 Sv – jokių klinikinių simptomų;
- nuo 0,25 Sv iki 0,5 Sv – pastebimų pažeidimų nėra, galimi kraujo pakitimai;
- nuo 0,5 Sv iki 1 Sv – būdingi kraujo pakitimai, lengvas negalavimas;
- nuo 1 Sv iki 2 Sv – lengva spindulinė liga;
- nuo 2 Sv iki 4 Sv – sunki spindulinė liga, galima mirtis;
- nuo 4 Sv iki 6 Sv – mirtingumas  $\approx 50\%$ ;
- per 6 Sv – mirtina dozė.

Pažymėtina, kad *dozimetrija*, nagrinėjanti radiacijos biologinį poveikį, taiko statistikos duomenis, o pavienių žmonių reakcija į švitinimą gali būti visiškai nevienoda.

Lietuvoje radiacijos ribines dozes reglamentuoja „Pagrindinės radiacinės saugos normos“ (HN 73 : 2001). Pagal jas darbuotojų, dirbančių pagal darbo sutartį su jonizuojančiosios spinduliuotės šaltiniais arba jų veikiamų, ir gyventojų ribinių dozių (didžiausiųjų dozių, kurias gali patirti darbuotojai ir gyventojai per nurodytą laiko tarpą dėl išorinės ir vidinės apšvitos) pavyzdžiai pateikiami 44.4 lentelėje.

44.4 lentelė

Asmenų kategorija	Darbuotojai	Gyventojai
Ribinė dozė		
Efektinė dozė	100 mSv per 5 metus	1 mSv per 1 metus
Lygiavertė dozė akies lęšiukui (gyventojams – metinė lygiavertė dozė)	150 mSv	15 mSv
Lygiavertė dozė odai	500 mSv	50 mSv

Minėtoji higienos norma reglamentuoja radioaktyviųjų medžiagų gamybos, apdirbimo, naudojimo, saugojimo, gabenimo, įvežimo į Lietuvos teritoriją ir išvežimo iš jos, radioaktyviųjų atliekų tvarkymo saugos reikalavimus. Visai šiai veiklai reikalingos licencijos. Numatytos priemonės darbuotojų saugai nuo profesinės apšvitos užtikrinti, individualioji darbuotojų ir darbo vietų stebėseną, apsaugomoji veikla, įvykus radiacinei avarijai.

Radiacinės saugos taisyklės kelia darbų su radioaktyviaisiais izotopais patalpų, jų įrenginių, darbuotojų kvalifikacijos ir darbo drausmės, radioaktyviųjų medžiagų laikymo bei apskaitos reikalavimus. Numatoma griežta darbuotojų patiriamų efektyviųjų dozių kontrolė.

44.28 p a v y z d y s. Vandens sugertoji dozė  $D = 10^{-4}$  Sv. Laikykime, kad visa energija virto vandens vidine energija. Kiek dėl to pakilo vandens temperatūra?

*Sprendimas.* Pagal (44.43) sugertoji dozė suteikė vandeniui energiją  $\varepsilon = Dm$ . Vandens vidinės energijos pokytis  $\Delta Q = c m \Delta T$  (čia vandens savitoji šiluma  $c = 4,19 \times 10^3 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ ). Vadinasi,

$$\Delta T = \frac{D}{c} = 2,4 \times 10^{-8} \text{ (K)}. \quad (a)$$

44.29 p a v y z d y s. Tarkime, kad  $\alpha$  dalelėmis apšvitinto žmogaus odos sugertoji dozė lygi 15 mGy, raumenų sugertoji dozė – 1 mGy. Raskime efektingą dozę, jei odos jautrio daugiklis

$$w_{T(\text{odas})} = 0,01, \text{ raumenų} - w_{T(\text{raum.})} = 0,05, \text{ o } \alpha \text{ spinduliuotės svorinis daugiklis } w_R = 20 \frac{\text{Sv}}{\text{Gy}}.$$

*Duota:*  $D_{\text{odas}} = 1,5 \times 10^{-2} \text{ Gy}, D_{\text{raum.}} = 10^{-3} \text{ Gy}, w_{T(\text{odas})} = 0,01, w_{T(\text{raum.})} = 0,05, w_R = 20 \frac{\text{Sv}}{\text{Gy}}.$

*Rasti:* E.

*Sprendimas:* Efektingą dozę išreiškiama sugertąja dozė, audinio jautrio daugikliu ir spinduliuotės svoriniu daugikliu pagal (44.45) formulę:

$$E = \sum_T w_T \sum_R w_R D_{T,R} = 20 \times (1,5 \times 10^{-2} \times 0,01 + 10^{-3} \times 0,05) = 4 \times 10^{-3} \text{ (Sv)}. \quad (a)$$

44.30 p a v y z d y s. Žmogaus organizme yra apie 140 g kalio, kurio 0,01 % sudaro ilgaamžis radioaktyvusis izotopas  $^{40}_{19}\text{K}$  – silpnas  $\beta^+$  spinduliuotės. Jo pusėjimo trukmė  $T_{0,5} = 1,26 \times 10^9$  metų. Raskime šio izotopo kiekio aktyvumą.

*Duota:*  $m = 0,14 \text{ kg}, m_{\text{izot.}} = 10^{-4} m, T_{0,5} = 1,26 \times 10^9 \text{ metų} = 4,0 \times 10^{16} \text{ s}.$

*Rasti:* A.

*Sprendimas.*  $m_{\text{izot.}}$  masėje esančių kalio izotopo  $^{40}_{19}\text{K}$  atomų, kartu ir branduolių, skaičius:

$$N = \frac{m_{\text{izot.}}}{\mu} N_A = \frac{10^{-4} m}{\mu} N_A, \quad (a)$$

čia  $\mu = 0,04 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$  – kalio izotopo  $^{40}_{19}\text{K}$  molinė (atominė) masė,  $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  – Avogadro skaičius.

Pagal (44.27) formulę izotopo aktyvumas –

$$A = \lambda N. \quad (b)$$

Taikydami (44.23) sąsają, (b) rašome taip:

$$A = \frac{\ln 2}{T_{0,5}} N. \quad (c)$$

Izotopo  $^{40}_{19}\text{K}$  aktyvumą randame, įrašę į (c) branduolių skaičių (a):

$$A = \frac{10^{-4} m \ln 2 N_A}{T_{0,5} \mu} = 3,6 \times 10^3 \text{ (Bq)}. \quad (d)$$

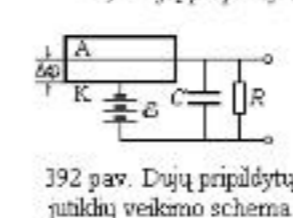
Palyginkime šį aktyvumą su tokios pat masės kito  $\beta^+$  spinduliuotės – trumpaamžio bario izotopo  $^{127}_{56}\text{Ba}$  (jo  $T_{0,5(\text{Ba})} = 600 \text{ s}$ ) pradinio aktyvumu. Laikydami  $m_{\text{Ba}} = 1,4 \times 10^{-5} \text{ kg}$ ,  $\mu_{\text{Ba}} = 0,127 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$  ir taikydami bario izotopui (d) formulę, gauname tokį  $^{127}_{56}\text{Ba}$  pradinį aktyvumą:  $A_{\text{Ba}} = \frac{m_{\text{Ba}} \ln 2 N_A}{T_{0,5(\text{Ba})} \mu_{\text{Ba}}} = 7,7 \times 10^{16} \text{ (Bq)}$ . Taigi trumpaamžių izotopų aktyvumas yra dideliu eilių skaičiumi didesnis už tokios pat masės ilgaamžių, bet greitai mažėja laikui bėgant.

#### 44.17. Jonizuojančiosios spinduliuotės registravimo ir matavimo būdai

Tiriant jonizuojančiąją spinduliuotę galima sukaupti informacijos apie branduoliuose vykstančius procesus, šios spinduliuotės biologinio poveikio pasekmes, todėl svarbu turėti patikimų spinduliuotės registravimo ir jonizuojančiųjų dalelių bei kvantų įvairių parametrų (energijos, masės, elektros krūvio, magnetinio momento ir kt.) matavimo būdų.

Jonizuojančiosios spinduliuotės registravimo ir matavimo sistemos sudarytos iš jutiklio ir matavimo aparatūros, kurioje jutiklio gautas signalas yra stiprinamas ir matuojamas. Jutiklių veikimas paremtas spinduliuotės sąveika su medžiaga (žr. 44.14 poskyrį). Trumpai apibūdinkime dažniausiai taikomus jonizuojančiosios spinduliuotės matavimus.

1) *Dujų pripildytų jutiklių* principinė veikimo schema pavaizduota 392 pav. Tarp inertinių



dujų pripildytos kameros sienelių (katodo K) ir centrinio elektrodo (anodo A) sukuriama potencialų skirtumas  $\Delta\phi$ . Kai tarp katodo ir anodo pralekia jonizuojančioji dalelė, dujos jonizuojamos, ir grandinėje susidaro srovės impulsas, kurį registruoja elektroninis įrenginys. Šis būdas taikomas ir pavienėms dalelėms, ir jų srautams registruoti. Jutikliai skiriasi pagal tai, kokioje voltamperinės charakteristikos dalyje vyksta išlydis jutiklio dujose (žr. 25.13 poskyrį).

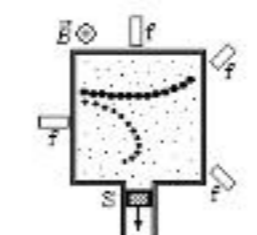
*Jonizacijos kamera* taikoma trumpo siekio nereliatyvistinėms dalelėms registruoti ir jų energijai matuoti. Šių kamerų pagrindinis trūkumas – palyginti mažas jautris.

*Geigerio ir Miulero skaitikliai* netinka dalelių energijoms matuoti, tačiau yra labai jautrūs (stiprinimo koeficientas siekia  $10^8$ ) ir palyginti pigūs, todėl plačiai taikomi.

*Proporcingieji skaitikliai* paprastai veikia impulsiniu režimu. Dėl didelio potencialų skirtumo tarp katodo ir anodo  $\Delta\phi$  skaitikliai gali registruoti pavienes jonizuojančiąsias daleles net kai stiprinimas nelabai didelis – nuo  $10^3$  iki  $10^6$ .

2) *Scintiliacinių (luminescencinių) jutiklių* veikimas pagrįstas fluorescuojančios medžiagos blykstelėjimu, kai į ją patenka dalelė. Sujungus tokį jutiklį su fotoelektroniniu daigintuvu, kuris pradinį signalą sustiprina kelionis eilėmis, gaunami didelės laikinės skyros (iki  $10^{-10} \text{ s}$ )  $\alpha, \beta$  dalelių ir  $\gamma$  spinduliuotės skaitikliai.

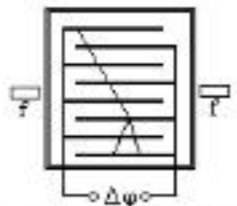
3) *Vilsono kamera* (393 pav.) leidžia stebėti jonizuojančiųjų dalelių trajektoriją pėdsakus (*trekus*). Ji sudaryta iš stiklinio cilindro, kuriame yra inertinių dujų ir įšotintųjų vandens arba spirito garų mišinys. Cilindro turį staigiai (adiabatiškai, žr. 17.6 poskyrį) padidinus stūmokliu S, garai persisotina, ir jonai, kuriuos sukuria registruojama dalelė, tampa kondensacijos centrais. Išilgai jonizuojančiosios dalelės trajektorijos matomas plonas rūko pėdsakas, kuris kamerų f fotografuojamas įvairiais kampais. Taip gaunami erdviniai dalelių trajektorijų vaizdai. Patalpinus Vilsono kamerą į dalelių trajektorijas iškreivinantį (žr. 26.6 poskyrį) magnetinį lauką (jo indukcija  $\vec{B}$ ), galima nustatyti dalelių rūšį, energiją, jonizacijos savybes. Vilsono kameros atmaina yra *difuzinė kamera*, veikianti nuolatiniu režimu.



393 pav. Vilsono kameros veikimo schema

4) *Burbulinėje kameroje* yra padidinto slėgio perkaitintasis skystis (žr. 19.3 poskyrį). Staigiai sumažinus slėgį, apie registruojamos dalelės kelyje atsirandančius jonus susidaro garų burbuliukai, kurie, kaip ir Vilsono kameroje, fotografuojami. Jonizuojančiųjų dalelių siekiai skystyje mažesni nei dujose, todėl burbulinės kameros taikomos ilgosioms dalelių atsiradimo ir skilimo grandinėms tirti. Prie dalelių greitintuvų įrengiamos labai didelio tūrio burbulinės kameros. Pavyzdžiui, Ženevoje Europos branduolinių tyrimų centre (CERN) yra  $34 \text{ m}^3$  tūrio burbulinė kamera, kurioje galima sukurti iki 2 T indukcijos magnetinį lauką.

5) *Kibirkštinė kamera* (394 pav.) – tai uždaras indas, kuriame yra sumažinto arba padidinto slėgio inertinės dujos. Inde įrengti plokštieji elektrodai, tarp kurių porų sukuriama trumpas



394 pav. Kibirkštinės kameros veikimo schema

( $\approx 10^{-7}$  s) įtampos impulsas. Impulsą paleidžia specialus jutiklis ir elektroninė schema tuo momentu, kai pro kamerą praskrieja jonizuojančioji dalelė. Dalelės kelyje jonizuojamos dujos, tarp elektrodų įvyksta kibirkštinė iškrova, visas dalelės pėdsakas, matomas kaip šviečiančios atkarpos, fotografuojamas. Keičiant elektrodų matmenis ir dujų tankį, galima pritaikyti kamerą skirtingai jonizuojančiajai spinduliuotei tirti. Šios kameros privalumai: palyginti greitas (apie  $10^{-5}$  s) grįžimas į darbo režimą, konstrukcijos paprastumas ir patikimumas.

