10. LAUKO UŽDAVINIAI

– šilumos plitimo, elektrostatinių laukų, nesūkurinių srautų, difuzijos, …, uždaviniai. Visi šie uždaviniai aprašomi panašiomis, diferencialinėmis atžvilgiu lauko kintamojo Φ, lygtimis. BEMo formuluotes uždaviniams išvesim naudodami variacinius principus, 3D atvejui.

Yra trys uždavinių klasės:

10.1. Pusiausvyros uždaviniai

Šių uždavinių tikslas – nustatyti pastovų, nepriklausantį nuo laiko, Φ pasiskirstymą erdvėje. Uždaviniai aprašomi kvaziharmonine lygtimi:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x \frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k_y \frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k_z \frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)=f(x,y,z), \qquad (10.1)$$

čia: Φ – lauko kintamasis,

k_x, k_y, k_z, f – funkcijos, nepriklausančios nuo Φ,

k_x, k_y, $k_z \neq 0$ ir apibrėžti tūryje V,

k_x, k_y, k_z – neizotropinei terpei pateikti svarbiausiose ašyse x, y, z, o izotropinei terpei $k_x = k_y = k_z = k$

Kraštinės uždavinio sąlygos – dviejų tipų:

$$\Phi = \Phi(x,y,z) \in S_1 \qquad (10.2)$$ – Dirichlet sąlygos

ir

$$k_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} n_z + g(x,y,z) + h(x,y,z)\Phi = 0 \in S_2 \qquad (10.3)$$ – Cauchy;

jeigu $g = h = 0$ - Neumanno sąlygos

čia: n_x, n_y, n_z - nukreiptų į terpės išorę normalių krypties kosinusai

g, h – žinomos funkcijos

(10.1, 2, 3) sudaro ”eliptinį kraštinių reikšmių uždavinį”. Uždavinys supaprastėja izotropinei terpei: (1) tampa

$$\nabla^2 \Phi = \frac{f}{k}(x,y,z)$$ – Poissono lygtis

arba, kai $f = 0$

$$\nabla^2 \Phi = 0$$ - Laplace’o lygtis

Fizinė lygčių prasmė:

Uždavinys	Φ	k_x, k_y, k_z	f	g	h
Elektrostatinio lauko	Elektros jėgų lauko intensyvumas	Specifiniai talpumai	Srovės šaltiniai	—	—
Nusistovėjęs šilumos plitimo	Temperatūra	Šiluminiai laidumai	Šilumos šaltiniai	Šilumos nuotekis per sienas	Konvekcinio šilumos nuotėkio koeficientas
Nesūkurinio srauto	Srauto funkcija	—	0	Kraštiniai greičiai	0
Filtracijos	Slėgis	Laidumai	Srauto šaltinis	—	—
Tepimo (plonu skysčio sluoksniu)	Slėgis	*kx, ky* ~ nuo sluoksnio storio ir klampio *kz* =0	Srautas	Nuotėkis	—
Kūno sukimo	Įtempimų funkcija	Atvirkštiniai šlyties moduliai	Susukimo kampas vienetiniam ilgiui	—	—
. . .					

BEMo priklausomybių išvedimas variaciniu principu

Lygtį (1) pagal Eulerio - Lagrange'o teoremą atitinka funkcionalas

$$\mathrm{I}(\Phi)=\frac{1}{2}\int_V\left(k_x\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2+k_y\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2+k_z\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2+2f\Phi\right)dV+\int_{S_2}\left(g\Phi+\frac{1}{2}h\Phi^2\right)dS_2 \qquad (10.4)$$

Ieškoma minimali funkcionalo reikšmė:

$$\delta \quad \mathrm{I}(\Phi)=0$$

Visą sritį V sudalinam į elementus su n mazgų ir parenkam Φ kitimo dėsnį elemente

$$\Phi^e=\sum_{i=1}^{n}N_i\Phi_i=[N]\{\Phi^e{}_m\}, \qquad \Phi_i, i=1,2,\ldots,\ n$$

n - laisvumo laipsnių elemente skaičius

Φ_i - lauko kintamojo mazginės reikšmės.

