SAVARANKIŠKO DARBO UŽDUOTYS

A grupė

1. Raskite $A+B$, $A-B$, $B-A$, $3A+2B$, $4A-5B$, kai

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 & 4 \\ 1 & -1 & 5 & 3 \\ -7 & 10 & 11 & 0 \end{pmatrix}, \qquad B=\begin{pmatrix} -3 & -2 & 5 & 1 \\ -2 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -5 & 7 \end{pmatrix}.$$

2. Raskite $2A+B$, kai

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

3. Apskaičiuokite $A\cdot B$ ir $B\cdot A$, kai:

1) $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 5 & -7 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$,

2) $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

4. Apskaičiuokite $A\cdot B$, kai:

1) $A=\begin{pmatrix} 2 & -4 & 5 \\ 3 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$,

2) $A=\begin{pmatrix} 3 & 4 & -5 \\ 6 & -6 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 \\ 4 & -6 & 0 \\ -5 & 1 & 3 \end{pmatrix}$,

3) $A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 0 & 4 \\ -2 & 5 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & 3 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$,

4) $A=\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & -3 & 4 \\ -4 & 3 & 2 & -5 \\ 6 & -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$,

5) $A=\begin{pmatrix} 2 & -2 & 3 & -3 \\ -1 & 1 & -2 & 2 \\ 3 & -3 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 5 & 0 & 3 & 0 \\ 4 & -6 & 2 & 1 \\ 5 & -2 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$,

6) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 & 2 \\ 3 & -4 & 2 & 1 \\ -4 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$,

7) $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 \\ 1 & -1 & 5 \\ 8 & -2 & -3 \end{pmatrix}$,

8) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 2 & -3 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 2 & 1 & -4 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$,

9) $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -3 & 4 & -5 \\ 2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 3 \\ 5 & 4 & -2 \end{pmatrix}$.

5. Apskaičiuokite determinantus:

1) $\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$, 2) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 0 \end{vmatrix}$, 3) $\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$, 4) $\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 0 \end{vmatrix}$, 5) $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$, 6) $\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$,

7) $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$, 8) $\begin{vmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{vmatrix}$, 9) $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$, 10) $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}$,

11) $\begin{vmatrix} 6 & -2 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$, 12) $\begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \end{vmatrix}$, 13) $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ -1 & 1 & 5 \end{vmatrix}$, 14) $\begin{vmatrix} 5 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & 6 \end{vmatrix}$,

15) $\begin{vmatrix} 7 & -6 & 6 \\ 4 & -1 & 4 \\ 4 & -2 & 5 \end{vmatrix}$, 16) $\begin{vmatrix} 13 & 2 & -2 \\ 6 & 9 & -6 \\ 2 & -2 & 5 \end{vmatrix}$, 17) $\begin{vmatrix} \frac{5}{3} & -\frac{2}{3} & -\frac{4}{3} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{7}{3} \end{vmatrix}$,

18) $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{13}{3} & -\frac{4}{3} \\ \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{11}{3} \end{vmatrix}$, 19) $\begin{vmatrix} 7 & -7 & 8 & 6 \\ -3 & 4 & -2 & -5 \\ -5 & -6 & 8 & -2 \\ -4 & -6 & 6 & 6 \end{vmatrix}$, 20) $\begin{vmatrix} -2 & 6 & 6 & -5 \\ -6 & -4 & -7 & 4 \\ -7 & 1 & 7 & 8 \\ -6 & -7 & 6 & 7 \end{vmatrix}$,

21) $\begin{vmatrix} 4 & -2 & 1 & 5 \\ 4 & 6 & 3 & -4 \\ -7 & -3 & 4 & 7 \\ 1 & -4 & 7 & 1 \end{vmatrix}$, 22) $\begin{vmatrix} 8 & 5 & -6 & 1 \\ 1 & -4 & -6 & -3 \\ -2 & 4 & 5 & 7 \\ 2 & -6 & 5 & 5 \end{vmatrix}$, 23) $\begin{vmatrix} 4 & 1 & 1 & -2 \\ -7 & -4 & 8 & -6 \\ 2 & -7 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \end{vmatrix}$,