6) *Branduolinėse fotografinėse emulsijose* dalelių trajektorijos nustatomos pagal pajuodus (išryškintus) pėdsaką, kuris lieka dalelės kelyje. Smulkiagrūdės fotoemulsijos leidžia tiksliai nustatyti dalelės trajektoriją, masę, krūvį ir energiją. Šio metodo trūkumas – matavimų sudėtingumas ir imlumas darbo požiūriu. Kosminei spinduliuotei matuoti taikomi fotoemulsijų blokai, kurių tūris gali siekti dešimtis litrų.

7) *Puslaidininkinių jutiklių* veikimas pagrįstas tuo, kad puslaidininkiuose, patalpintuose tarp skirtingų potencialų elektrodų, atsiranda srovės impulsas, kai į puslaidininkį patenka jonizuojančioji dalelė arba  $\gamma$  kvantas. Dėl mažesnių dalelių siekių kietosiose medžiagose tokiais jutikliais, palyginti su dujų pripildytais, galima tirti didesnių energijų daleles.

8) *Čerenkovo skaitikliuose* matuojama šviesa (*Čerenkovo spinduliuotė*), kurią sklaidžia dalelė, jei jos greitis terpėje yra didesnis už šviesos fazinį (žr. 29.6 ir 33.1 poskyrius) greitį šioje terpėje. Kadangi sklaidžiamos šviesos kryptis koreliuoja su dalelės judėjimo kryptimi ir jos greičiu, šiais skaitikliais galima nustatyti greitųjų dalelių energiją arba atrinkti tam tikro greičių diapazono daleles.

Visų minėtų jonizuojančiųjų spinduliuočių matavimo prietaisų svarbios charakteristikos: tikslumas, kuriuo galima nustatyti dalelės padėtį erdvėje (*erdvinė skyra*); minimalus laiko tarpas tarp dviejų atskirai registruojamų dalelių pralėkimų pro jutiklius (*laikinė skyra*); laikas, per kurį po vienos dalelės pralėkimo jutiklis grįžta į pradinę būseną ir gali vėl registruoti dalelę (*atsinaujinimo trukmė*). Šios kai kurių jutiklių savybės palyginamos 44.5 lentelėje.

Pastaraisiais metais visų metodų taikymą palengvina ir tikslumą padidina kompiuterinis informacijos apdorojimas.

44.5 lentelė

Jutiklis	Erdvinė skyra (m)	Laikinė skyra (s)	Atsinaujinimo trukmė (s)
Jontacijos kamera	$10^{-2}$	$10^{-6}$	$10^{-4}$
Geigerio ir Mullerio skaitiklis	$10^{-2}$	$10^{-6}$	$10^{-4}$
Proporcingasis skaitiklis	$10^{-2}$	$10^{-7}$	$10^{-5}$
Scintiliacinis skaitiklis	$10^{-2}$	$10^{-9}$	$10^{-6}$
Vilsono kamera	$10^{-1}$	$10^{-1}$	$10^{-2}$
Difuzinė kamera	$10^{-1}$	$10^{-1}$	$10^{-2}$
Burbulinė kamera	$10^{-4}$	$10^{-1}$	$10^{-1}$
Kibirkštinė kamera	$10^{-4}$	$10^{-6}$	$10^{-3}$
Branduolinė fotoemulsija	$10^{-6}$	–	–
Puslaidininkinis jutiklis	$10^{-2}$	$10^{-9}$	$10^{-9}$

44.31 p a v y z d y s. Izotopo aktyvumas –  $10^3$  Bq. Kiekviena jo sklaidžiama  $\alpha$  dalelė sukuria ore  $1,5 \times 10^7$  vienvalenčių jonų porų. Tarkime, kad visi jonai pasiekia jutiklio elektrodus. Raskime matuojamą srovės stiprį.

Duota:  $A = 10^3$  Bq,  $N^+ = N^- = 1,5 \times 10^7$ .

Rasti:  $I$ .

Sprendimas. Elektros srovę sudaro abiejų ženklų jonai. Kiekvienas  $\alpha$  skilimas sukuria 2 jonus, kurie pasiekia elektrodus. Kadangi skilimų per sekundę skaičius lygus  $A$ , per sekundę elektrodus pasiekia  $A(N^+ + N^-)$  jonų. Jų per sekundę pernešamas krūvis, t. y. elektros srovės stipris –

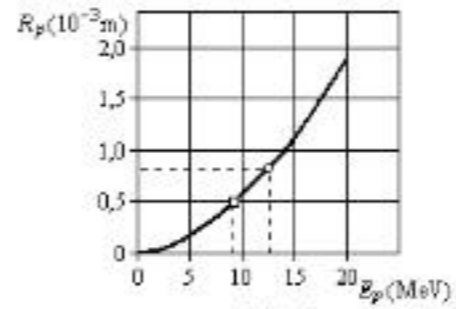
$$I = eA(N^+ + N^-) = 4,8 \times 10^{-9} \text{ (A)} \quad (a)$$

Matome, kad srovės stipris yra mažas, tokio jutiklio signalas turi būti stiprinamas.

44.32 p a v y z d y s. Empiriškai nustatyta tokia protono energijos ir jo siekio branduolinėje fotoemulsijoje sąsaja:

$$E_p = 0,25 R_p^{0,58} \quad (a)$$

čia energija  $E_p$  matuojama megaelektronvoltais (MeV), siekis  $R$  – mikrometrais ( $1 \mu\text{m} = 10^{-6}$  m). Nubrėškime funkcijos  $R_p = f(E_p)$  grafiką ir pagal jį nustatykite 12,5 MeV energijos protonų siekį branduolinėje fotoemulsijoje.



395 pav. Protonų siekio fotoemulsijoje priklausomybė nuo protonų energijos

Sprendimas. Užrašome funkciją  $R_p = f(E_p)$ :

$$R_p = (4 E_p)^{1/0,58} = (4 E_p)^{1,72} \quad (b)$$

Pagal 395 pav. grafiką randame, kad 12,5 MeV protonų siekis branduolinėje fotoemulsijoje lygus  $\approx 0,08$  m (grafiko baltas taškas atitinka sprendinį).

44.33 p a v y z d y s. Išmatuotas protono siekis fotoemulsijoje  $R_p = 5 \times 10^{-4}$  m. Raskime šio protono greitį.

Duota:  $R_p = 5 \times 10^{-4}$  m,  $m_p = 1,67 \times 10^{-27}$  kg.

Rasti:  $v$ .

Sprendimas. Pagal 44.32 pavyzdžio (a) formulę arba 395 pav. grafiką nustatome, kad protono, kurio siekis  $5 \times 10^{-4}$  m, energija  $E_p \approx 9,2$  MeV  $= 1,5 \times 10^{-12}$  J (baltas kvadratas 395 pav.). Laikydami, kad tai yra protono kinetinė energija  $E = \frac{mv^2}{2}$ , randame greitį  $v$ :

$$v = \sqrt{\frac{2E}{m_p}} = 4,2 \times 10^7 \left( \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) \quad (a)$$

Protono greitis yra daug mažesnis už šviesos greitį vakuume, todėl nereliatyvistinę (a) formulę taikėme pagrįstai.

44.34 p a v y z d y s. Eksperimentais nustatyta tokia jonizuojančiųjų dalelių energijos ir jų siekio branduolinėje fotoemulsijoje sąsaja:

$$E_{dal.} = 0,25 \left( \frac{m_{dal.}}{m_p} \right)^{0,42} z^{1,36} R_{dal.}^{0,58} \quad (a)$$

čia  $E_{dal.}$  – megaelektronvoltais matuojama jonizuojančiosios dalelės energija,  $R$  – mikrometrais matuojamas siekis,  $m_{dal.}$  ir  $m_p$  – dalelės ir protono masės,  $z$  – dalelės krūvis, išreikštas elektrono

krūvio absoliučiuoju dydžiu. Apskaičiuokime  $\alpha$  dalelės energiją, jei jos siekis branduolinėje fotoemulsijoje  $R_{\text{dal.}} = 0,005 \text{ m}$ .

Duota:  $R_{\text{dal.}} = 0,005 \text{ m} = 5 \times 10^3 \mu\text{m}$ .

Rasti:  $E_{\text{dal.}}$ .

Sprendimas.  $\alpha$  dalelės masė keturgubai didesnė už protono masę:  $m_{\text{dal.}} = 4m_p$ , o krūvis lygus dvigubam elektrono krūvio absoliučiajam dydžiui  $z = 2$ . Įrašę šiuos duomenis į sąlygoje pateiktą (a) formulę, gauname:

$$E_{\text{dal.}} = 140 \text{ MeV.} \quad (\text{b})$$

Pastaba. Empiriškai gautose formulėse kartais patogiau rašyti nesisteminiais vienetais išmatuotų dydžių reikšmes. Akivaizdu, kad ir 44.32 pavyzdžio (a) formulės, ir 44.34 pavyzdžio (a) formulės koeficientai 0,25 yra tokių matavimo vienetų, kad dešimtosiose lygybių dalyse gautume atitinkamai siekio ir energijos matavimo vienetus.

#### 44.18. Branduolinės reakcijos

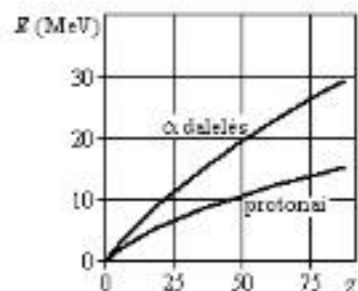
Branduolinėmis reakcijomis vadinami atomų branduolių virsmai, vykstantys dėl branduolių sąveikos su elementariosiomis dalelėmis,  $\gamma$  kvantais ir tarpusavyje. Kad įvyktų branduolinė reakcija, dalelė turi priartėti prie branduolio  $\approx 10^{-15} \text{ m}$  atstumu. Teigiamųjų elektros krūvių dalelių (pavyzdžiui, protonų,  $\alpha$  dalelių) energija turi viršyti branduolio potencialo barjerą, t. y. dalelė turi nugalėti elektrostatinę stūmos nuo branduolio jėgą. 396 pav. parodyta potencialo barjerui nugalėti reikalingos protonų ir  $\alpha$  dalelių energijos priklausomybė nuo bombarduojamos medžiagos atominio skaičiaus  $Z$ . Neigiamųjų elektros krūvių dalelėms (pavyzdžiui, elektronams) ir elektriškai neutralioms dalelėms (neutronams) toks barjeras neegzistuoja, todėl jos gali sukelti branduolinę reakciją būdamos mažesnės energijos.

Branduolinė reakcija simboliškai užrašoma taip:



čia  $A$  – bombarduojamas branduolys (taikiny),  $a$  – bombarduojančioji dalelė,  $B$  – naujai atsiradęs branduolys,  $b$  – po reakcijos išlekianti dalelė (po kai kurių reakcijų tokių dalelių gali būti kelios, t. y.  $A(a,bcd)B$ ).

Jei reakcija<sup>1</sup> yra egzoterminė, t. y. vykstanti išsiskiriant energijai  $Q$ , dešiniojoje reakcijos pusėje kartais rašoma energijos  $Q$  reikšmė.



396 pav. Potencialo barjerui nugalėti reikalingos energijos  $E$  priklausomybė nuo bombarduojamos medžiagos atominio skaičiaus  $Z$

medžiagos  $dx$  storio sluoksnyje reakciją sukėlusių dalelių skaičius,  $N_0$  – medžiagos branduolių koncentracija. Efektinio skerspjūvio SI matavimo vienetas  $[\sigma] = \text{m}^2$ , bet dažniau taikomas barnas:  $1 \text{ b} = 10^{-28} \text{ m}^2$ .

<sup>1</sup> Toliau šiame skyriuje trumpumu dalei branduolinę reakciją vadinsime reakcija.

Galimas atvejis, kai pirmuoju etapu bombarduojanti dalelė lieka branduolyje, jos energija tolygiai pasiskirsto tarp nukleonų. Trumpam laikui, maždaug ( $10^{-15} \div 10^{-16}$ ) s, susidaro tarpinis branduolys (arba kompaund branduolys, angl. *compound*), t. y. sužadintosios būsenos dalelių sistema. Antruoju etapu branduolys suskyla. Tokios reakcijos schema –

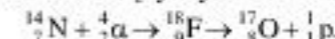


čia  $B$  – tarpinis branduolys.

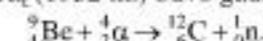
Jeigu  $a = b$ , (44.51) schema nusako  $a$  dalelės sklaidą branduolyje (kai išsklaidytos dalelės energija nepakinta – *tamprioji sklaida*, kai pakinta – *netamprioji*).

Pateikiame kelių branduolinių reakcijų pavyzdžius.

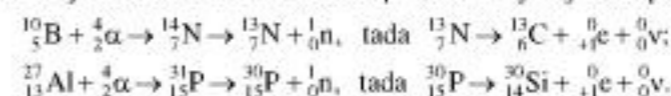
Pirmoji istorijoje (1919 m.) Rezerfordo įvykdyta branduolinė reakcija:



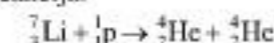
Reakcija, kurios metu pirmą kartą (1932 m.) buvo gauti neutronai:



Reakcijų, kurioms vystant sukuriama dirbtiniai  $\beta^+$  radioaktyvieji izotopai, pavyzdžiai:



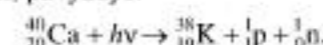
Pirmoji branduolio skaidymo reakcija:



Veikiant kosminės spinduliuotės neutronams Žemės atmosferoje vyksta azoto virsmas ilgaamžiu anglies izotopu (tuo remiantis nustatomas organinių liekanų amžius, žr. 44.11 poskyrį):



Reakcijos, veikiant  $\gamma$  kvantui, pavyzdys:



44.35 p a v y z d y s. Paaiškinkime 396 pav. grafiko kreives. Žinome, kad  $\alpha$  dalelių elektros krūvis  $q_\alpha = 2|e|$ , o protono –  $q_p = |e|$ , todėl protonų elektrostatinės sąveikos su bombarduojamu branduoliu jėga yra perpus mažesnė. Iš kreivių matyti, kad protonai nugalė maždaug perpus mažesnius skirtingų medžiagų branduolių potencialo barjerus nei  $\alpha$  dalelės.