N_i turi tenkinti tik C^0 suderinamumo reikalavimus, nes (4) yra tik pirmosios Φ išvestinės.

Funkcionalo minimumo sąlygos vienam baigtiniam elementui, vienam mazgui i reikalauja:

$$\frac{\partial \mathrm{I}(\Phi^e)}{\partial\Phi_i}=0, \qquad i=1,2,\ldots,n$$

$$=\int_{V^e}\left(k_x\frac{\partial\Phi^e}{\partial x}\frac{\partial}{\partial\Phi_i}\left(\frac{\partial\Phi^e}{\partial x}\right)+\ldots+f\frac{\partial\Phi^e}{\partial\Phi_i}\right)dV^e+\left\langle tik \quad elementui \quad ant \quad pavirsiaus \quad S_2\right\rangle+$$

$$+\int_{S^e{}_2}\left(g\frac{\partial\Phi^e}{\partial\Phi_i}+h\Phi^e\frac{\partial\Phi^e}{\partial\Phi_i}\right)dS^e{}_2\Rightarrow$$

Turint omenyje, kad

$$\frac{\partial\Phi^e}{\partial x}=\left[\frac{\partial N_i}{\partial x},\frac{\partial N_j}{\partial x},\ldots\right]\{\Phi_m\},$$

$$\frac{\partial}{\partial\Phi_i}\left(\frac{\partial\Phi^e}{\partial x}\right)=\frac{\partial N_i}{\partial x},$$

$$\frac{\partial\Phi^e}{\partial\Phi_i}=N_i;$$

$$\Rightarrow\int_{V^e}\left(k_x\left[\frac{\partial N}{\partial x}\right]\{\Phi^e{}_m\}\frac{\partial N_i}{\partial x}+\ldots+fN_i\right)dV^e+\int_{S^e{}_2}\left(gN_i+h[N]N_i\{\Phi^e{}_m\}\right)dS^e{}_2$$

Minimumo sąlygos vienam elementui tada

$$\left\{\frac{\partial \mathrm{I}\left(\Phi^e\right)}{\partial \Phi^e}\right\} = 0 = \underset{n\times n}{\left[K^e\right]}\left\{\Phi_m\right\} + \underset{n\times n}{\left[K^e{}_{S_2}\right]}\left\{\Phi^e{}_m\right\} + \underset{n\times 1}{\left\{R^e\right\}}$$

"Standumo" matricų elementai, atitinkantys laisvumo laipsnius i ir j:

$$K^e{}_{ij} = \int_{V^e}\left(k_x \frac{\partial N_i}{\partial x}\frac{\partial N_j}{\partial x} + k_y \frac{\partial N_i}{\partial y}\frac{\partial N_j}{\partial y} + k_z \frac{\partial N_i}{\partial z}\frac{\partial N_j}{\partial z}\right) dV^e$$

$$K^e{}_{S_2 ij} = \int_{S^e{}_2} h N_i N_j \, dS^e{}_2$$

tik elementams ant paviršiaus S_2

$$R^e{}_i = \int_{V^e} f N_i \, dV^e + \int_{S^e{}_2} g N_i \, dS^e{}_2$$

Taigi, pagrindinė lygtis yra

$$\left(\left[K^e\right] + \left[K^e{}_{S_2}\right]\right)\left\{\Phi^e{}_m\right\} + \left\{R^e\right\} = 0.$$

10.2. Tikrinių reikšmių uždaviniai

– mechaninių virpesių (modalinė analizė), mechanikos pradinio pastovumo, rezonanso akustikoje, stovinčių bangų sekliame vandenyje, elektromagnetinių bangų. Visi šie uždaviniai aprašomi Helmholtzo lygtimi

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x \frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial_y}\left(k_y \frac{\partial \Phi}{\partial_y}\right) + \frac{\partial}{\partial_z}\left(k_z \frac{\partial \Phi}{\partial_z}\right) + \lambda \Phi = 0 \qquad (10.5)$$

su Dirichlet ir Neumanno kraštinės sąlygomis. Čia λ – nežinomas parametras.

