

LANDAU SĄRAŠAS: NEIŲVEIKIAMŲ SKAIČIŲ TEORIJS UŽDAVINIAI

IGORIS BELOVAS

VU Matematikos ir Informatikos institutas

Akademijos 4, LT-08663, Vilnius, Lithuania

El-paštas: igoris.belovas@mii.vu.lt

1912 m. tarptautiniame matematikų kongrese Kembridže žymus vokiečių matematikas Edmundas Landau paskelbė pagrindinių matematikos problemų, susijusių su pirminiais skaičiais, sąrašą. Jis laikė šias problemas neišsprendžiamomis to laiko matematikos lygyje. Ir net dabar, po daugiau nei 100 metų, nei viena iš Landau problemų nėra išspręsta iki galo. Į sąrašą buvo įtraukti šie uždaviniai:

PROBLEM 1. (Goldbacho hipotezė) Bet koks lyginis skaičius, didesnis už 2, gali būti išreikštas dviejų pirminių skaičių suma.

PROBLEM 2. (Pirminių dvynių hipotezė) Pirminių skaičių p , tokių, kad $p + 2$ - pirminis, yra be galo daug.

PROBLEM 3. (Ležandro hipotezė) Tarp n^2 ir $(n + 1)^2$ yra pirminis skaičius.

PROBLEM 4. (Beveik kvadratinių pirminių hipotezė) Pirminių skaičių pavidalo $n^2 + 1$ yra be galo daug.

Kaip atsirado, iš kur kilo šie uždaviniai? Kaip bandė juos spręsti anksčiau? Kaip sprendžia dabar? Kokie metodai - analiziniai ir skaitiniai - yra taikomi? Kokie yra pasiekimai? Ar pavyks įveikti Landau uždavinius XXI amžiuje? Pranešime bus bandoma atsakyti į šiuos klausimus.

LITERATŪRA

- [1] D. Klyve. *Explicit Bounds on Twin Primes and Brun's Constant*. PhD Thesis, 1998.
- [2] S. Nazardonyavi. Some history about Twin Prime Conjecture. *arXiv:1205.0774*, [**math.HO**] 3 May 2012.
- [3] Y. Saouter. Checking the odd Goldbach conjecture up to 10^{20} . *Mathematics of Computation*, **67** (222):863–866, 1998.
- [4] I. Styuart. *Veličajšie matematičeskije zadači*. Alpina, Moskva, 2015. (in Russian)
- [5] M. Wolf. Search for primes of the form $m^2 + 1$. *arXiv:0803.1456v3*, [**math.NT**] 27 Jan 2010.

APIE NAVIKO SRITIES IŠSKYRIMO IŠ MRI VAIZDŲ AUTOMATIZAVIMĄ APJUNGIANT KLASTERIZAVIMO IR AKTYVIOJO KONTŪRO METODUS

JUSTAS BEZARAS¹, JONAS VENIUS²

¹ *Vilniaus universiteto Matematikos ir informatikos fakultetas*

Naugarduko g. 24, LT-03225 Vilnius, Lithuania

² *Nacionalinis vėžio institutas*

Santariškių g. 1, LT-08660, Vilnius, Lithuania

El-paštas: justas.bezaras@mif.stud.vu.lt

Magnetinio rezonanso vaizdų segmentacija yra pirmasis žingsnis įvairiose medicininių tyrimų ir diagnostikos srityse, tokiose, kaip spinduliuotės dozavimas radioterapijoje. Kol kas nėra aprašyto automatinio auglio srities išskyrimo algoritmo, kuris veiktų tokiu tikslumu, kad galėtų pakeisti dabar naudojamą rankinį auglio srities žymėjimo metodą[1]. Šiame darbe apjungti du visiškai skirtingai veikiantys metodai – klasterizavimo ir aktyviojo kontūro.