#### 44.19. Neutronai ir jų sąveika su medžiagos branduoliais

Pagrindinės neutronų charakteristikos aprašytos 44.1 poskyryje. Čia aptarsime neutronų sąveiką su medžiagos branduoliais. Ši sąveika svarbi ne tik radiacinės saugos požiūriu, bet ir yra branduolinės energetikos technologinis pagrindas.

Neutronai esti patvarūs tik patvariuosiuose branduoliuose. Laisvieji neutronai ir nepatvariųjų branduolių neutronai skyla pagal  $\beta^-$  skilimo schemą:



Laisvųjų neutronų pusėjimo trukmė  $T_{0,5} = 636 \text{ s}$ . Medžiagoje neutronus greitai sugeria atomų branduoliai, todėl ir gamtoje, ir laboratorinėmis sąlygomis neutronai gaunami tik vykstant branduolinėms reakcijoms.

Neutronų sąveikos su branduoliais pobūdis priklauso nuo neutronų energijos. Greitųjų neutronų greitis  $v$  yra tiek didelis, kad juos atitinkančių de Broilio bangų ilgiai (žr. 41.1 poskyrį)  $\lambda = \frac{h}{mv}$  mažesni už branduolio spindulį  $R$ :  $\frac{h}{mv} < R$ , t. y.  $v > \frac{h}{mR}$ . Greitųjų neutronų energijos ruožas – nuo 0,1 MeV iki 50 MeV.

Jeigu neutronų  $\lambda > R$ , jie vadinami *lėtaisiais*. Jų energija neviršija 100 keV. Lėtieji neutronai, kurių energijos ruožas nuo 0,005 eV iki 0,5 eV, vadinami *šiluminiais*.

Branduoliai arba išsklaido neutronus, arba sugeria juos. Pirmuoju atveju neutronų energija virsta medžiagos vidine energija. Pavyzdžiui, tai įvyksta *lėtikliuose* (grafitas, sunkusis vanduo D<sub>2</sub>O, berilio junginiai). Praradę dalį energijos neutronai tampa maždaug 0,025 eV energijos šiluminiais neutronais. Kai tokių neutronų energija sutampa su tarpinio branduolio susidarymo energija, įvyksta neutronų *rezonansinė sugertis*. Šiuo vyksmu pagrįsta sunkųjų (*transuraninių*) elementų gavyba. Pavyzdžiui, neptūnio gavybos reakcija:  ${}_{92}^{238}\text{U} + {}_0^1\text{n} \rightarrow {}_{92}^{239}\text{U} \rightarrow {}_{93}^{239}\text{Np} + {}_0^0\text{e}$ .

Sunkieji branduoliai, kuriuose daug elektrosstatinės stūmos jėgos veikiamų protonų, gali suskilti į dvi dalis (*dalijimosi skeveldras*, kurių masių santykis dažniausiai esti 2 : 3) ir išskirti ryšio energiją (apie 0,9 MeV vienam nukleonui). Tokio skilimo sąlyga  $Z^2/A \geq 17$  (čia Z – branduolio atominis skaičius, A – masės skaičius, santykis  $Z^2/A$  vadinamas *dalijimosi parametru*). *Kritinio dalijimosi parametro* reikšmė  $(Z^2/A)_{kr.} \geq 49$ , tokių branduolių gamtoje nebeegzistuoja, nes jie yra visiškai nepatvarūs. Šie branduoliai gaunami trumpam laikui tik laboratorijose.

Jeigu  $Z^2/A < (Z^2/A)_{kr.}$ , gali vykti *spontaniškas branduolių dalijimasis*, kurio labai didelė pusėjimo trukmė –  $T_{0,5} \approx (10^{16} - 10^{17})$  metų.

Neutronų sukiamų branduolinių reakcijų produktai jonizuoja neutronų švitinamą medžiagą.

Neutronų srauto tankio kitimą medžiagoje kelyje h apytikriai nusako formulė

$$\phi = \phi_0 \theta e^{-h/L}, \quad (44.53)$$

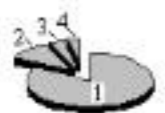
čia L – neutronų kelio medžiagoje, kuriame srauto tankis sumažėja e kartų, ilgis; θ – tam tikrai medžiagai būdingas ir nuo neutronų energijos priklausantis koeficientas.

Skirtingų energijų neutronų kai kuriose medžiagose L ir θ dydžiai pateikiami 44.6 lentelėje.

44.6 lentelė

Medžiaga	Neutronų energija 4 MeV		Neutronų energija 15 MeV	
	L (m)	θ	L (m)	θ
Vanduo	$6,2 \times 10^{-3}$	5,4	0,142	3
Geležis	$7,6 \times 10^{-3}$	4,9	$8,2 \times 10^{-3}$	2,7
Švinas	$1,49 \times 10^{-3}$	4,0	$1,54 \times 10^{-2}$	2,9

44.36 p a v y z d y s.  ${}_{92}^{235}\text{U}$  dalijimasis gali vykti (susidarant tarpiniam  ${}_{92}^{236}\text{U}$  branduoliui) pagal tokią schemą:  ${}_{92}^{235}\text{U} + {}_0^1\text{n} \rightarrow {}_{92}^{236}\text{U} \rightarrow {}_{38}^{95}\text{Sr} + {}_{54}^{139}\text{Xe} + 2{}_0^1\text{n}$ . Dalijimosi metu išsiskirianti energija (200 MeV) pasiskirsto taip: skeveldrų kinetinė energija 165 MeV, γ spinduliuotės – 8 MeV, neutronų kinetinė energija – 6 MeV, skeveldrų radioaktyviojo skilimo energija – 21 MeV.



397 pav.  ${}_{92}^{235}\text{U}$  dalijimosi energijos (100 %) pasiskirstymas: 1 – skeveldrų kinetinė (82 %), 2 – skeveldrų radioaktyviojo skilimo (11 %), 3 – γ spinduliuotės (4 %), 4 – neutronų kinetinė (3 %)

Raskime, kiek energijos išsiskiria, skaičiuojant vienam nukleonui. Pavaizduokime energijos pasiskirstymą grafiškai.

*Sprendimas.* Išsiskirianti energija, skaičiuojant vienam urano branduolio nukleonui, –

$$\epsilon = \frac{E}{A} = \frac{200 \text{ MeV}}{235} = 0,85 \text{ MeV.} \quad (a)$$

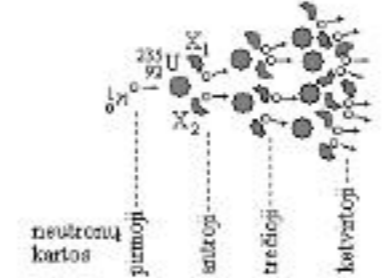
${}_{92}^{235}\text{U}$  dalijimosi energijos pasiskirstymas pavaizduotas 397 pav. Matome, kad didžiausioji urano branduolio dalijimosi energijos dalis virsta skeveldrų kinetine energija.

44.20. Grandininė branduolių dalijimosi reakcija

Masyviesiems branduoliams skylant išsiskiria jų ryšio energija (apie 0,9 MeV vienam nukleonui). Spontaniškos dalijimosi vyksmai esti labai reti ir nevaldomi, tad jie negali tapti energijos šaltiniu. Šiuo atžvilgiu esminis yra *priverstinis branduolių dalijimasis*, kurį, kaip matėme 44.19 poskyryje, gali sukelti neutronai. Branduolio skeveldrose ( $X_1$  ir  $X_2$ , 398 pav.) yra neutronų perteklius, ir branduolys išspinduliuoja juos skilimo metu (*momentiniai neutronai*) arba po kurio laiko (*vėluojantieji neutronai*, jų būna mažiau nei 2 % visų neutronų). Jeigu po branduolio dalijimosi atsiranda statistiškai daugiau vieno neutrono, naujai atsiradę neutronai savo ruožtu sukelia kitų branduolių dalijimąsi. Taip prasideda *grandininė dalijimosi reakcija* (398 pav.).

*Neutronų daugėjimo koeficientu k* vadinamas neutronų tam tikroje kartoje skaičiaus santykis su prieš tai buvusios kartos neutronų skaičiumi:

$$k = \frac{N_{i+1}}{N_i}, \quad (44.54)$$



čia  $N_i$  – i-osios,  $N_{i+1}$  – (i+1)-osios kartos neutronų skaičius.

Vykstant tai pačiai branduolinei reakcijai, daugėjimo koeficientas k priklauso nuo medžiagos zonos, kurioje vyksta reakcija, matmenų, formos, zonos sandarumo neutronų atžvilgiu.

Jeigu  $k = 1$ , neutronų skaičius nekinta, reakcija vyksta pastovia sparta (tai taikoma branduoliniuose reaktoriuose, žr. 44.21 poskyrį). Jeigu  $k > 1$ , neutronų skaičius didėja griūties pavidalu, reakcija greitai plinta. Taip vyksta branduolinis<sup>1</sup> sproginimas. Jeigu  $k < 1$ , neutronų skaičius mažėja, reakcija greitai slopsta.

Izotopo masė, kurioje  $k = 1$ , vadinama *kritine*. Pavyzdžiui, grynojo izotopo  ${}_{92}^{235}\text{U}$  8,2 cm spindulio rutulio kritinė masė lygi 43,2 kg. Specialiosiomis priemonėmis (izotopo medžiagos matmenys, neutronus atspindintys berilio apvalkalai) galima sumažinti  ${}_{92}^{235}\text{U}$  kritinę masę iki 0,242 kg.

Raskime, kaip kinta neutronų skaičius didėjant jų kartų skaičiui, kai daugėjimo koeficientas yra k. Jeigu pirmosios kartos yra 1 neutronas ( $N_{(1)} = 1$ ), tai antrosios jų yra  $N_{(2)} = k$ , trečiosios –  $N_{(3)} = k^2$ , o n-osios –

$$N_{(n)} = k^{n-1}. \quad (44.55)$$

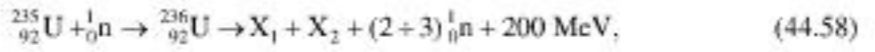
Jeigu vienos neutronų kartos gyvavimo trukmė τ, ir yra vienas pirmosios kartos neutronas,  $N_{(n)}$  neutronų atsiranda per laiką

$$t = (n - 1)\tau, \quad (44.56)$$

arba, atsižvelgiant į (44.55) –

$$t = \frac{\lg N_{(n)}}{\lg k} \tau. \quad (44.57)$$

Grandininės reakcijos pavyzdys – urano  ${}_{92}^{235}\text{U}$  grandininė dalijimosi reakcija:



<sup>1</sup> Žniasklaidoje ir buitje plačiai taikomi terminai „atominis sproginimas (bomba)“, „atominis reaktorius“, „atominė energija“ fizikiniu požiūriu iš esmės yra neteisingi. Visais tais atvejais turima mintyje branduolinių reakcijų taikymas, todėl sakytina „branduolinis sproginimas“, „branduolinis reaktorius“, „branduolinė energija“. Atomas skleidžia žymiai mažesnę, palyginti su branduolių, plataus elektromagnetinių bangų spektro energiją – nuo radijo bangų iki rentgeno spinduliuotės (žr. 40 ir 41 skyrius).

čia  $^{235}_{92}\text{U}$  – tarpinis branduolys,  $Y_1$  ir  $Y_2$  – dalijimosi skeveldros, jų yra skirtingų (iš viso per 200 rūšių; vienas labiausiai tikėtinų atvejų išnagrinėtas 44.36 pavyzdyje).

Branduolinės bombos užtaisas sudarytas iš kelių  $^{235}_{92}\text{U}$  arba  $^{239}_{94}\text{Pu}$  dalių, kurių masės mažesnės už kritinę, kad neprasidėtų grandininė reakcija. Kai šios dalys paprastais sprogdikliais sujungiamos į vieną, prasideda grandininė reakcija, kurios metu per labai trumpą laiką išsiskiria didelė energija (žr. 44.37 pavyzdį).

44.37 p a v y z d y s. Tarkime, kad  $^{235}_{92}\text{U}$  medžiagoje vyksta grandininė reakcija, kai neutronų daugėjimo koeficientas  $k = 2$ . Vienos neutronų kartos gyvavimo trukmę laikykime lygia  $\tau = 5 \times 10^{-8}$  s. Vieno branduolio dalijimosi metu išsiskiria 200 MeV energija. Raskime, per kiek laiko įvyks 10 kg masės  $^{235}_{92}\text{U}$  dalijimasis, kokia energija išsiskirs ir kokia šio vyksmo galia.

Duota:  $k = 2$ ,  $\tau = 5 \times 10^{-8}$  s,  $E_1 = 200 \text{ MeV} = 3,2 \times 10^{-11} \text{ J}$ ,  $m = 10 \text{ kg}$ .

Rasti:  $t$ ,  $E$ ,  $W$ .

Sprendimas. Urano 10 kg masėje branduolių skaičius –

$$N = \frac{m}{\mu} N_A \approx 2,6 \times 10^{25}, \quad (a)$$

čia  $\mu = 0,235 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}$  –  $^{235}_{92}\text{U}$  molinė (atominė) masė,  $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  – Avogadro skaičius.

Tiek branduolių suskaidyti reikia tokio pat neutronų skaičiaus. Apskaičiuokime, kurios kartos neutronų skaičius bus ne mažesnis kaip šis. Pagal (44.55):

$$2,6 \times 10^{25} = k^{n-1}. \quad (b)$$

Logaritmuodami (b) randame  $n$  ir padidiname iki artimiausio sveiką skaičių  $n = 86$ .