Eulerio - Lagrange'o funkcionalas Helmholtzo lygčiai yra:

$$\mathrm{I}\left(\Phi\right) = \frac{1}{2}\int_V \left(k_x\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + k_y\left(\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right)^2 + k_z\left(\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right)^2 - \lambda \Phi^2\right) dV = 0 \qquad (10.6)$$

Panašiai kaip skyriuje 10.1 variaciniu principu gautume:

$$\left[K^e\right]\left\{\Phi^e{}_m\right\} - \lambda\ \left[M^e\right]\left\{\Phi^e{}_m\right\} = 0, \tag{10.7}$$

$$k^e{}_{ij} = \int_{V^e}\left(k_x \frac{\partial N_i}{\partial x}\frac{\partial N_j}{\partial x} + k_y \frac{\partial N_i}{\partial y}\frac{\partial N_j}{\partial y} + k_z \frac{\partial N_i}{\partial z}\frac{\partial N_j}{\partial z}\right) dV^e,$$

$$m^e{}_{ij} = \int_{V^e} N_i N_j dV^e;$$

N_i šiems uždaviniams - taip pat C^0 tipo. (7) lygtis vadinama savųjų (arba tikrinių) reikšmių λ uždaviniu. Netrivialus sprendinys yra tik tada, kai

$$\left|[K] - \lambda\ [M]\right| = 0.$$

Determinantą galima išskleisti į n eilės polinomą, turintį n šaknų λ_i; n – sistemos laisvumo laipsnių kiekis. Kiekvieną λ_i atitinka begalinis skaičius savųjų vektorių $\left\{\Phi_m\right\}_i$, tenkinančių lygtį (7). Dažniausiai savieji vektoriai pateikiami normalizuota forma.

10.3. Plitimo uždaviniai

Tai – lauko kintamojo pasiskirstymo erdvėje priklausomai nuo laiko uždavinys: difuzijos, bangų sklidimo uždaviniai.

Lygtis:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k_x \frac{\partial \Phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(k_y \frac{\partial \Phi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(k_z \frac{\partial \Phi}{\partial z}\right) = f(x, y, z, t) + c\dot{\Phi} + m\ddot{\Phi} \tag{10.8}$$

Kraštinės sąlygos:

$$\Phi = \Phi(x, y, z, t) \in S_1, \quad t > 0$$

ir

$$k_x \frac{\partial \Phi}{\partial x} n_x + k_y \frac{\partial \Phi}{\partial y} n_y + k_z \frac{\partial \Phi}{\partial z} n_z + g(x, y, z, t) + h(x, y, z, t)\Phi = 0 \in S_2, \quad t > 0 \tag{10.9}$$

Pradinės sąlygos:

$$\Phi = \Phi_0(x, y, z) \in V, \quad t > 0 \tag{10.10}$$

$$\dot{\Phi} = \dot{\Phi}_0(x, y, z) \in V, \quad t > 0$$

(8) lygtis vadinama paraboline, jei $m = 0$ ir $c \neq 0$;
hiperboline, jei $m \neq 0$.

Parabolinėms lygtims būdingas lauko kintamojo plitimas terpėje begaliniu greičiu (pvz., paveikus kūną šiluma, jo vidinių taškų temperatūra pakistų akimirksniu), o hiperbolinėms - baigtiniu greičiu.

BEM formuluotės

Naudojami keli būdai. Dažniausiai uždavinys nagrinėjamas fiksuotu laiko momentu ir laikoma, kad $\dot{\Phi}$ *ir* $\ddot{\Phi} \sim x, y, z$. Tada:

$$\Phi^e(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^{n} N_i(x, y, z)\Phi_i(t)$$

- tik mazginiai laisvumo laipsniai priklauso nuo laiko. Dabar elemento lygtis šiam fiksuotam laiko momentui galima išvesti variaciniu principu (jei uždavinys turi funkcionalą) arba svertinių neatitikčių metodais.

Kitas metodas (J. T. Odenas, 1969): uždavinys nagrinėjamas keturmatėje erdvėje:

$$\Phi^e(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^{n} N_i(x, y, z, t)\Phi_i$$

- pridedama dar viena dimensija, o tai labai pabrangina sprendimą.