Mūsų siūlomą algoritmą veikimo sudaro du žingsniai: pirmiausiai atliekama pradinė auglio srities aproksimacija klasterizavimo metodu, po to patikslinama aktyvaus kontūro metodu. Klasterizavime perklojame skirtingų modalumų vaizdus ir jų pikselių poras sudėliojame pataškiui koordinatų plokštumoje. Šiai taškų aibei pritaikome klasterizavimo algoritmą ir gauname tam tikras taškų grupes. Gautos grupės žymi skirtingas smegenų sritis, išsiskyrusias dėl pikselių ryškumo lygių skirtumų tarp skirtingų modalumų vaizdų. Kiekvieną grupę išskiriame iš vaizdo ir atsirenkame tik tas, kurios priklauso augliui, arba kurioms priklauso auglys. Gautai auglio aproksimacijai pritaikome Chan-Vese aktyvaus kontūro algoritmą[2]. Šis algoritmas apgaubia gautą sritį vientisu kontūru, supapvalindamas kraštus, užpildydamas nepažymėtas sritis ir atmesdamas pavienes klaidingai išskirtas sritis.

LITERATŪRA

- [1] B. H. Menze and A. Jakab and S. Bauer and J. Kalpathy-Cramer and K. Farahani and J. Kirby and Y. Burren and N. Porz and J. Slotboom and R. Wiest and et. al.. The Multimodal Brain Tumor Image Segmentation Benchmark (BRATS). *IEEE Transactions on Medical Imaging*, **34** (10):1993-2024, 2015.
- [2] T. F. Chan and L. A. Vese. Active contours without edge. *IEEE Transactions on Image Processing*, **10** (4):266–277, 2001.

ŠREDINGERIO LYGTIES PRALaidŽIŲ KRAŠTINIŲ SĄLYGŲ OPTIMIZAVIMAS

Andrej Bugajev

VGTU, Matematinio modeliavimo katedra

Saulėtekio al. 11, LT-10223, Vilnius, Lithuania

El-paštas: `anb@vgtu.lt`

Darbe nagrinėjama lygtis

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = i \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, t \in [0, T], x \in \Omega \\ u|_{t=0} = u_0(x). \end{cases} \quad (1)$$

Tyrimo tikslas – išnagrinėti kai kurių sugeriančių kraštinių sąlygų poveikį sprendinio tikslumui. Sprendžiant lygtį (1) įprastų kraštinių sąlygų naudojimas sukuria dirbtinį bangos atspindėjimą nuo kraštų, kuris yra sąlygotas tik matematinių supaprastinimų ir sprendimo metodo. Yra įvairios šio efekto panaikinimo strategijos.

Tiesioginis kelias – išplėsti modeliavimo sritį Ω , kas geometriškai atitolina atspindžio generavimo vietą, tuo pačiu ir prailgina neiškreipto virtualaus eksperimento laikotarpį. Tačiau, tai nėra efektyvu norint modeliuoti ilgą laiko tarpą. Todėl egzistuoja skirtingos sugeriančios arba atspindinčios kraštinės sąlygos.

Tyrime susifokusuota ties kraštinių sąlygų, kurias pasiūlė Šeftelis savo darbe [1]. Jis pasiūlė optimizuoti jo sukonstruoto atspindžio koeficiento integralą, šį uždavinį jis išsprendė simplekso metodu. Tyrime nagrinėjamas šio koeficiento optimalumas atliekant alternatyvųjį koeficientų priderinimo kelią.

LITERATŪRA

- [1] J. Szeftel. Design of Absorbing Boundary Conditions for Schrödinger Equations in $\mathbb{R}^d$. *SIAM journal on numerical analysis*, **42** (4):1527–1551, 2004.

VIZUALINĖ KRIPTOGRAFIJA IR JOS TAIKYMAI

IGOR BULBA

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

Saulėtekio al. 11, LT-10223, Vilnius, Lithuania

El-paštas: `igor.bulba@stud.vgtu.lt`

Vizualinė kriptografija – tai viena iš kriptografijos šakų, kuri suteikia galimybę užkoduoti vizualinę informaciją (vaizdą) tam tikrų algoritmų pagalba taip, kad šiai informacijai iššifruoti užtenka žmogaus regos sistemos (t. y. nereikia jokių kompiuterinių skaičiavimų) [1]. Ši koncepcija pirmą kartą pristatyta 1994 m. mokslininkų Naor ir Shamir [2]. Jie pademonstravo (k, n) vizualinę kodavimo schemą su slapto vaizdo padalijimu, pagal kurią vaizdas buvo padalijamas į n skaidrių taip, kad žmogus galės atkoduoti paslėptą pranešimą superpozicijos būdu tik turėdamas k skaidrių. Tuo tarpu bet koks mažesnis skaidrių skaičius neatskleidžia užslaptintos informacijos. Nuo 1994 m. pateikta daugybe klasikinės vizualinės kriptografijos metodo patobulinimų [1].