Tiek neutronų kartų atsiradimo laiką apskaičiuojame pagal (44.56):

$$t = (n - 1)\tau \approx 4,2 \times 10^{-6} \text{ (s)}. \quad (c)$$

Bendra išsiskirianti energija –

$$E = E_1 N = 8,3 \times 10^{14} \text{ (J)}. \quad (d)$$

Palyginimui: maždaug tiek energijos gaunama sudeginus 18 000 tonų benzino. Dalijimosi vyksmo galia –

$$W = \frac{E}{t} = 2,0 \times 10^{20} \text{ (W)}.$$

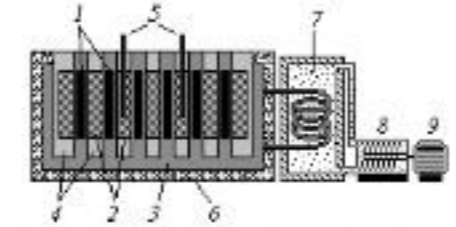
Palyginimui: bendroji Saulės spinduliuotės galia lygi  $3,8 \times 10^{26} \text{ W}$ . Tokia didelė branduolių grandininės reakcijos galia gaunama ne tik dėl išsiskiriančios milžiniškos energijos, bet ir dėl labai mažos vyksmo trukmės.

#### 44.21. Branduoliniai reaktoriai

Valdoma grandininė branduolių dalijimosi reakcija vykdoma *branduoliniuose reaktoriuose*. Kaip lėtųjų neutronų reaktorių branduolinis kuras gali būti nuklidai  $^{235}_{92}\text{U}$ ,  $^{239}_{94}\text{Pu}$ ,  $^{233}_{92}\text{U}$ . Pagal neutronų energijas (žr. 44.19 poskyrį) reaktoriai skirstomi į *greitųjų* ir *šiluminių neutronų* reaktorius. *Greitųjų neutronų reaktoriams* būtina gamtinio urano sodrinimas, sudėtingos skystojo natrio aušinimo sistemos, be to, šių reaktorių valdymas yra techniškai sudėtingas. Didelis greitųjų neutronų reaktorių privalumas – branduolinio kuro reprodukcija. Dėl neutronų pagavos gamtiniai izotopai  $^{238}_{92}\text{U}$  ir  $^{232}_{90}\text{Th}$  virsta branduoliniu kuru  $^{239}_{94}\text{Pu}$  ir  $^{233}_{92}\text{U}$ . Tokie reaktoriai vadinami *dauginimo reaktoriais*.

*Šiluminių neutronų reaktoriuose*, kaip kurą naudojant  $^{235}_{92}\text{U}$ , grandininė reakcija vyksta pagal (44.58) schemą. Išnagrinėkime energetinio reaktoriaus veikimo principą (399 pav.).

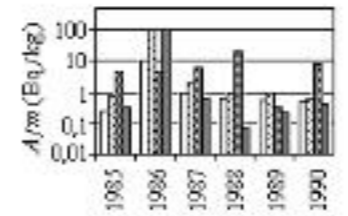
*Aktyviojoje zonoje* hermetiškuose apvalkaluose yra branduolinio kuro blokai (*šiluminiai elementai*, sutrumpintai ŠIEL) (1) ir neutronų lėtklis (2). Šioje zonoje vyksta grandininė branduolinė reakcija ir išsiskiria energija. Kanalais tarp kuro blokų cirkuliuoja aušalas (3). Aktyviają zoną supa neutronų atšvaitas (4), mažinantis neutronų išlėkimą iš aktyviosios zonos. Grandininės reakcijos sparta reguliuojama nuleidžiant arba ištraukiant tarp ŠIEL gerai neutronus sugeriančios medžiagos strypus (5). Papildomi avariniai strypai automatiškai nuleidžiami, jei neutronų daugėjimo koeficientas  $k$  tampa didesnis nei 1. Reaktorius skleidžia radiaciją (neutronus ir  $\gamma$  spinduliuotę), kurios intensyvumas iki  $10^{11}$  karto viršija leidžiamąsias normas, todėl yra apsuptas ekranuojančiu apsauginiu apvalkalu (6). Šilumokaityje (7) aukštos temperatūros aušalas garina vandenį ir kaitina garus, sukančius elektros generatoriaus (9) garo turbiną (8).



399 pav. Energetinio branduolinio reaktoriaus ir jo taikymo schema

Branduolinio kuro rūdoje esančių išteklių panaudojimas visiškai išspręstų augančio žmogijos energijos poreikio problemą. Pavyzdžiui,  $10^3 \text{ kg}$  granito yra apie  $3 \text{ g } ^{238}_{92}\text{U}$  ir  $12 \text{ g } ^{232}_{90}\text{Th}$ . Dauginimo reaktoriuose visus šiuos išteklius pavertus izotopais  $^{239}_{94}\text{Pu}$  ir  $^{233}_{92}\text{U}$ , net šimtą kartų padidėtų branduolinės energetikos pajėgumai, ir branduolinio kuro užtektų  $10^9$  metų.

Kartu pažymėtina, kad ypač daug dėmesio būtina skirti saugiam branduolinių jėgainių darbui, nes įvykus avarijai radioaktyviaisiais izotopais užteršiami didžiuliai plotai, ir tokios užtaršos pasekmės pasireiškia ilgą laiką (žr. 44.16 poskyrį).



400 pav.  $^{137}_{55}\text{Cs}$  aktyvumo koncentracija maisto produktuose Lietuvoje (□ - piene, ▨ - mėsoje, ▩ - žuvyse, ■ - daržovose)

Pavyzdžiui, po 1986 m. įvykusios Černobylio AE avarijos radioaktyviaisiais nuklidais buvo užteršta ir Lietuva. Iš pradžių oro masės pernešė taršą į pietinius ir vakarinius Lietuvos rajonus, o po kelių dienų su vakarinės ir šiaurės vakarinės krypties vėjais dalis teršalų grįžo iš Šiaurės ir Vakarų Europos.

Iš ilgaamžių nuklidų didžiausia tarša buvo cezio  $^{137}_{55}\text{Cs}$  ( $T_{0,5} = 30$  metų) ir stroncio  $^{90}_{38}\text{Sr}$  ( $T_{0,5} = 27,7$  metų) izotopais. Iš dirvožemio ir vandens jie patenka į augalus, gyvūnų ir žmonių organizmus.  $^{137}_{55}\text{Cs}$  aktyvumo koncentracija<sup>1</sup>, kai kuriuose maisto produktuose nustatyta Lietuvoje prieš Černobylio avariją ir keletą metų po jos, logaritmiu masteliu pavaizduota 400 pav.

Branduolinių reaktorių veikimo saugumas labai priklauso nuo jų konstrukcijos. Beveik visi pasaulio energetiniai reaktoriai yra antrosios kartos, vis daugiau statoma trečiosios kartos reaktorių. 2010–2030 metais turėtų tęstis saugesnių, tobulesnės konstrukcijos ir geresnių ekonominių savybių reaktorių (vadinamųjų trečiosios kartos plus) statyba. Tarp jų numatyti, pavyzdžiui, greitųjų neutronų reaktoriai, aušinami dujomis arba skystuoju metalu (švinu, švino ir bismuto lydiniu, natriu).

Radioaktyvumas negali būti panaikintas jokiais fizikinėmis priemonėmis, todėl kitas svarbus problemiškas klausimas – radioaktyviųjų atliekų saugojimas.

<sup>1</sup> Šiuo atveju aktyvumo koncentracija vadinamas radionuklidų aktyvumas viename maisto produkto kilograme.

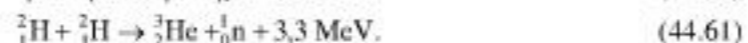
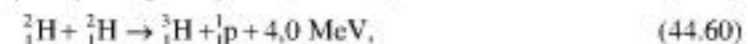
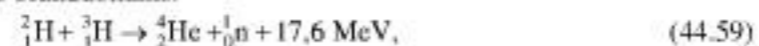




## 44.22. Termobranduolinės sintezės reakcija

Be anksčiau aptartos branduolių dalijimosi reakcijos, galimas dar vienas branduolinės energijos gavimo būdas – mažiausių masių *branduolių sintezė* (jungimasis) į masyvesnius branduolius (žr. 44.3 poskyrį). Tokios reakcijos metu vienam nukleonui tenkanti išsiskirianti energija kelis kartus didesnė už atitinkamą dalijimosi reakcijos energiją.

Tam, kad prasidėtų branduolių sintezės reakcija, branduoliai turi priartėti maždaug  $10^{-15}$  m atstumu (tai maždaug lygu pačių branduolių matmenims), nugalėdami elektrosstatinės sąveikos stūmos jėgą. Tai įmanoma tik tuo atveju, kai branduolių kinetinė energija labai didelė, t. y. branduolinio kuro temperatūra yra  $10^8$  K eilės. Dėl tos priežasties branduolių sintezės reakcija vadinama *termobranduoline*. Termobranduolinės reakcijos pavyzdžiai yra sintezės reakcijos, dalyvaujant deuterio ir tricio branduoliams:



Kol kas termobranduolinės sintezės reakcijas pavyko įvykdyti tik termobranduolinio sprogimo (vandenilinė bomba) forma. Aukštai temperatūrai gauti tokioje bomboje kaip „sprogdiklis“ taikomas branduolinis užtaisas (atominė bomba).

Valdomajai reakcijai įvykdyti reikia ne tik gauti labai aukštos temperatūros plazmą, bet ir išlaikyti ją kurį laiką (pavyzdžiui, magnetinio lauko gaudykle). Termobranduolinės reakcijos atsiradimo sąlygą nusako *Lousono kriterijus*, siejantis aukštos temperatūros plazmos dalelių koncentraciją  $n$  ir šios plazmos gyvavimo laiką  $\tau$ :  $n\tau \geq 10^{20} \text{ m}^{-3}\text{s}$  (deuterio ir tricio reakcijos) arba  $n\tau \geq 10^{21} \text{ m}^{-3}\text{s}$  (deuterio ir deuterio reakcijos). Fizikų viltys siejamos su *tokamaku*<sup>1</sup> vadinamu toroido formos reaktoriu, kuriame pačios plazmos srovės kuriamas magnetinis laukas verčia plazmą susispausti į ploną apskritimines „virvę“.

1989 m. Anglijoje toroidiniame reaktoriuje deuterio ir tricio mišinyje maždaug  $2 \times 10^8$  K temperatūros plazmoje pirmą kartą įvykdyta termobranduolinė reakcija, kurios metu pasiektas sunaudotos ir gautos energijos balansas. Šio reaktoriaus plazmos „virvės“ elektros srovė siekė  $4 \times 10^6$  A, magnetinio lauko indukcija – 2,8 T, plazmos gyvavimo trukmė – per 1 s.

Paskutiniaisiais XX amžiaus metais sukurtas plazmos įrenginys (stelatorius), kuriame plazma sulaikoma sraigtiniais magnetiniais laukais. Taip išvengiama plazmos nestabilumo, todėl įrenginys gali veikti nuostoviuoju režimu.

Valdomosios termobranduolinės sintezės įsisavinimas leistų panaudoti deuterio išteklius, kurių vandenyne yra apie  $4 \times 10^{16}$  kg. Panaudojus šį deuterį kaip termobranduolinį kurą ir laikant, kad energijos poreikis išaugtų 1000 kartų, energijos užtektų 2 milijonams metų.

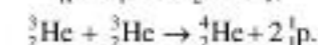
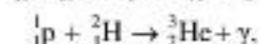
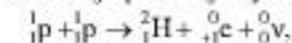
Termobranduolinės sintezės tyrimo programoje dalyvauja ir Lietuvos fizikai. Viena iš jų darbo krypčių – analitiniai termobranduolinių reaktorių gaisrinės saugos pagrindimai. Kita – nanokristalinių volframo dangų panaudojimas reaktoriaus vidinei sienelėi dengti.

44.23<sup>\*</sup>. Termobranduolinė sintezė gamtoje

Laikoma, kad termobranduolinės sintezės reakcijos yra žvaigždžių, tarp jų Saulės, energijos šaltinis. Reakcijų schemas priklauso nuo žvaigždės amžiaus ir kitų parametrų. Saulė yra vadinamųjų geltonųjų nykštukių žvaigždžių klasės. Saulės atmosferoje yra 74,7 % vandenilio ir 23,7 % helio. Skaičiavimai rodo, kad Saulės centre medžiagos tankis –  $1,6 \times 10^5 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ , temperatūra – apie  $1,6 \times 10^7$  K.

<sup>1</sup> *Токмак* yra pavadinimo „торoidalная камера с магнитными катушками“ trumpinys.

Tokiomis sąlygomis visiškai jonizuotoje plazmoje vyksta vadinamasis *vandenilio ciklas*:



Pirmosios dvi reakcijos kiekviename cikle vyksta dukart. Susumavę visas ciklo reakcijas ir pridėję išsiskiriančią energiją, gauname:



Vandenilio ciklas yra pagrindinis energijos šaltinis ankstyvosios raidos stadijos žvaigždėse. Kai žvaigždėje susikaupia didelis helio kiekis, ir temperatūra dar padidėja, prasideda masyvesnių branduolių susidarymas.

44.38 p a v y z d y s. Vandenilio ciklo metu Saulės gelmėse išsiskirianti energija dėl daugelio sugerties ir perspinduliavimo vyksmų bei plazmos konvekcijos pasiekia Saulės fotosferą ir išspinduliuojama plačiu elektromagnetinių bangų ruožu. Tarkime, kad spinduliuotės galia  $W = 4,40 \times 10^{26}$  W. Raskime, kiek masės netenka Saulė per metus dėl šios spinduliuotės.

*Duota:*  $W = 3,86 \times 10^{26}$  W,  $t = 1$  metai =  $3,15 \times 10^7$  s.

*Rasti:*  $\Delta m$ .

*Sprendimas.* Per metus Saulės spinduliuojama energija –

$$E = Wt. \quad (a)$$

Taikydami (44.1) sąsają, gauname, kad per metus Saulė netenka masės

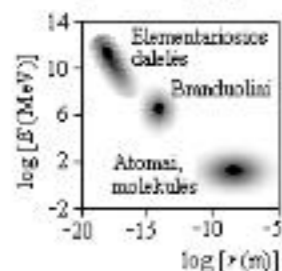
$$\Delta m = \frac{E}{c^2} = 1,35 \times 10^{17} \text{ (kg)}. \quad (b)$$

Saulės masė  $m_s = 2 \times 10^{30}$  kg. Vadinasi, per metus Saulė dėl spinduliavimo netenka tik  $6,8 \times 10^{-14}$  masės dalies. Pavyzdžiui, Saulės masė sumažėtų 0,01 % per  $1,5 \times 10^9$  metų.