Pirmuoju metodu galima gauti:

$$\left[M^e\right]\left\{\ddot{\Phi}^e{}_m\right\} + \left[C^e\right]\left\{\dot{\Phi}^e{}_m\right\} + \left[K^e\right]\left\{\Phi^e{}_m\right\} + \left[K^e{}_{S2}\right]\left\{\Phi^e{}_m\right\} + \left\{R^e(t)\right\} = 0 \qquad (10.11)$$

čia

$$m_{ij} = \int_{V^e} m N_i N_j dV^e$$

$$c_{ij} = \int_{V^e} c N_i N_j dV^e$$

$$k_{ij} = \int_{V^e} \left(k_x \frac{\partial N_i}{\partial x}\frac{\partial N_j}{\partial x} + k_y \frac{\partial N_i}{\partial y}\frac{\partial N_j}{\partial y} + k_z \frac{\partial N_i}{\partial z}\frac{\partial N_j}{\partial z} \right) dV^e$$

$$k^e{}_{S_2 ij} = \int_{S_2^e} h N_i N_j dS^e{}_2$$

$$R^e{}_i = \int_{V^e} f N_i dV^e + \int_{S^e{}_2} g_i dS^e{}_2$$

Lygtyje (4) [*M*] dažniausiai įvertina inerciją, [*C*] - slopinimą arba talpumą, [*K*] - standumą. Kai kuriuose uždaviniuose [*M*]=0 (difuzijos), [*C*]=0 (neslopinamų svyravimų). Priklausomai nuo *R*(*t*) kitimo skiriami periodiniai, harmoniniai, atsitiktiniai uždaviniai.

Sprendimo metodai (11) lygčiai - dažniausiai rekurentiniai.

11. BEM PAKLAIDOS. TESTAI. PROGRAMOS

BEM sprendinio paklaidos (esant korektiškiems elementams, tinkamai naudojant programą):

1. modeliavimo – atspindi matematinio modelio skirtumą nuo realybės (pvz., Kirchhofo b.e. storai plokštelei modeliuoti);
2. diskretizavimo – kyla dėl perėjimo nuo begalinio prie baigtinio laisvumo laipsnių kiekio modelyje;
3. apvalinimo – kyla dėl baigtinio kompiuterio žodžio ilgio.

Pastarosios paklaidos itin didelę įtaka turi “blogai sąlygotiems” BEM uždaviniams. Matematinis blogo sąlygotumo pavyzdys:

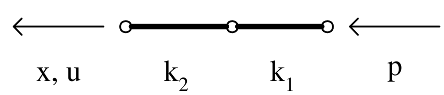
$$\begin{bmatrix} 1.00 & -1.00 \\ -1.00 & 1.02 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4.00 \\ -2.00 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 104 \\ 100 \end{Bmatrix};$$

pakeitus vieną koeficientą 1%, rezultatas pakinta ~ 100%:

$$\begin{bmatrix} 1.00 & -1.00 \\ -1.00 & 1.01 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4.00 \\ -2.00 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 204 \\ 200 \end{Bmatrix}.$$

Toks uždavinys 2- jų skaitmenų tikslumų neišsprendžiamas.

Blogai sąlygoto mechanikos uždavinio pavyzdys:



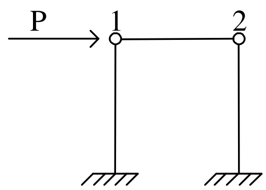
Jei $k_1 >> k_2$:

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ 0 \end{Bmatrix}; \qquad k_1 + k_2 \rightarrow k_1,$$

ir eilutės tampa tiesiškai priklausomos. Tokiu atveju reikia itin didelio skaičiavimo tikslumo: pvz., jei k_1=40., k_2=0.0014, tai, kad gautume sprendinį, turime žinoti k_1 tokiu tikslumu: k_1=40.0000. Antraip k_1 paklaida lemia viso skaičiavimo tikslumą.

Šiame sprendinyje modeliavimo paklaida ~ 0, diskretizavimo = 0.