$$24)\begin{vmatrix} -6 & -4 & 2 & 4\\ 7 & 8 & 4 & 1\\ 6 & 7 & -4 & 4\\ 4 & 2 & -5 & -5 \end{vmatrix},\quad 25)\begin{vmatrix} -3 & 7 & -2 & 3\\ 7 & 7 & 7 & -7\\ -3 & -4 & 8 & 8\\ -4 & 4 & -3 & 8 \end{vmatrix},\quad 26)\begin{vmatrix} 7 & 6 & -5 & 8\\ 1 & 3 & -7 & -5\\ -3 & 8 & 2 & 7\\ -5 & 4 & 7 & 4 \end{vmatrix},$$

$$27)\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 & 5\\ 5 & -7 & 3 & 6\\ -3 & 2 & 1 & 4\\ -5 & 4 & -5 & -7 \end{vmatrix},\quad 28)\begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 & 6\\ -6 & -4 & -7 & -2\\ 5 & 2 & 1 & -7\\ -5 & -2 & 7 & -7 \end{vmatrix},\quad 29)\begin{vmatrix} 2 & -7 & 8 & -2\\ -2 & -5 & -4 & 3\\ -5 & 6 & 5 & -4\\ -4 & 7 & 4 & -6 \end{vmatrix}.$$

6. Apskaičiuokite matricų rangus:

$$1)\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 & 6\\ 2 & -1 & -1 & 8\\ 1 & -5 & -5 & 10\\ 1 & 4 & 3 & -2\\ 2 & 5 & 3 & 0 \end{pmatrix},\quad 2)\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & 1\\ -1 & -2 & -3 & 2\\ 10 & 17 & 6 & 1\\ -11 & -19 & -9 & 1 \end{pmatrix},\quad 3)\begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 & 3 & 3\\ 2 & -1 & 4 & -7 & 5\\ 4 & -2 & 4 & 6 & 6 \end{pmatrix},$$

$$4)\begin{pmatrix} 4 & -1 & -4 & -2 & -10 & -10\\ 1 & 6 & 8 & 7 & 4 & 11\\ 2 & -1 & -7 & -18 & -13 & -12\\ 7 & 6 & 6 & 6 & 18 & 13\\ 3 & 5 & 1 & -11 & -9 & -1 \end{pmatrix},\quad 5)\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 & 5\\ 3 & -1 & 2 & 5 & -1\\ 4 & -1 & 6 & 6 & 3 \end{pmatrix},$$

$$6)\begin{pmatrix} 3 & -5 & -10 & 8\\ 1 & -1 & -2 & 2\\ 2 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix},\quad 7)\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -1\\ -1 & 1 & -1 & 1\\ 1 & -1 & -1 & -1\\ -1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$8)\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & 7 & 3\\ 2 & 6 & 7 & 14 & 2\\ 1 & 3 & 8 & 7 & 7\\ 1 & 3 & -1 & 7 & -5\\ 2 & 6 & 1 & 14 & -6 \end{pmatrix},\quad 9)\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 1 & -1\\ 2 & -1 & 3 & 0 & 2\\ -1 & 1 & -4 & 1 & -3\\ 3 & -1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

7. Raskite šių matricų atvirkštines matricas:

$$1)\begin{pmatrix} 2 & 0\\ 0 & 5 \end{pmatrix},\quad 2)\begin{pmatrix} 0 & 3\\ 4 & 0 \end{pmatrix},\quad 3)\begin{pmatrix} -5 & 7\\ 10 & 13 \end{pmatrix},\quad 4)\begin{pmatrix} 7 & -8\\ 8 & 4 \end{pmatrix},$$

$$5)\begin{pmatrix} -2 & -2 & -2\\ 1 & -4 & 1\\ -4 & 1 & 5 \end{pmatrix},\quad 6)\begin{pmatrix} -3 & -2 & 4\\ -4 & -2 & -3\\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix},\quad 7)\begin{pmatrix} -4 & 2 & 1\\ 5 & -2 & 2\\ -2 & 4 & 2 \end{pmatrix},$$