## 45. ELEMENTARIOSIOS DALELĖS

### 45.1. Elementariųjų dalelių savybės ir klasifikacija

Mikropasaulyje galima sąlygiškai suskirstyti į tris lygius, apibūdinamus tam tikromis mastelių ir energijų reikšmėmis. Pirmuoju laikytinas atomų ir molekulių lygis, antruoju – gilesnis branduolių lygis. Elementariųjų dalelių fizika nagrinėja materijos savybes trečiuoju, giliausiu žinomu lygiu.



401 pav. Mikropasaulyje objektų būdingieji masteliai ir energijos

401 pav. logaritminiu masteliu apytikriai pavaizduota skirtingų lygių objektų būdingieji masteliai ir energijos.

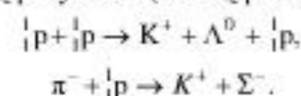
Kai kurios elementariųjų dalelių (elektrono, neutrono, protono) savybės apibrėžtos 44.1 poskyryje. Ten pat pažymėta, kad tradicinis pavadinimas „elementariosios“ nereikšmia, kad visos jos neturi vidinės struktūros.

Mikropasaulyje galioja ne tik makropasaulyje tvermės dėsniai (impulso, judesio kiekio momento, energijos, krūvio), bet ir kai kurių kitų fizikinių dydžių, nusakančių tik elementariosioms dalelėms būdingas charakteristikas, tvermės dėsniai.

Vadovėlio paskirtis riboja elementariųjų dalelių savybių nagrinėjimą. Čia aptarsime tik pagrindines dalelių charakteristikas ir klasifikacijos bruožus. Pagrindiniai elementariosios dalelės apibūdinantys dydžiai ir kvantiniai skaičiai bei jų žymenys yra: masė ( $m$ ), sukiny ( $L$ ), elektros krūvis ( $q$ ), barioninis krūvis ( $B$ ), leptoniniai krūviai ( $L_e, L_\mu, L_\tau$ ), keistumas ( $S$ ), žavumas ( $C$ ), izotopinis sukiny ( $I$ ), lyginumas ( $P$ ), gyvavimo trukmė ( $\tau$ ). Naujų kvantinių skaičių ( $B, L, S, C$ ) prasmė ta, kad jie išlieka vykstant tam tikriems dalelių virsmams. Elementariųjų dalelių kai kurių savybių lentelės pateikiamos III priede.

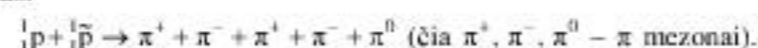
Yra žinoma beveik 400 elementariųjų dalelių. Iš jų patvariosios arba kvazistabiliosios yra elektronai  ${}^0_{-1}e$ , pozitronai  ${}^0_{+1}e$ , protonai  ${}^1_1p$ , neutronai  ${}^1_0n$ , fotonai,  $\gamma$  ir  $\beta$  skilimo metu atsirandantys neutrinai  ${}^0_0\nu_e$  bei antineutrinai  ${}^0_0\bar{\nu}_e$ .

Gali vykti susiduriančių elementariųjų dalelių virsmai kitomis, dažniausiai nepatvariosiomis, dalelėmis. Dviejų tokių reakcijų pavyzdžiai (dalelių pavadinimus žr. III priede):

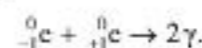


Beveik visos dalelės turi savo *antidaleles*, kurių masės, gyvavimo trukmės, magnetinio momento moduliai, sukinyai yra tokie pat kaip dalelių, tačiau antidalelės skiriasi nuo dalelių kitomis charakteristikomis (elektros ir barioninio krūvio ženklais, magnetinio momento kryptimis ir kt.). Paprastai virš antidalelės žymens rašomas tildos (-) ženklas. Dalelių ir antidalelių porų pavyzdžiai: elektronas  ${}^0_{-1}e$  ir pozitronas  ${}^0_{+1}e$ , neutronas  ${}^1_0n$  ir antineutronas  ${}^1_0\bar{n}$ , neutrinai  ${}^0_0\nu_e$  ir antineutrinai  ${}^0_0\bar{\nu}_e$ . Dalelių ir antidalelių skaičius Visatoje nevienodas; pavyzdžiui, protonų yra nepalyginamai daugiau nei antiprotonų. Šios asimetrijos priežastis kol kas neaiški.

Pagal Dirako teoriją dalelė ir antidalelė susidūrusios *anihiluoja* (išnyksta), o vietoj jų atsiranda fotonai arba kitos elementariosios dalelės. Pavyzdžiui, galimas protono ir antiprotono anihilacijos variantas:



Elektrono ir pozitrono anihilacija:



Antidalelių neturi trys dalelės – fotonas,  $\pi^0$  mezonas ir  $\eta$  mezonas; jos nebegali anihiliuoti, tačiau gali virsti viena kita.

Elementariosios dalelės skirstomos į *hadronus*, kurie turi vidinę struktūrą bei dalyvauja stipriojoje sąveikoje (žr. 3 skyrių ir 44.2 poskyrį) ir *leptonus* (vadinamus tikrosiomis elementariosiomis dalelėmis<sup>1</sup>).

Egzistuoja *patvarieji hadronai*, skirstomi į *mezonus* bei *barionus*, ir *metastabilieji*, kurių vidutinė gyvavimo trukmė  $\tau \gg 10^{-23}$  s. Pastarieji skyla dėl elektromagnetinės arba silpnosios sąveikos. Hadronams priklauso keli šimtai *rezonansų*  $\tau \approx (10^{-24} - 10^{-23})$  s (į III priedo lentelę jie neįtraukti).

*Leptonai* – tai dalelės, kurių neveikia stipriosios (branduolinės) jėgos. Šioms dalelėms priskiriami: elektronas, pozitronas, miuonas, antimiuonas,  $\tau$  mezonas, neutrinai ir antineutrinai. Jie yra arba absoliučiai patvarūs, arba didelės (mikropasaulyje masteliu) gyvavimo trukmės, jų elgsena kaip taškinių objektų.

Pagal nūdienos teoriją visi hadronai sudaryti iš trijų rūšių *kvarkų* – *fundamentinių dalelių*, kurių elektros krūvis lygus vienai trečiajai arba dviem trečiosioms elektrono krūvio:  $\pm \frac{1}{3}e$  arba

$\pm \frac{2}{3}e$ . Laikoma, kad laisvieji kvarkai neegzistuoja. Kvarkų stipriosios sąveikos nešikliai yra aštuoni *gliuonai* – elektriškai neutralios nulinės rimties masės fundamentinės dalelės. Kvarkų modelis leido ne tik nustatyti beveik visus hadronų kvantinius skaičius, bet ir numatyti kai kurių naujų dalelių, pavyzdžiui,  $\Omega^-$  hiperono, egzistavimą. Kai kuriais atvejais teorija leidžia numatyti dalelių mases ir savybes (pavyzdžiui,  $W$  bozonų, gliuonų).

Vadovėlio 3 skyriuje (žr. 3.1 lentelę) buvo pateikti keturių fundamentinių sąveikų santykiniai intensyvumai, sąveikų siekliai ir atitinkamų laukų kvantai (*sąveikų nešikliai*). 45.1 lentelėje papildome šiuos duomenis nešiklių žymenimis, masėmis (matuojamomis  $10^9$  eV, žr. 44.1 poskyrį) ir sukinyiais.

45.1 lentelė

Sąveika	Sąveikos nešikliai	Žymuo	Masė ( $10^9$ eV)	Sukiny ( $\hbar$ )	Santykinis intensyvumas	Sąveikos sieklis (m)
Stiprioji	8 gliuonai	$g_i$	1	1	1	$\sim 10^{-15}$
Elektromagnetinė	1 fotonas	$\gamma$	1/137	1	1/137	$\infty$
Silpnoji	3 tarpiniai bozonai	$W^+, W^0$	$\sim 10^{16}$	1	$\sim 10^{-16}$	$\sim 10^{-16}$
Gravitacinė	1 gravitonas <sup>2</sup>	$G$	$\sim 10^{26}$	2	$\sim 10^{-38}$	$\infty$

Visos sąveikos yra *pakaitinės* (sąveikos vyksta, keičiantis sąveikos nešikliais), tai teikia vilčių sąveikas sujungti į vieną. Už elektrosilpnosios sąveikos teorijos, jungiančios elektromagnetinę ir silpnąją sąveikas, sukūrimą 1979 m. autoriams buvo suteikta Nobelio premija.

Norint tirti vidinę elementariųjų dalelių struktūrą, kurios būdingasis mastelis  $\Delta r$ , reikalingos didelės energijos „zonduojančiosios“ dalelės. Pagal Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšį (žr. 41.2 poskyrį) tokių dalelių impulsas  $p$  turi būti ne mažesnis kaip  $\Delta p = \hbar/\Delta r$ . Tai reiškia, kad kuo tiksliau siekiama iširti elementariąją dalelę, tuo didesnės energijos turi būti „dalelė – zondas“. Beje, todėl mokslas apie elementarias daleles dar vadinamas didelių energijų fizika. Laboratorijose pasiekiami  $10^{12}$  eV dalelių energija, o tai atitinka maždaug  $10^{-19}$  m atstumą.

Didelių energijų dalelėms gauti taikomi specialūs įrenginiai – *dalelių greitintuvai*. Juose elektringosios dalelės greitina elektriniu arba magnetiniu lauku. Pavyzdžiui, *protoniniame sinchrotrone* (*sinchrofazotrono*) protonai greitunami kintamosios indukcijos  $B$  ir kintamojo periodo magnetiniu lauku. Šio tipo greitintuve pasiekta  $8 \times 10^{11}$  eV protonų energija. *Betatrone*

<sup>1</sup> Tikrojo dalelių elementarumo problema nėra galutinai išspręsta.

<sup>2</sup> Kol kas eksperimentais nepavyko aptikti net gravitacinių bangų, gravitonas yra tik hipotetinė dalelė.



(cikliniame indukciniam elektrono greitintuve) elektronai pagreitinami maždaug iki  $1,2 \times 10^{10}$  eV.

Ypač įdomūs rezultatai gaunami *priešinių pluoštų greitintuvuose (kolideriuose)*, kur susiduria priešingomis kryptimis lekiančios ir todėl milžiniškų santykinų greičių dalelės arba atomų branduoliai. Kelių stambiųjų priešinių pluoštų greitintuvų charakteristikos pateiktos 45.2 lentelėje.

45.2 lentelė

Priešinių pluoštų dalelės	Šalis	Pluoštų energija ( $10^9$ eV)
Protonai – protonai	JAV, Šveicarija	250 + 250 31 + 31
Protonai – antiprotonai	JAV	1000 + 1000
Elektronai – pozitronai	Japonija, Šveicarija, JAV	30 + 30 50 + 50 50 + 50
Elektronai – protonai	Vokietija	26 (e) + 820 (p)
Au – Au (branduoliai)	JAV	100
Pb – Pb (branduoliai)	Šveicarija	2760

Greitinamų dalelių energija priklauso nuo magnetinio lauko, kurį sukuria elektros srovė, stiprio. Perspektyvoje galimi daug galingesni greitintuvai, kurių elektromagnetų vijos bus gaminamos iš superlaidininkų (žr. 25.3 poskyrį).

Dalelių greitintuvai taikomi ne tik fizikoje, bet ir chemijoje, biofizikoje, geofizikoje, defektoskopijoje, produktams sterilizuoti, terapijoje.

#### 45.2• Kosminė spinduliuotė

*Pirmine kosmine spinduliuote* vadinamas elementariųjų dalelių (protonų,  $\alpha$  dalelių, elementų branduolių) srautas, pasiekiantis viršutinį Žemės atmosferos sluoksnį. Didžiausios energijos (iki  $10^{21}$  eV/dalelei) yra *galaktinė kosminė spinduliuotė*, kurią skleidžia kai kurie galaktikos objektai (pulsarai, supernovos, žybsinės žvaigždės) ir užgalaktiniai objektai (aktyviosios galaktikos, kvazarai). Mažesnės energijos ( $< 10^{10}$  eV/dalelei) yra *Saulės kosminė spinduliuotė*, siejama su Saulės aktyvumu. 45.3 lentelėje pateikta įvairių kosminės spinduliuotės dalelių, kurių vidutinė energija  $E \geq 2,5 \times 10^9$  eV, santykiniai kiekiai (vienetu laikomas M grupės dalelių skaičius).

Iš lentelės matyti, kad didžiausią kosminės spinduliuotės dalelių dalį sudaro protonai (92,5 %) ir  $\alpha$  dalelės (6,7 %). Kosminėje spinduliuotėje santykinai yra  $10^5$  kartų daugiau nei

45.3 lentelė

Dalelių (branduolių) grupė	Elementai	Atominis skaičius Z	Santykinis kiekis
Protonai	H	1	197,0
$\alpha$ dalelės	He	2	14,2
L <sup>1</sup>	Li, Be, B	3–5	0,3
M	C, N, O, F	6–9	1,0
H	Ne, Na, Mg, Al, Si, P, S, Cl, Ar, K	$\geq 10$	0,3
VH	Ca, Sc, Ti, V, Cr, Mn, Fe, Co, Ni, Cu	$\geq 20$	0,08
VVH	Zn, Ga, ...	$\geq 30$	$9 \times 10^{-6}$

<sup>1</sup> Grupių pavadinimai kilę iš angliškų terminų: *light* (lengvas), *medium* (vidutinis), *heavy* (sunkus), *very heavy* (labai sunkus), *very very heavy* (labai labai sunkus).

Visatoje lengvųjų (L grupės) elementų, nes šie elementai greičiau „išdega“ žvaigždėse vykstant branduoliniams reakcijoms. Manoma taip pat, kad H ir VH grupių elementai suskyla, susidurdami su tarpžvaigždinės erdvės atomų branduoliais. Tokių susidūrimų tikimybė nedidelė, tačiau jie įmanomi dėl milžiniškų tarpgalaktinių atstumų ( $10^{24}$  m. cilės) ir ilgos trukmės (šimtai milijonų metų), kol dalelės iš kitų galaktikų pasiekia Žemę.