Kitas pavyzdys: rėmas, kuriam ašinis standumas >> lenkimo standumas turėtų gautis $u_1 \cong u_2$, o tai rodo, kad dvi lygtis yra beveik tiesiškai priklausomos.



Kitas pavyzdys: plona plokštelė modeliuota Mindlino b.e.

Blogą sąlygotumą gali kelti ir netinkamas diskretizavimas:

- iškraipytos formos baigtinis elementas
- elementas su dideliu kraštinių santykiu
- apjungti skirtingų dydžių baigtiniai elementai

Vienintelis "vaistas" nuo blogo sąlygotumo – ilgesnis kompiuterio žodis.

Paklaidų įverčiai

Blogo sąlygotumo koeficientas (condition number), C. Moler, 1967:

$$C(K) = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}}, \quad \lambda - [K] \text{ savosios reikšmės.}$$

<*tikslių skaitmenų praradimas*> $\approx \lg C(K)$

Pavyzdys: kompiuterio žodžio ilgis – 7 ženklai, $C(K)$=1E5 – sprendinys turės tik 2 patikimus skaitmenis.

Trūkumai: dažnai pernelyg pesimistinis įvertis; įvertina tik apvalinimo paklaidas, padarytas iki lygčių sprendimo; neįvertina ir dešinės lygties pusės paklaidų.

Įvertis tinklelio kokybei – diskretizavimo paklaidoms, I. Fried, 1972:

$$C(K) = b\left(\frac{h_{\max}}{h_{\min}}\right)^{2m-1} N^{\frac{2m}{n}},$$

čia

$b = \frac{b_1}{1-2\upsilon}$,

$b_1 \sim E$, υ ir $\sim$ nuo uždavinio tipo

h – elementų "diametrai"

N – elementų kiekis

$2m$ – diferencialinių lygčių eilė

n – uždavinio matas

Įvertis lygčių sprendimo metu kylančioms paklaidoms, R. McNeal, 1976:

$$e = \frac{\{U\}^T \{\Delta P\}}{\{U\}^T \{P\}},$$

$$\{\Delta P\} = \{P\} - [K]\{U\}$$

- santykis likutinių jėgų darbo su tikrųjų jėgų darbu.

Pavyzdys: jei $|e| \le 1E-7$ – viengubas kompiuterio žodis lygčių sprendimo metu paklaidų neįneša.

Praktinė įverčių nauda: A. Anon, 1986: sprendinys, matyt, bus priimtinas, jei vienas iš įverčių rodo blogą padėtį; sprendinys tikrai nepriimtinas, jei visi trys įverčiai yra blogų reikšmių.

Kiti įverčiai diskretizavimo paklaidoms.

Paprasčiausias įvertis: diskretizuotos struktūros tūris turi būti lygus realios struktūros tūriui.

Santykinės klaidos įvertis (jo matas - %), R. Cook, 1985:

$$e_r = \rho_1 \rho_2 h_0^{\,q-r},$$

čia

$$h_0 = \frac{1}{N^{1/n}},$$

q = 1 + <aukščiausio pilno interpoliacinio polinomo eilė>

$r = 0$ poslinkių santykinei klaidai

$r = 1$ deformacijų ir įtempimų klaidai, C^0 tipo uždaviniams

$r = 2$ deformacijų ir įtempimų klaidai, C^1 tipo uždaviniams

ρ_1 – maksimalus baigtinių elementų matmenų tinklelyje santykis

ρ_2 – maksimalus didžiausio elemento tinklelyje ir mažiausio “diametrų” santykis

N – elementų kiekis

n – matas

Praktinė e_r nauda: jei gautas $e_r \ge 1$ (t.y., 100%) – reikalingas tinklelio smulkinimas; jei $e_r \approx 0.1x$*<priimtina paklaida>* – rezultatai, matyt, yra patikimi. Kartais įvertis yra labai pesimistiškas.

Prisitaikančios (self-adaptive) BEM programos
Galimybę joms rastis suteikė patikimų įverčių nustatymas. N.Kikuchi, 1986: programa nusprendžia, ar reikia smulkinti (jei reikia – kur ir iki kokio lygio) elementų tinklelį; sprendimo etapas; rezultatų analizė, kol pasiekiama reikiama sprendinio tolerancija arba leidžia kompiuterio resursai, arba kol neįsivyrauja apvalinimo paklaidų triukšmas.