8) $\begin{pmatrix} -4 & -4 & -4 \\ 3 & 5 & 5 \\ -3 & 3 & -1 \end{pmatrix}$, 9) $\begin{pmatrix} -4 & 2 & -2 \\ -3 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$, 10) $\begin{pmatrix} 5 & -3 & -4 \\ -1 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & -3 \end{pmatrix}$,

11) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 2 & -2 & 2 \\ -2 & -3 & -2 \end{pmatrix}$, 12) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -3 & -1 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$, 13) $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 3 \\ 3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$,

14) $\begin{pmatrix} -2 & 2 & 3 \\ -2 & 2 & -2 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$, 15) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, 16) $\begin{pmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$,

17) $\begin{pmatrix} 4 & 1 & -2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, 18) $\begin{pmatrix} 4 & -2 & 2 \\ 5 & 4 & 1 \\ -2 & -2 & -1 \end{pmatrix}$, 19) $\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -2 & -1 & -2 \\ -2 & 5 & 3 \end{pmatrix}$,

20) $\begin{pmatrix} -1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & -2 \\ 3 & 5 & -1 \end{pmatrix}$, 21) $\begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 \\ -2 & -1 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, 22) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 4 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & -2 \end{pmatrix}$.

8. Išspręskite tiesinių lygčių sistemas:

1) $\begin{cases} 2x - 3y + z - 2 = 0, \\ x + 5y - 4z + 5 = 0, \\ 4x + y - 3z + 4 = 0, \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x - 4y + 3z = 1, \\ x - 2y + 4z = 3, \\ 3x - y + 5z = 2, \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x - 5y + 2z = 0, \\ x + 4y - 3z = 0, \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x + 2y - z = 0, \\ 2x - y + 3z = 0, \\ x + 3y - 4z = 0, \end{cases}$

5) $\begin{cases} 3x + 2y - z = 0, \\ 2x - y + 3z = 0, \\ x + y - z = 0, \end{cases}$ 6) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 4, \\ 2x + 4y + 6z = 3, \\ 3x + y - z = 1, \end{cases}$

7) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 4, \\ 2x + y - z = 3, \\ 3x + 3y + 2z = 7, \end{cases}$ 8) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 4, \\ 2x + y - z = 3, \\ 3x + 3y + 2z = 10, \end{cases}$

9) $\begin{cases} 2x - y + z = 2, \\ 3x + 2y + 2z = -2, \\ x - 2y + z = 1, \end{cases}$ 10) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 5, \\ 2x - y - z = 1, \\ x + 3y + 4z = 6, \end{cases}$

$$11)\begin{cases} 3x + 2y + 2z = 0, \\ 5x + 2y + 3z = 0, \end{cases} \qquad 12)\begin{cases} 3x - y + 2z = 0, \\ 2x + 3y - 5z = 0, \\ x + y + z = 0, \end{cases}$$

$$13)\begin{cases} 2x - y + 3z = 0, \\ x + 2y - 5z = 0, \\ 3x + y - 2z = 0, \end{cases} \qquad 14)\begin{cases} x - 2y + z = 4, \\ 2x + 3y - z = 3, \\ 4x - y + z = 11, \end{cases}$$

$$15)\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 = 0. \end{cases}$$

B grupė

9. Raskite $A^T + 4B$, $-A + 2B^T$ ir $\frac{1}{2}C + \frac{1}{2}D^T$, kai:

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -6 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -4 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 9 & -6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

10. Raskite $A^T + 4B$, $-A + 2B^T$ ir $\frac{1}{2}C + \frac{1}{2}D^T$, kai

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 2 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}.$$

11. Apskaičiuokite $A \cdot B$, kai:

1) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 4 \\ 4 & -2 & 7 & 3 \\ 1 & -1 & 5 & 2 \\ 5 & -4 & -1 & 7 \end{pmatrix}$,

2) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \\ -4 & 0 \\ -5 & 4 \end{pmatrix}$,

3) $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \\ -6 & 7 & -3 & -4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

12. Ar $A \cdot B = B \cdot A$?

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 5 & -7 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