Susidurdama su Žemės atmosferos atomais, kosminė spinduliuotė sukelia branduolines reakcijas (kosminės spinduliuotės liūtis), kurioms vykstant atsiranda daugybė įvairių elementariųjų dalelių, sudarančių *antrinę kosminę spinduliuotę*. Centrinė liūtis dalis – tai didelės energijos antrinės dalelės, kurių kryptys artimos pirminės dalelės kryptčiai, nors dėl antrinės spinduliuotės elektronų sklaidos vienos pirminės dalelės sukeltos liūtis skersmuo ties Žemės paviršiumi gali siekti šimtus metrų. Prieš sukuriant dalelių greitintuvus, kosminė spinduliuotė buvo pagrindinis naujųjų dalelių (pavyzdžiui, pozitronų, miuonų,  $\pi$  mezonų) atradimo šaltinis.

Antrinės kosminės spinduliuotės intensyvumas priklauso nuo atmosferos slėgio ir temperatūros (kinta dalelių pereinamos medžiagos kiekis). Kitos kosminės spinduliuotės variacijos priklauso nuo Saulės aktyvumo kitimo bei koreliuoja su paros laiku ir 27 parų, t. y. Saulės apsisukimo apie savo ašį, periodu).

Žemės magnetinis laukas (žr. 26.7 poskyrį) pagauna ir sulaiko kosminės spinduliuotės daleles. Taip apie Žemę susidaro dvi padidėjusios radiacijos juostos. Vidinės juostos apatinė riba yra 200–300 km aukštyje, tad radiacinės Žemės juostos kelia rimtą pavojų orbitinėms stotims atliekant ilgalaikius kosminius skrydžius. Orbitinių stočių konstrukcija ir kosmonautų darbo saugos taisyklės numato apsaugą nuo radiacijos, ypač kosminės spinduliuotės intensyvumui padidėjus po stipresnių Saulės žybsnių.



## DALYKINĖ RODYKLĖ

Abipusė indukcija 39  
absoliučiai judas kūnas 107  
absorbcijos (sugerties) geba 106  
aktyvumas 180  
savitasis 180  
albedas tikrasis 104  
amperas 16  
Ampero jėga 10  
analizatorius 94  
antidalelė 175, 190, 208  
antineutrinas 175  
antrinė elektronų emisija 125  
apibendrintoji Lorencio jėga 9  
apšvieta 100  
energinė 99  
atominis energijos vienetas 168  
atominis masės vienetas 168  
atomo būseną  
pagrindinė 132  
sužadintoji 132  
atrankos taisyklės 150  
atspindys  
veidrodinis 65  
sklaidusis 65  
visiškasis vidaus 65

Banginė funkcija ( $\Psi$  funkcija) 139  
banginės funkcijos standartinės sąlygos 140  
banginių funkcijų superpozicijos principas 140  
bangos skaičius 56  
barionai 209  
barnas 200  
bolometras 115  
Boro  
dažnių sąlyga 131  
magnetonas 26, 147  
orbitų kvantavimo sąlyga 131  
postulatai 131  
bozonai 147  
branduolinė reakcija 200  
branduolinės jėgos 171  
branduoliniai reaktoriai 204  
branduolių  
sintezė 206  
dalijimasis  
spontaninis 202  
priverstinis 203  
modeliai 171, 172  
branduolys  
antrinis 174  
pirminis 174  
burbulinė kamera 197  
būseną  
išsigimusioji 145  
metastabilioji 165, 185  
pagrindinė 144, 172  
sužadintoji 144, 172, 185  
De Broilio  
bangos ilgis 136

hipotezė 136  
deuteris 169  
deuteronas 173  
dėsnis  
Ampero 10, 16  
apšvietos 100  
Bio, Savaro ir Laplaso 9  
Bolcmano 164  
Briusterio 95  
Bugero 89  
Bugero ir Bero 90  
Faradėjaus (elektromagnetinės indukcijos) 35  
Kirchhofo 108  
pilnutinės srovės 21  
Reilėjaus 90  
šviesos  
atspindžio 63  
lūžimo 64  
Maliu 94  
Mozlio 151  
radioaktyviojo poslinkio 174  
radioaktyviojo skilimo 178, 179  
Stefano ir Bolcmano 109  
Vyno poslinkio 111, 175, 176  
diamagnetikai 25, 29, 30, 149  
dielektrikai 160  
difrakcija  
difrakcinėje gardelėje  
vienmatėje 82  
erdvinėje 83  
Frenelio 80  
Fraunhoferio 80  
plyšyje 81  
difrakcinė gardelė  
erdvinė 83  
vienmatė 82  
difrakcinės gardelės  
kampinė dispersija 83  
konstanta 82  
difuzinė kamera 197  
dirbtinė anizotropija 96  
disipacija (energijos) 46, 47  
dispersija  
normalioji 85  
anomalioji 85  
dispersijos kreivė 85  
Dobsono vienetas 121  
domenai 32  
dozė (spinduliuotės)  
efektinė 193  
kaupiamoji efektinė 193  
kaupiamoji lygiavertė 193  
lygiavertė 192  
sugertoji 192

## Efektas

Holo 18  
Kero 96

Mesbauerio 187  
paviršiaus (skinefektas) 41  
efektinis skerspjūvis 200  
elektromagnetinė  
indukcija 35  
sąveika 8  
spinduliuotė  
jonizacinioji 152, 188, 194, 197  
nejonizacinioji 58  
elektromagnetinė banga 55  
monochromatinė 56  
plokščiai (tiesiai) poliarizuota 56  
elektromagnetinės bangos  
dažnis 56  
dualumas 113  
energijos srauto tankio modulis 56, 57  
fazinis greitis 55, 56  
intensyvumas 57  
lygtys 56  
periodas 56  
sugerties koeficientas 59  
elektromagnetinės bangos koherentinės 71  
elektromagnetinės indukcijos elektrovara 35  
elektromagnetiniai virpesiai 44  
laisvieji 44  
laisvieji slopinamieji 46  
priverstiniai 48  
elektromagnetinių bangų spektras 58  
elektromagnetinių virpesių  
dažnis 45  
ciklinis 45  
rezonansinis 49, 87  
fazė 45  
periodas 45  
pradinė fazė 45  
elektrono Komptono bangos ilgis 129  
elektronvoltas 133  
elektros srovė  
indukuotoji 35  
kintamoji 50  
kvazistacionarioji 44  
makroskopinė 28  
mikroskopinė 25  
nuolatinė 53  
slinkties 54  
sūkurinė (Fuko) 40  
elektros srovės  
efektinė vertė 51  
elementas 9  
galia 52  
elektrovara 36  
abipusės indukcijos 39  
saviindukcijos 37  
energija  
atatranks 187  
jonizacijos 145, 148  
krizinė 188, 191  
ryšio 173  
energijos  
lygmenys 133, 134  
tikrinės vertės 144  
emisijos (spinduliavimo) geba 106, 155  
energinis spinduliuotės

srautas 98  
stipris 98  
erdvinis kvantavimas 145

Faradėjaus (elektromagnetinės indukcijos) dėsnis 35  
fazinis greitis 55, 56  
fentai 33  
Fermio ir Dirako funkcija 158  
Fermio lygmuo 158  
fermionai 147, 168  
fermis 168  
feromagnetikai 25, 31, 149  
kietieji 32  
minkštieji 32  
ferozondas 34  
formulė  
Brego 84  
Planko 112  
Reilėjaus ir Džinso 113  
fotoefektas  
išorinis 123  
daugiafotonis 125  
fotoefekto išorinio  
dėsniai 123  
Einšteino lygtis 123  
raudonoji riba 123  
voltamperinė charakteristika 123  
fotoelektronai 123  
fotoelektroninis daugintuvas 125  
fotometrija 98  
fotonas 112  
fotono  
energija 112  
impulsas 114, 127, 136  
reliatyvistinė masė 114, 127  
fotosrovė 123  
soties 123  
Franko ir Herco bandymai 134  
Frenelio  
biprizmė 73  
formulės 68  
zonos 78

## Galja

efektinės dozės 193  
kintamosios srovės 52  
lygiavertės dozės 193  
sugertosios dozės 193  
gama ( $\gamma$ ) spinduliuotė 185, 190, 191, 192  
giromagnetinis santykis 25  
gliuonai 209  
grandininė dalijimosi reakcija 203, 204  
greitintuvai dalelių 209  
grėjus 192

## Hadronai 209

Heizenbergo neapibrėžtumų sąryšis 138, 185  
henris 37, 39  
histerezės kilpa 31, 42  
holografija 84



Ilgalaikė radioaktyvioji pusiausvyra 182, 183

Impedansas (pilnutinė varža) 49, 51

indukcija (magnetinio lauko) 8

induktyvumas 37

abipusis 39

interferencija (šviesos) 72

plonoje plėvelėje 74

interferencijos

maksimumo eilė 76

maksimumo sąlyga 73

minimumo eilė 73

minimumo sąlyga 73

išsigimimo laipsnis 146

**I**magnetėjimas 26, 27, 28

liktinis 32

pirminis 32

sočias 32

įmagnetėjimo vektorius (įmagnetėjimas) 26, 27, 28

įtampa užtvarinė 123

įtampų rezonansas 49

izomerai 185

izotonai 169

izotopai 169

ilgaamžiai 178

trumpaamžiai 178

izotopų aktyvumas 180

**J**ėga

Ampero 10

Lorencio 8

apibendrintoji 9

jėgos

artiveikės 171

branduolinės 171

jonizuojančioji spinduliuotė 152, 188, 194, 197

judesio kiekio momentas 145

Jungo plyšiai 73

juosta (energijos)

laidumo 157

valentinė 157

draustinė 157

jutikliai

pripildyti dujų 197

puslaidininkiniai 198

scintiliaciniai 197

**K**ampas

atspindžio 63

Briusterio 95

kritimo 63

lūžio 64

ribinis 65

sklendimo 83

*K* pagava 176

kandela 99

kibirkštinė kamera 198

Kiuri taškas 32

koeficientas

antrinės emisijos 125

atspindžio 69

neutronų daugėjimo 203

pralaidumo 69

silpimo 152, 190

sklaidos 152

slopinimo 47

stiprinimo 164

sugerties (absorbcijos) 59, 89, 152

transformacijos 40

koercinis lauko stipris 32

koherentinės elektromagnetinės bangos 71

koherentiškumo

nuotolis 71

trukmė 71

Komptono

reiškinys 129, 189

bangos ilgis (elektrono) 129

konfigūracija (elektronų atome) 148

konstanta

difrakcinės gardelės 82

ekranavimo 151

Holo 19

Planko 26, 112

mažoji 26, 112

Rydbergo 130

radioaktyviojo skilimo 178

savitoji sukimo 97

Vyno 111

kontūro kokybė 47

kristalai

dviašiai 93

optiškai anizotropiniai 93

vienašiai 93

krūvinė neprieklausa 171

kvantas 112

kvantinis našumas 124

kvantinis skaičius

magnetinis 145

orbitinis 145

pagrindinis 142, 144

sukinio 146, 172

sukinio magnetinis 146

**L**aidumas

elektroninis 160

priemaišinis 161

savasis 160

skylinis 160

laikas relaksacijos 38

Larmoro precesija 26

lazeris 164, 165, 166

leptonai 209

liuksas 100

liumenas 99

luminescencija 106

lygmenys (energijos) 133

akceptoriniai 161

donoriniai 161

elektroniniai 155

rotaciniai 155

virpesiniai 155

lygtis

Einšteino (fotoefekto) 123

Šredingerio 140, 141

lygtys

Maksvelo 53, 54

logaritminis slopinimo dekrementas 47

Lorencio jėga 8

lūžio rodiklis

absoliutusis 55, 64

santykinis 64

**M**agnetikai 25

magnetinė

cirkuliacija 21

histerezė 31

indukcija 8

magnetinė pastovioji 10

magnetinės indukcijos vektoriaus

srautas 22

srauto cirkuliacija 21, 54

magnetinės jėgų linijos 9

magnetinio lauko indukcija 8

magnetinis jautris 29

magnetinis laukas 8

baigtinio ilgio tiesinio laidininko 11

dipolinis 20

indukuotasis 27

pavienio judančio krūvininko 13

solenoido 13

sūkurinis 9, 21

tarpplanetinis 20

toroido 13

vienalytis 9

vijos ašyje 12

Žemės (geomagnetinis) 20

magnetinio lauko

indukcija 8

stiprio vektoriaus cirkuliacija 29

stipris 28

magnetinis momentas 16

atomo (molekulės) 25

indukuotasis 27

magnetinis srautas 22

elementarusis 22

pilnutinis 23

surištasis 37

magnetonas

Boro 147

magnetosfera 20

makromolekulė 154

Maksvelo lygtys 53, 54

masė

kritinė 203

reliatyvistinė 114, 127

rimties 114, 168

masės defektas 172

metalai 159

mezonai 171, 209

miražas 66

**N**eapibrėžtumų sąryšis 138, 185

neigiamoji sugertis 164

neutrinas 175, 176

neutronai

greitieji 201, 204

lėtieji 201, 204

Siluminiai 202, 204

neutronas 168, 169, 170, 201

Nikolio prizmė 93

nuklidai magiškieji 174

nuklidas 169

nukleonas 168

nuostoliai

histerezės 42

jonizaciniai 188

radiaciniai 188

**O**ptinė pirometrija 114

optiškai aktyvios medžiagos 97

ozonas 120

ozonosfera 121

**P**akaitinė sąveika 147, 155, 171, 209

paramagnetikai 25, 30, 149

pilkasis kūnas 107, 114

pirometras 115

planetinis atomo modelis 130

Planko

formulė 112

hipotezė 112

konstanta 112

Pointingo vektorius 56

polarizacija

apskritiminė 92

elipsinė 92

polarizacijos plokštuma 92

polarizatorius 94

polaroidas 94

posluksnis (elektronų) 148

potencialo duobė 141, 142

pozitronas 175, 190

pramušimas 160

precesija Larmoro 26

principas

Huigenso 63

Huigenso ir Frenelio 78

Paulio 147, 157

superpozicijos 11

šviesos spindulių apgręžiamumo 65

tapatumo 147

protonas 168, 169, 170,

pusėjimo trukmė 178

puslaidininkiai

grynieji 160

priemaišiniai 161

**R**adioaktyvioji seka 181, 182

radioaktyvumas 174

radioaktyvumas skilimas 174

dirbtinis 174

gamtinis 174

reakcija

branduolių sintezės (termo-branduolinė)