Tinklelio smulkinimas: *h*- ir *p*- strategijos. *h* strategija: tinklelio smulkinimas; pageidautina – išsaugant visus ankstesnius laisvumo laipsnius. *p* -strategija: reikiamuose mazguose įvedami papildomi laisvumo laipsniai – naudojamas aukštesnės eilės interpoliacinis polinomas. Tokioje, hierarchinėje sprendimo schemoje nebūtina iš naujo perskaičiuoti *[K], [M], [C]*: matricos tik papildomos naujomis eilutėmis ir stulpeliais.

Testai elemento kokybei įvertinti
Tikrinių reikšmių testas.
Idėja: $[K]\{u\} = \{P\}$; mažų poslinkių atveju, tampriai medžiagai
$\{P\} = \lambda \ \{u\}$;

tada $\left([K] - \lambda \ [I]\right)\{u\} = 0$ (11.1)

Tikrinius vektorius normalizavus: $\{u\}^T{}_i \{u\}_i = 1$, o (1) padauginus iš normalizuoto $\{u\}^T{}_i$:

$$\{u\}^T{}_i [K]\{u\}_i = \lambda_i = 2U_i$$

– deformacijos energija, esant mazginiams $\{u\}_i$. Iš čia: kai $\{u\}_i$ atitinka baigtinio elemento poslinkius kaip kieto nedeformuojamo kūnu poslinkius λ_i turi būti = 0.

Todėl 2D uždaviniui turim gauti 3 nulines tikrines reikšmes, 3D arba kevalui – 6, simetriniam ašiai uždaviniui – 1. Jei testas rodo per mažai nulinių reikšmių – elementas netenkina pilnumo reikalavimų; jei per daug – elemente yra mechanizmų.

Testą galima pakartoti elementą perorientavus erdvėje. Jei dabar gaunamos kitos λ – elementas nėra geometriškai invariantiškas.

“Vieno elemento testas”: tiriamas elemento atsakas į apkrovą, keičiant elemento parametrus: ilgio/aukščio santykį, kampą ir pan. Teikia informaciją apie leistinas šių dydžių reikšmes.

“Patch testas”.

Standartiniai testai sulyginimui su analitiniais sprendiniais.

Reziume: elemento testavimui nepakanka vieno testo. Be to, testai gali tik parodyti klaidas, tačiau negali įrodyti, kad klaidų nėra.

BEM programos

Siūloma ~ 100 komercinių paketų. Visos ankstesnės programos – Fortrano kalba, vėlesnės – ir C++. Programų apimtis: ~ 100 000 ÷ 1 000 000 operatorių. Galimybės: tiesinė ir netiesinė analizė, stacionarūs ir nestacionarūs procesai, mechanikos, šilumos, elektromagnetizmo taikymai, multifizikos uždaviniai. Modifikuotos versijos pasirodo kas 1-2 metai, programos pritaikytos įvairioms platformoms; yra ir suprastintos versijos PC.

Dokumentacijos apimtis – tūkstančiai puslapių; kursai vartotojams, konsultacijos telefonu ir pan.

Per pastaruosius keliolika metų rinkoje nepasirodė nė viena nauja BEM programa: itin aukšti “starto” kaštai, rinkos inercija.

Kūrimo kaštai (J. Rice, 1983): analizuota 400 su BEM susijusių projektų, kurių trukmė 1-8 metai, 2-200 darbuotojų. Įskaitytas laikas algoritmo, programos kūrimui, testavimui, dokumentavimui. Produktyvumas matuotas programos operatorių kiekiu 1darbuotojui/1mėnesiui.

Rezultatai: 5-5000 eilučių, vidurkis 200 eilučių; 2/3 projektų pakliuvo į ribas 75-550 eilučių.

Kaina didelių programų projektų - 2-10 mln. USD. Palaikymo kaštai: kaip taisyklė viršija kūrimo kaštus.