13. Sudauginkite

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

14. Apskaičiuokite $A \cdot B \cdot C$, kai

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 2 & -3 & 1 \\ -4 & 3 & -2 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

15. Raskite $A \cdot B \cdot C$, $\quad B \cdot A \cdot C$, $\quad B \cdot C \cdot A$, $\quad A \cdot C \cdot B$, $\quad C \cdot B \cdot A$, $\quad C \cdot A \cdot B$, kai

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 8 \\ -3 & 1 & -2 \\ -4 & 5 & -3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

16. Raskite A^3, kai

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \end{pmatrix}.$$

17. Raskite A^5, kai

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}.$$

18. Apskaičiuokite determinantus:

$$1) \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & -2 & 3 & 5 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 4 & 3 & -5 \end{vmatrix}, \qquad 2) \begin{vmatrix} 3 & -2 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 6 & 0 & 1 & -2 \\ 2 & 3 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ 5 & -4 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{vmatrix},$$

$$3) \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 & 8 & 1 & 9 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 4 & 5 & 8 & 5 \\ 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & 4 \\ 3 & 7 & 9 & 7 & 27 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & 6 & 0 & 10 \end{vmatrix}, \qquad 4) \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 & 2 & 1 & 5 \\ 2 & 0 & 3 & 1 & 5 & 4 \\ 2 & 1 & -4 & -3 & 0 & -9 \\ 1 & 2 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & -1 & -2 & 3 & -1 \\ 4 & 3 & -2 & -1 & 2 & -1 \end{vmatrix},$$

$$5)\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 7 & -1 & 0 & 2 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & -1 & 1 \\ 5 & -5 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 5 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{vmatrix}, \qquad 6)\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 & 4 & 4 \\ 3 & -1 & 2 & 2 & 4 & 1 \\ -1 & 2 & 1 & -1 & 0 & 3 \\ 1 & -3 & -2 & 4 & 2 & 1 \\ 5 & 4 & 7 & 3 & 3 & 2 \\ 2 & -3 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix},$$

$$7)\begin{vmatrix} 2+\sqrt{2} & 3+\sqrt{5} \\ 3-\sqrt{5} & 2-\sqrt{2} \end{vmatrix}, \quad 8)\begin{vmatrix} a & -2a & 2ab \\ b & -c & 3b \\ 1 & 2a & 2b \end{vmatrix}, \; 9)\begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{vmatrix}, \quad 10)\begin{vmatrix} a & a & a \\ -a & a & x \\ -a & -a & x \end{vmatrix}$$

$$11)\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha & 1 \\ \sin\beta & \cos\beta & 1 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 1 \end{vmatrix}, \quad 12)\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha & \sin(\alpha+\delta) \\ \sin\beta & \cos\beta & \sin(\beta+\delta) \\ \sin\gamma & \cos\gamma & \sin(\gamma+\delta) \end{vmatrix}, \; 13)\begin{vmatrix} a+b & c & 1 \\ b+c & a & 1 \\ c+a & b & 1 \end{vmatrix}.$$

19. Raskite atvirkštines šių matricų matricas:

$$1)\begin{pmatrix} a & b \\ b & -a \end{pmatrix}, a^2+b^2 \neq 0, \quad 2)\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, ad-bc \neq 0,$$

$$3)\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \; 4)\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}, \; 5)\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$6)\begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \; 7)\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & -1 & -6 \end{pmatrix}, \; 8)\begin{pmatrix} 4 & 7 & 7 & 4 \\ 1 & 2 & 2 & 1 \\ 7 & -4 & 3 & 3 \\ -5 & 3 & -2 & -2 \end{pmatrix}.$$