206, 207

egzotermine 200

grandininė dalijimosi 203, 204



relaksacijos laikas 38  
 rentgeninė struktūros analizė 153  
 rentgeno spinduliuotė 151  
 rezonansas 49  
 rezonansinė kreivė 49  
 rezonansinė sugertis  
    $\gamma$  (gama) spinduliuotės 188  
   neutronų 202  
 ryšio energija 154, 173  
   savitoji 173  
 ryšys  
   joninis 155  
   valentinis 155

**Santykinė magnetinė skvarba** 27

Saulės pastovioji 115

sąveika  
   elektromagnetinė 8  
   gravitacinė 209  
   pakaitinė 155, 209  
   silpnoji 175, 209  
   stiprioji 171, 209

saviindukcija 37  
 saviindukcijos elektrovara 37  
 savitasis elektrinis laidumas 159  
 siekis (dalelių ir kvantų) 189  
 sivertas 192

skaičiai  
   dvigubai magiški 174  
   magiškieji 174

skaičius  
   atominis 168  
   masės 168

skaistis 100  
   energinis 99

skaitikliai  
   Geigerio ir Miulerio 197  
   proporcingieji 197

skilimas  
    $\alpha$  (alfa) 174  
    $\beta$  (beta) 174

skyra  
   erdvinė 198  
   laikinė 198

sklaida  
   netamprioji 201  
   tamprioji 201

slinkties srovė 54

sluoksnis (elektronų) 148

spalvos  
   kūnų 103

spektras  
   absorbcijos 90  
   būdingasis 151  
   išsistinis 151  
   linijinis 90, 130, 131  
   molekulinis  
     elektroninis 155  
     rotacinis 155, 156  
     virpesinis 155

spektrinė pasiskirstymo funkcija 98

spinduliavimas

priverstinis (indukuotasis) 164  
 savaiminis 164

spinduliuotė  
   gama ( $\gamma$ ) 185  
   jonizuojančioji 152, 188, 197  
   koherentinė 164  
   kosminė 211  
   nejonizuojančioji 58  
   stabdomoji 151

spinduliuotės  
   energinis srautas 98  
   energinis šviesis 99  
   srautas 99  
   šviesis 100

spindulių optinė eiga 72

spindulys  
   nepaprastasis 93  
   paprastasis 93

spirališkumas 176

sugerties kraštas 153

sugertis  
   neigiamoji 164  
   rezonansinė  $\gamma$  spinduliuotės 187

sukinys (spinas) 146

sūkurinis laukas 21

superlaidininkai 159

superpozicijos principas 11

**Šiltnamio efektas** 119

šiluminė tarša 119

šiluminis spinduliavimas 106

Šredingerio lygtis  
   bendroji 140  
   stacionarioji 140

šviesa  
   natūralioji 92  
   plokščiai (tiesiai) poliarizuota 92

šviesis (išspindis) 100  
   energinis 99, 106

šviesos  
   dualumas 113  
   sklaida 90  
   slėgis 127  
   srautas 99  
   stipris 99  
   sugertis (absorbcija) 89, 132  
   vektorius 68

svitinimas  
   išorinis 194  
   vidinis 194

**Taisyklė**  
   dešiniojo sraigto 10  
   kairiosios (dešinosios) rankos 8  
   Lenco 35, 37

tarpinis branduolys 201

temperatūra  
   radiacinė 114  
   skaistinė 114  
   spalvinė 114

teorema

magnetinės indukcijos vektoriaus  
 cirkuliacijos 21  
 Gauso 23  
 Larmoro 26

termai 150

tesla 9, 10

Tomsono kontūras 44

transformatorius 39  
   aukštinimo 40  
   žeminimo 40

transformatoriaus tuščioji eiga 40

trititis 169

**Užtvarinė įtampa** 123

**Vakuuminiai fotoelementai** 123

vandenilio ciklas 207

vandeniliškieji jonai 131

varža

aktyvioji (ominė) 49  
 banginė 45  
 induktyvioji 49  
 pilnutinė (impedansas) 49  
 reaktyvioji 49  
 talpinė 49

vatas 98

veiklioji medžiaga 164

vektorinė diagrama 50, 52

vėberis 22

Vilsono kamera 197

virtualiosios dalelės 171

vora 71

**Zoninė plokštelė** 78

zonos  
   Frenelio 78



## I priedas

Vadovėlyje taikomos fundamentinės fizikinės konstantos

Fizikinis dydis	Žymuo	Reikšmė
Šviesos greitis vakuume	$c$	$2,997925 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Planko konstanta	$h$	$6,626 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Mažoji Planko konstanta	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$1,054589 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Gravitacijos konstanta	$G$	$6,6720 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$
Avogadro skaičius	$N_A$	$6,022045 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Bolcmano konstanta	$k$	$1,380662 \times 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}}$
Elektrono krūvis	$e$	$-1,602189 \times 10^{-19} \text{ C}$
Elektrono masė	$m_e$	$9,109534 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Elektrinė pastovioji	$\epsilon_0$	$8,854188 \times 10^{-12} \frac{\text{F}}{\text{m}}$
Magnetinė pastovioji	$\mu_0$	$4\pi \times 10^{-7} = 1,256637 \times 10^{-6} \frac{\text{H}}{\text{m}}$
Stefano ir Bolcmano konstanta	$\sigma$	$5,67032 \times 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$
Vyno konstanta	$b$	$2,897790 \times 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$
Rydbergo konstanta	$R$	$3,259842 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$
Protono masė	$m_p$	$1,672649 \times 10^{-27} \text{ kg}$
Neutrono masė	$m_n$	$1,674954 \times 10^{-27} \text{ kg}$

## II priedas

Pagrindinių vadovėlyje taikomų fizikinių dydžių žymenys ir SI matavimo vienetai

Dydžio žymuo	Fizikinis dydis	Matavimo vienetas (SI)
$a_{v,T}$	absorbcijos geba	bedimensis
$a_{v,T}^*$	absoliučiai juodo kūno absorbcijos geba	bedimensis
$A$	darbas	J
$A$	masės skaičius	bedimensis
$A$	radioaktyviojo izotopo mėginio aktyvumas	Bq
$A_m$	radioaktyviojo izotopo savitasis aktyvumas	$\frac{\text{Bq}}{\text{kg}}$
$\vec{B}$	magnetinio lauko indukcija	T
$B_{en}$	energinis skaitis	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{sr}}$
$B_{st}$	skaitis	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{sr}}$
$C$	elektrinė talpa	F
$d$	difrakcinės gardelės konstanta	m
$D$	skersmuo	m
$\vec{D}, D$	elektrinė slinktis	$\frac{\text{C}}{\text{m}^2}$
$D$	sugertoji spinduliuotės dozė	$\text{Gy} = \frac{\text{J}}{\text{kg}}$
$\dot{D}$	sugertosios spinduliuotės dozės galia	$\frac{\text{W}}{\text{kg}}$
$e,  e $	elektrono krūvis	C
	elektrovara	V
$E$	energija	J
$\vec{E}, E$	elektrostatinio lauko stipris	$\frac{\text{N}}{\text{C}} = \frac{\text{V}}{\text{m}}$
$E_{en}$	energinė apšvieta	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$
$E_k$	kinetinė energija	J
$E_p$	potencinė energija	J
$E_{st}$	apšvieta	lx
$\vec{F}, F$	jėga	N
$\vec{F}_A, F_A$	Ampero jėga	N
$\vec{F}_L, F_L$	Lorenco jėga	N
$g$	giromagnetinis santykis	$\frac{\text{C}}{\text{kg}}$



lentelės tęsinys

Dyžio žymuo	Fizikinis dydis	Matavimo vienetas (SI)
$\vec{H}, H$	magnetinio lauko stipris	$\frac{A}{m}$
$H_{T,R}$	lygiavertė spinduliuotės dozė	Sv
$I$	elektros srovės stipris	A
$I_h$	bangos energijos srauto tankis (bangos intensyvumas)	$\frac{W}{m^2}$
$I_{ef}$	elektros srovės efektinė vertė	A
$I_{en}$	energinis spinduliuotės stipris	$\frac{W}{sr}$
$I_{sv}$	šviesos stipris	cd
$\vec{j}, j$	srovės tankis	$\frac{A}{m^2}$
$\vec{J}, J$	įmagnetėjimas	$\frac{A}{m}$
$k$	bangos skaičius	$m^{-1}$
$K$	neutronų daugėjimo koeficientas	bedimensis
$L$	induktyvumas	H
$\vec{L}, L$	judesio kiekio (impulso) momentas	$\frac{kg\ m^2}{s}$
$L_{koh}$	koherentiškumo nuotolis	m
$m$	masė	kg
$\vec{M}, M$	jėgos momentas	Nm
$M_{12}, M_{21}$	abipusis induktyvumas	H
$n$	koncentracija	$m^{-3}$
$n$	santykinis lūžio rodiklis	bedimensis
$n_a$	absoliutusis lūžio rodiklis	bedimensis
$N$	neutronų skaičius	bedimensis
$p$	slėgis	Pa
$p$	šviesos poliarizacijos laipsnis	bedimensis
$P$	elektros srovės galia	W
$\vec{p}_m$	magnetinis momentas	$A\ m^2$
$\vec{p}$	Pointingo vektorius	$\frac{W}{m^2}$
$q$	elektros krūvis	C
$Q, \Delta Q$	šilumos kiekis	J
$R$	elektrinė varža	$\Omega$
$r_{v,T}$	emisijos geba (spinduliuotės spektrinis tankis)	$\frac{W\ s}{m^2}$
$r_{s,T}$	emisijos geba (spinduliuotės spektrinis tankis)	$\frac{W}{m^3}$
$S$	plotas	$m^2$
$t$	laikas	s
$t$	temperatūra Celsijaus laipsniais	$^{\circ}C$

lentelės tęsinys

Dyžio žymuo	Fizikinis dydis	Matavimo vienetas (SI)
$T$	absoliučioji temperatūra	K
$T$	šviesos pralaidumo koeficientas	bedimensis
$T$	virpesių periodas	s
$T_{0,5}$	izotopo pusėjimo trukmė	s
$U$	elektrono potencinė energija	J
$U_{ef}$	įtampos efektinė vertė	V
$\vec{v}, v, u$	greitis	$\frac{m}{s}$
$V$	tūris	$m^3$
$w_e$	elektrinio lauko energijos tankis	$\frac{J}{m^3}$
$w_m$	magnetinio lauko energijos tankis	$\frac{J}{m^3}$
$W_e$	elektrinio lauko energija	J
$W_{em}$	elektromagnetinio lauko energija	J
$W_m$	magnetinio lauko energija	J
$W_T$	šiluminio spinduliavimo galia	W
$Y$	kvantinis našumas	bedimensis
$Z$	atominis skaičius	bedimensis
$\alpha$	poliarizacijos plokštumos sukimo konstanta	$\frac{rad}{m}$
$\beta$	slopavimo koeficientas	$s^{-1}$
$\Gamma$	spekro linijos natūralusis plotis	m, Hz
$\delta$	spindulių optinės eigos skirtumas	m
$\delta_h$	elektromagnetinės bangos prasiskverbimo gylis	m
$\Delta m$	branduolio masės defektas	kg
$\epsilon$	santykinė dielektrinė skvarba	bedimensis
$\epsilon_0$	elektrinė pastovioji	$\frac{F}{m} = \frac{C^2\ s^2}{kg\ m^3}$
$\epsilon_r$	branduolio savitoji ryšio energija	J / nukleonui
$\lambda$	bangos ilgis	m
$\lambda$	radioaktyviojo skilimo konstanta	$s^{-1}$
$\Lambda$	elektrono Komptono bangos ilgis	m
$\mu$	molinė masė	$\frac{kg}{mol}$
$\mu$	rentgeno spindulių silpimo koeficientas	$m^{-1}$
$\mu$	santykinė magnetinė skvarba	bedimensis
$\mu_0$	magnetinė pastovioji	$\frac{H}{m} = \frac{kg\ m}{C^2}$
$\mu_B$	Boro magnetonas	$\frac{J}{T} = \frac{m^2 C}{s}$
$\nu$	dažnis	Hz
$\rho$	šviesos atspindžio koeficientas	bedimensis
$\sigma$	branduolinės reakcijos efektingas skerspjūvis	$m^2$





lentelės pabaiga

Dydžio žymuo	Fizikinis dydis	Matavimo vienetas (SI)
$\tau$	absorbcijos (sugerties) koeficientas	bedimensis
$\tau$	izotopo vidutinė gyvavimo trukmė	s
$\tau_{\text{koher.}}$	koherentiškumo trukmė	s
$\tau_{\text{nuiz.}}$	branduolio sužadintosios būsenos trukmė	s
$\varphi$	elektrostatinio lauko potencialas	V
$\varphi$	svyravimų, bangų fazė	bedimensis (rad)
$\varphi_0$	svyravimų, bangų pradinė fazė	bedimensis (rad)
$\Phi_{\text{em.}}$	energinis spinduliuotės srautas	W
$\Phi_m$	magnetinis srautas	Wb
$\Phi_{\text{sv.}}$	šviesos srautas	lm
$\chi$	magnetinis jautris	bedimensis
$\Psi_m$	pilnutinis magnetinis srautas	Wb
$\omega, \Omega$	ciklinis dažnis	$s^{-1}$

## III priedas

Elementariųjų dalelių žymenys ir charakteristikos<sup>1</sup>

## Vektoriniai bozonai ir leptonai

Pavadinimas	Žymuo <sup>2</sup>		Rimties masė (MeV)	Elektronas krūvis (e <sup>-</sup> )	Leptoninis krūvis			Sukinys (h)	Gyvavimo trukmė (s)
	Dalelė	Antidalelė			L <sub>e</sub>	L <sub><math>\mu</math></sub>	L <sub><math>\tau</math></sub>		
Vektoriniai bozonai	Fotonas	$\gamma$	0	0	0	0	0	1	patvarus
	W bozonas	W <sup>-</sup> W <sup>+</sup>	8,04 × 10 <sup>1</sup>	1	0	0	0	1	≈ 3,1 × 10 <sup>-25</sup>
	Z bozonas	Z <sup>0</sup>	9,12 × 10 <sup>1</sup>	0	0	0	0	1	≈ 2,7 × 10 <sup>-25</sup>
Elektronas, pozitronas	e <sup>-</sup> e <sup>+</sup>	0,511	±1	±1	0	0	1/2	patvarus	
Elektroninis neutrinai	$\nu_e$ $\bar{\nu}_e$	< 2,5 × 10 <sup>-6</sup>	0	±1	0	0	1/2	patvarus	
Miūonas	$\mu^-$ $\mu^+$	106	±1	0	±1	0	1/2	2,2 × 10 <sup>-6</sup>	
Miūoninis neutrinai	$\nu_\mu$ $\bar{\nu}_\mu$	< 0,17	0	0	±1	0	1/2	patvarus	
$\tau$ leptonas	$\tau^-$ $\tau^+$	1784	±1	0	0	±1	1/2	3,4 × 10 <sup>-13</sup>	
$\tau$ neutrinai	$\nu_\tau$ $\bar{\nu}_\tau$	< 18	0	0	0	±1	1/2	patvarus	

## Hadronai

Klasė	Pavadinimas ir izotopinis sukinytis T	Žymuo		Rimties masė (MeV)	Elektronas krūvis (e <sup>-</sup> )	Keistumas S	Žavumas C	Sukinys (h)	Gyvavimo trukmė (s)
		Dalelė	Antidalelė						
Mezonai	$\pi$ mezonas (pionas) (T = 1)	$\pi^+$ $\pi^-$	$\pi^-$ $\pi^+$	140	±1	0	0	0	2,6 × 10 <sup>-8</sup>
		$\pi^0$ $\pi^0$	-	135	0	0	0	0	8 × 10 <sup>-17</sup>
		$K^+$ $K^-$	$K^-$ $K^+$	494	±1	±1	0	0	1,2 × 10 <sup>-8</sup>
	K mezonas (kaonas) (T = 1/2)	$K^0$ $\bar{K}^0$	$\bar{K}^0$ $K^0$	498	0	±1	0	0	$\begin{cases} K_S^0 & 9 \times 10^{-11} \\ K_L^0 & 5,2 \times 10^{-8} \end{cases}$
		$\eta^0$ $\eta^0$	-	547,3	0	0	0	0	7 × 10 <sup>-19</sup>
	D mezonas (T = 1/2)	$D^+$ $D^-$	$D^-$ $D^+$	1869	±1	0	±1	0	9 × 10 <sup>-13</sup>
$D^0$ $\bar{D}^0$		$\bar{D}^0$ $D^0$	1865	0	0	±1	0	5 × 10 <sup>-13</sup>	

<sup>1</sup> Skirtingų šaltinių pateikiamos rimties masės ir gyvavimo trukmės reikšmės kiek skiriasi. Kai kurie duomenys nuolat tikslinami (pavyzdžiui, neutrinų rimties masių).<sup>2</sup> Sutrumpintame žymenyje nenurodoma atominis ir masės skaičiai.



## Hadronai

lentelės pabaiga

Klasė	Pavadinimas ir izotopinis sukiny $T$	Žymuo		Rimties masė (MeV)	Elektrinis krūvis ( $e$ )	Barioninis krūvis $B$	Keistumas $S$	Žavumas $C$	Sukinys ( $\hbar$ )	Gyvavimo trukmė ( $s$ )	
		Dalelė	Antidalelė								
Nukleonai	Protonas ( $T = 1/2$ )	$p$	$\bar{p}$	938,3	$\pm 1$	$\pm 1$	0	0	0	$> 3 \times 10^{29}$	
	Neutronas ( $T = -1/2$ )	$n$	$\bar{n}$	939,6	0	$\pm 1$	0	0	1/2	$898 \pm 16$	
Barionai	$\Lambda$ hiperonas ( $T = 0$ )	$\Lambda^0$	$\bar{\Lambda}^0$	1115,6	0	$\pm 1$	$\mp 1$	0	1/2	$2,5 \times 10^{-10}$	
		$\Sigma$ hiperonai ( $T = 1$ )	$\Sigma^+$	$\bar{\Sigma}^+$	1189,4	$\pm 1$	$\pm 1$	$\mp 1$	0	1/2	$8 \times 10^{-11}$
			$\Sigma^0$	$\bar{\Sigma}^0$	1192,5	$\pm 1$	$\pm 1$	$\mp 1$	0	1/2	$5 \times 10^{-20}$
	$\Xi$ hiperonai ( $T = 1/2$ )	$\Xi^0$	$\bar{\Xi}^0$	1315	0	$\pm 1$	$\mp 2$	0	1/2	$2,9 \times 10^{-10}$	
		$\Xi^-$	$\bar{\Xi}^-$	1321,3	$\mp 1$	$\pm 1$	$\mp 2$	0	1/2	$1,6 \times 10^{-10}$	
$\Omega$ hiperonas ( $T = 0$ )	$\Omega^-$	$\bar{\Omega}^-$	1672,5	-1	$\pm 1$	$\mp 3$	0	3/2	$8 \times 10^{-11}$		

## IV priedas

## Vadovėlio lentelių sąrašas

- 27.1 lentelė (p. 30). Diamagnetikų ir paramagnetikų santykinės magnetinės skvarbos reikšmės
- 27.2 lentelė (p. 32). Feromagnetikų santykinės magnetinės skvarbos reikšmės ir Kiuri taškai
- 29.1 lentelė (p. 53). 220 V įtamos sukeltos srovės poveikis žmogui
- 29.2 lentelė (p. 58). Elektromagnetinių bangų diapazonai, charakteristikos ir šaltiniai
- 29.3 lentelė (p. 59). Buitinių elektrinių įrenginių sklaidžiamų elektromagnetinių bangų elektrinio lauko stipris  $E_0$  ir magnetinė indukcija  $B_0$
- 29.4 lentelė (p. 59). Sanitarinės saugos zonos plotis atsižvelgiant į elektros tiekimo linijos įtampą
- 30 lentelė (p. 64). Kai kurių medžiagų santykiniai lūžio rodikliai oro atžvilgiu
- 34.1 lentelė (p. 93). Kai kurių anizotropinių kristalų paprastojo ir nepaprastojo spindulių lūžio rodikliai
- 34.2 lentelė (p. 97). Vandens trijų rūšių cukraus tirpalo savitųjų sukimo konstantų reikšmės
- 35.1 lentelė (p. 99). Kai kurių šviesos šaltinių šviesos stipriai
- 35.2 lentelė (p. 100). Kai kurių natūraliųjų šviesos šaltinių sukeliama spinduliams statmenų paviršių apšvieta
- 35.3 lentelė (p. 101). Kelių šviesos šaltinių skaisčiai
- 35.4 lentelė (p. 101). Didžiausieji leidžiamieji skirtingų darbo paviršiaus plotų skaisčiai
- 35.5 lentelė (p. 104). Keli akies jautri iliustruojantys dydžiai
- 35.6 lentelė (p. 105). Įvairių paviršių tikrojo albedo reikšmės
- 35.7 lentelė (p. 105). Kai kurių Lietuvos gamtai būdingų paviršių albedas
- 37 lentelė (p. 124). Kai kurių metalų išorinio fotoefekto ribiniai dažniai ir bangų ilgiai
- 41.1 lentelė (p. 148). Atomo elektronų sluoksnių ir posluoksnių žymenys
- 41.2 lentelė (p. 149). Atomų elektroninės konfigūracijos
- 43 lentelė (p. 166). Kai kurių lazerių tipų pagrindinės charakteristikos ir taikymo sritys
- 44.1 lentelė (p. 182). Pagrindinės radioaktyviųjų sekų charakteristikos
- 44.2 lentelė (p. 191). Dalelių krizinės energijos  $E_L$  reikšmės dalelėms sklindant kai kuriose medžiagose
- 44.3 lentelė (p. 193). Dozimetrijoje taikomų SI sistemos ir nesisteminių matavimo vienetų sąsajos
- 44.4 lentelė (p. 195). Maksimalios leidžiamosios radiacijos ekspozicinės dozės galios
- 44.5 lentelė (p. 198). Jonizuojančiųjų spinduliuočių detektorių savybės
- 44.6 lentelė (p. 202). Neutronų sąveikos su įvairiomis medžiagomis parametrai
- 45.1 lentelė (p. 209). Keturių fundamentinių sąveikų santykiniai intensyvumai, siekiai ir nešikliai
- 45.2 lentelė (p. 210). Kelių stambiųjų priešinių pluoštų greitintuvų charakteristikos
- 45.3 lentelė (p. 210). Įvairių kosminės spinduliuotės dalelių santykiniai kiekiai
- I priedas (p. 218). Vadovėlyje taikomos fundamentinės fizikinės konstantos
- II priedas (p. 219–222). Pagrindinių vadovėlyje taikomų fizikinių dydžių žymenys ir SI matavimo vienetai
- III priedas (p. 223–224). Elementariųjų dalelių žymenys ir charakteristikos



## V priedas

## Pagrindinės diferencijavimo ir integravimo formulės

$$dC = 0 \quad (C = \text{const})$$

$$d(u + v - w) = du + dv - dw$$

$$d(Cu) = C du \quad (C = \text{const})$$

$$d(uv) = u dv + v du$$

$$d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v du - u dv}{v^2}$$

$$\frac{dy}{dz} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dz}$$

$$d(x^n) = n x^{n-1} dx$$

$$d(e^x) = e^x dx$$

$$d(\sin x) = \cos x dx$$

$$d(\cos x) = -\sin x dx$$

$$d(\operatorname{tg} x) = \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$d(\operatorname{ctg} x) = -\frac{dx}{\sin^2 x}$$

$$d(\log_a x) = \frac{dx}{x \ln a}$$

$$d(\ln x) = \frac{dx}{x}$$

$$d(a^x) = a^x \ln a dx$$

$$d(\arcsin x) = \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$d(\arccos x) = -\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$d(\operatorname{arctg} x) = \frac{dx}{1+x^2}$$

$$d(\operatorname{arcctg} x) = -\frac{dx}{1+x^2}$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \quad (m \neq -1)$$

$$\int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C \quad (|x| \neq 0)$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (a > 0, a \neq 1)$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sin^2 x} = -\operatorname{ctg} x + C$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C =$$

$$-\arccos x + C_1$$

$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \operatorname{arctg} x + C =$$

$$-\operatorname{arcctg} x + C_1$$

## Literatūra

1. HORODNIČIUS, H. Branduolio fizika. Vilnius: Vilniaus universiteto leidykla, 1997. 291 p.
2. TAMAŠAUSKAS, A.; VOSYLIUS, J.; RADVILAVIČIUS Č. *Fizika 3*. Vilnius: Mokslas, 1992. 179 p.
3. FISHBANE, P. M.; GASIOROWICZ, S. G.; THORNTON, S. T. *Physics for Scientists and Engineers with Modern Physics*. 3<sup>rd</sup> ed. Pearson Education Inc. USA, 2005. 1269 p.
4. HALLIDAY, D.; RESNIK, R.; KRANE, K. S. *Physics*, Vol 2. 5<sup>th</sup> ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002, p. 567-1198.
5. POLLACK, G. L.; STUMP, D. R. *Electromagnetism*. Pearson Education, Inc. USA, 2002. 620 p.
6. YOUNG, H. D.; FRIEDMAN, R. A. *Sears and Zemansky's University Physics with Modern Physics*. 10<sup>th</sup> ed. San Francisco: Addison-Wesley Publishing Company, 2000. 1513 p.
7. GRIFFITHS, D. J.; COLLEGE, R. *Introduction to Electrodynamics*. Prentice-Hall International, Inc. USA, 1999. 576 p.
8. REITZ, J. R.; MILFORD, F. J.; CHRISTY, R. W. *Foundations of Electromagnetic Theory*. 4<sup>th</sup> ed. Addison-Wesley Publishing Company. USA, 1993. 630 p.
9. TAYLOR, J. R.; ZAFIRATOS, C. D. *Modern Physics for Scientists and Engineers*. Pearson Education. USA, 1991. 576 p.
10. САВЕЛЬЕВ, И. В. *Курс физики*. Т. 3. Москва: Наука, 1989. 304 с.
11. Таблица физических величин, справочник. Ред. И. К. Кирилл. Москва: Атомиздат, 1976. 1006 с.
12. СИВУХИН, Д. В. *Общий курс физики*. Т. V-1. Москва: Наука, 1986. 416 с.
13. СИВУХИН, Д. В. *Общий курс физики*. Т. V-2. Москва: Наука, 1989. 415 с.
14. Lietuvos higienos norma HN 98 : 2000 „Natūralus ir dirbtinis darbo vietų apšvietimas. Apšvietos ribinės vertės ir bendrieji matavimo reikalavimai“.
15. Lietuvos higienos norma HN 73 : 2001 „Pagrindinės radiacinės saugos normos“.



Aleksėjus BOGDANOVIČIUS  
FIZIKOS PAGRINDAI APLINKOS INŽINERIJOJE. 2 dalis  
Vadovėlis

Redaktorė Violeta Kočiūnaitė

2007 02 19. 28,5 sp. l. Tiražas 500 egz.  
Vilniaus Gedimino technikos universiteto leidykla „Technika“,  
Saulėtekio al. 11, 10223 Vilnius  
Spausdino UAB „Biznio mašinų kompanija“,  
J. Jasinskio g. 16A, 01112 Vilnius