20. Išspręskite tiesinių lygčių sistemas:

$$1)\left\{\begin{array}{rcrcrcrcrcl} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & & & = & 0, \\ & & x_2 & + & x_3 & + & x_4 & + & x_5 & = & 0, \\ x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & & & & & = & 2, \\ & & x_2 & + & 2x_3 & + & 3x_4 & & & = & -2, \\ & & & & x_3 & + & 2x_4 & + & 3x_5 & = & 2, \end{array}\right.$$

$$2)\left\{\begin{array}{rcrcrcrcl} 5x_1 & + & 3x_2 & + & 3x_3 & + & x_4 & = & 11, \\ 8x_1 & + & 6x_2 & + & 5x_3 & + & 2x_4 & = & 21, \\ 3x_1 & + & 3x_2 & + & 2x_3 & + & x_4 & = & 10, \\ 4x_1 & + & 2x_2 & + & 3x_3 & + & x_4 & = & 8, \\ 7x_1 & + & 4x_2 & + & 5x_3 & + & 2x_4 & = & 18, \end{array}\right.$$

$$3)\ \begin{cases} x_1 - 2x_2 + 4x_3 - 6x_4 = 9, \\ 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 + 3x_4 = -11, \\ -3x_1 - 5x_2 + 6x_3 + x_4 = 13, \\ - 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 11, \end{cases}$$

$$4)\ \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - 2x_3 + x_4 - 4x_5 = 0, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + x_5 = 2, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 1, \end{cases}$$

$$5)\ \begin{cases} -2x_1 + x_2 + 13x_3 - 27x_4 = 11, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - 7x_4 = 5, \\ 6x_1 - 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 7, \\ 4x_1 - 2x_2 + 14x_3 - 31x_4 = 18, \end{cases}$$

$$6)\ \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 4, \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 3x_4 - 2x_5 = 0, \\ 4x_1 - x_2 - 4x_3 + 2x_4 + 3x_5 = 1, \\ 3x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 - x_5 = 4, \\ 2x_1 + x_2 - 7x_3 + 5x_4 + 5x_5 = 3, \end{cases}$$

$$7)\ \begin{cases} 4x_1 + 9x_2 - x_3 + 5x_4 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 5, \\ -2x_1 + x_3 + 2x_4 = -7, \\ 4x_1 + 6x_2 - x_3 + 2x_4 = 9, \end{cases}$$

$$8)\ \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = 5, \\ 3x_1 - 2x_2 = 8, \\ x_1 - 2x_3 + 2x_4 = 2, \end{cases}$$

$$9)\ \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 - x_5 = 0, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 16x_2 - 6x_3 + 4x_4 + 7x_5 = 0, \end{cases}$$

$$10)\ \begin{cases} 7x_1 - 14x_2 + 3x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 3x_4 + 7x_5 = 0, \\ 5x_1 - 10x_2 + x_3 + 5x_4 - 13x_5 = 0. \end{cases}$$

21. Raskite visus tiesinių lygčių sistemos bazinius sprendinius:

$$1)\ \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 3, \\ x_2 + x_4 + 3x_5 = 1, \end{cases}$$

$$2)\ \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ x_2 + x_3 + x_4 = 2, \\ x_1 + x_4 = 2. \end{cases}$$

C grupė

22. A yra kvadratinė n-tosios eilės matrica. Apskaičiuokite sandaugas $A \cdot B$ ir $B \cdot A$, kai

$$A = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \lambda_1 \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_2 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda_n & 0 & \dots & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

23. Apskaičiuokite matricų laipsnius:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}^n, \quad 2) \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}^n, \quad 3) \begin{pmatrix} a & a \\ 0 & a \end{pmatrix}^n, \quad 4) \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}^n.$$

24. Išspręskite lygtį:

$$3X + \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 2 & 4 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 8 & 1 \\ 8 & 10 & 23 \\ -4 & 19 & 24 \end{pmatrix}.$$

25. Apskaičiuokite $f(A)$, kai:

$$1) A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad f(x) = 2x^2 - 5x + 7E_2,$$

$$2) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad f(x) = 2x^3 - 3x + E_3.$$

26. Neskaičiuodami determinantų, parodykite, kad:

$$1) \begin{vmatrix} \sin^2\alpha & \cos^2\alpha & \cos 2\alpha \\ \sin^2\beta & \cos^2\beta & \cos 2\beta \\ \sin^2\gamma & \cos^2\gamma & \cos 2\gamma \end{vmatrix} = 0, \quad 2) \begin{vmatrix} \alpha b_1 + \beta c_1 & b_1 & c_1 \\ \alpha b_2 + \beta c_2 & b_2 & c_2 \\ \alpha b_3 + \beta c_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0,$$

$$3) \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_1 + \alpha a_2 & b_1 + \alpha b_2 & c_1 + \alpha c_2 \end{vmatrix} = 0.$$

27. Išspręskite lygtis:

$$1)\begin{vmatrix} x^2 & 4 & 9 \\ x & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0, \qquad 2)\begin{vmatrix} x^2 & 3 & 2 \\ x & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \end{vmatrix} = 0.$$

28. Išspręskite nelygybę

$$\begin{vmatrix} 2 & x+2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & x \end{vmatrix} > 0.$$

29. Apskaičiuokite determinantą:

$$\begin{vmatrix} 1\text{-}x & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1\text{-}x & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1\text{-}x & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1\text{-}x \end{vmatrix}.$$

30. Pertvarkę į trikampio pavidalą apskaičiuokite determinantus:

$$1)\begin{vmatrix} 1 & x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ 1 & x_1+y_1 & x_2 & \dots & x_n \\ 1 & x_1 & x_2+y_2 & \dots & x_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_1 & x_2 & \dots & x_n+y_n \end{vmatrix}, \quad 2)\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & \dots & x_{n-1} & x_n \\ x_1 & x_1 & x_3 & x_4 & \dots & x_{n-1} & x_n \\ x_1 & x_1 & x_1 & x_4 & \dots & x_{n-1} & x_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1 & x_1 & x_1 & x_1 & \dots & x_1 & x_n \\ x_1 & x_1 & x_1 & x_1 & \dots & x_1 & x_1 \end{vmatrix}.$$

31. Įrodykite, kad:

$$1)\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & a_1x+b_1y+c_1 \\ a_2 & b_2 & a_2x+b_2y+c_2 \\ a_3 & b_3 & a_3x+b_3y+c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix},$$

$$2)\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ab \end{vmatrix} = (b-a)(c-a)(c-b),$$

$$3)\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix} = (a+b+c)\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix},$$

$$4)\begin{vmatrix} \frac{x_1+x_2}{2} & \frac{y_1+y_2}{2} & 1 \\ \frac{x_1-x_2}{2} & \frac{y_1-y_2}{2} & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{vmatrix}.$$

32. Minorų metodu raskite parametro a reikšmes, su kuriomis matrica

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ a & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 17 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

turi mažiausią rangą.

33. Elementariųjų pertvarkių metodu raskite atvirkštines šių matricų matricas:

$$1)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}, \qquad 2)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 1 & 3 & \dots & 1 \\ \dots & & & & \\ 1 & 1 & 1 & \dots & n \end{pmatrix},$$

$$3)\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

34. Išspręskite matricines lygtis:

$$1)\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 3 & 5 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$2)\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 8 & 4 & 2 \\ 3 & 12 & 6 & 3 \\ -1 & -9 & 3 & 9 \\ 1 & 8 & -2 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix},$$

$$3)\begin{pmatrix} 5 & 1 & -5 \\ 3 & -3 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}\cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ -2 & 3 & -1 \end{pmatrix},$$

$$4)\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}\cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ 0 & 1 & 2 & \dots & n-1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & n-2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}.$$

35. Išspręskite tiesinių lygčių sistemą arba nustatykite, kad ji nesuderinta (priklausomai nuo parametro $a \in R$ reikšmės):

$$1)\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = -2, \\ 2x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3, \\ 5x_1 + 6x_2 + 7x_3 = a, \end{cases} \qquad 2)\begin{cases} 2x_1 - x_2 + ax_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 = -3, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = -1, \end{cases}$$

$$3)\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + ax_4 = 1, \\ x_1 + x_2 + ax_3 + x_4 = -1, \\ x_1 + ax_2 + x_3 + x_4 = 0, \\ ax_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0; \end{cases}$$

$$4)\begin{cases} (2+a)x_1 + (a-1)x_2 + 2x_3 = 3, \\ 2x_1 + ax_2 + x_3 = 2, \\ ax_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ -2x_1 + 5x_2 + (a-4)x_3 = a-3. \end{cases}$$