Viena naujausių metodikų buvo pasiūlyta 2009 m. – dinaminė vizualinė kriptografija [3]. Skirtingai nei klasikinėje, dinaminėje vizualinėje kriptografijoje nėra dviejų (ar n) užkoduotų skaidrių superpozicijos. Tai vieno vaizdo metodas, kai slaptas vaizdas išryškėja jį virpinant pagal harmoninį dėsnį iš anksto nusakyta kryptimi pagal tiksliai parinktą svyravimų amplitudę. Jos pagrindas — laike vidurkinto geometrinio muaro savybės. Geometrinio muaro vaizdą galima apibūdinti kaip interferencinių juostų vaizdą, kuris gaunamas geometriškai interferuojant dviem sutapdintiems muaro tinkeliams [4].

Pranešime bus atsakyta į šiuos klausimus:

- Kaip veikia Naor ir Shamir kodavimo algoritmas?
- Kokie yra klasikinės vizualinės kriptografijos taikymai?
- Kaip veikia dinaminės vizualinės kriptografijos kodavimo algoritmas?
- Kokie dinaminės vizualinės kriptografijos metodo taikymo privalumai, trūkumai?

LITERATŪRA

- [1] J. Weir, W. Yan. *Visual cryptography and Its applications*. Ventus Publishing, 2012.
- [2] M. Naor, A. Shamir. Visual cryptography. *Lecture Notes in Computer Science*, **950** :1–12, 1994.
- [3] M. Ragulskis, A. Aleksa. Image hiding based on time-averaging moire. *Optics Communications*, **282** :2752—2759, 2009.
- [4] R. Palivonaitė. *Chaotinė vizualinė kriptografija*. Technologija, Kaunas, 2015.

OPTIMIZAVIMO UŽDAVINYS POLICHROMATINIŲ KIETAKŪNIŲ ŠVIESOS ŠALTINIŲ KOKYBĖS VALDYMUI

Ignas Dapšys^{1,2}, Mindaugas Karaliūnas²

¹ VU Matematikos ir Informatikos fakultetas

Naugarduko 24, LT-03225, Vilnius, Lietuva

² Baltijos pažangių technologijų institutas

Saulėtekio al. 15, LT-10224, Vilnius, Lietuva

El-paštas: chemikasdapšys@gmail.com

Kietakūnis apšvietimas (angl. *solid state lighting*) - tai apšvietimo technologija pagrįsta elektroliuminescencijos reiškiniu. Toks apšvietimas siūlo didesnę energinį našumą ir mažesnes elektros sąnaudas negu tradicinės apšvietimo technologijos, kaip kaitrinės arba fluorescencinės lemputės. Tačiau joms kietakūnis apšvietimas nusileidžia savo spalvų atkūrimo kokybe. To galima išvengti, nes kietakūnis apšvietimas turi plačias valdymo galimybes [1]. Reguluojant šviesos diodais tekančią elektros srovę, galima valdyti šviestuvo apšvietą ir spalvinę temperatūrą. Keičiant šiuos dydžius, kartu keičiasi ir spalvinė atgava, kuri turi būti kiek įmanoma didesnė, kad kietakūnis apšvietimas galėtų konkuruoti su tradicinėmis apšvietimo technologijomis.

Tam tikslui sukūrėme šviestuvo modelį, kurį sudaro keturi šviesos diodai. Šviesos šaltinio spektras yra keturių šviestukų spektrų, kuriuos aproksimuojame Gauso pasiskirstymu, tiesinis darinys. Tada kiekvieno šviestuko santykinė optinė galia yra tiesinio darinio koeficientai q_1, q_2, q_3, q_4 . Jie yra mūsų modelio valdymo parametrai. Iš šaltinio spektro galime suskaičiuoti apšvietą E , spalvinę temperatūrą T ir spalvinės atgavos rodiklį R [2]; šie dydžiai yra funkcijos nuo valdymo parametrų.

Šviesos kokybės valdymo problemą formuluojame kaip optimizavimo uždavinį: rasti

$$\max_{q_1, q_2, \dots, q_n} R(q_1, q_2, \dots, q_n) \quad (1)$$

su lygybės tipo apribojimais

$$E(q_1, q_2, \dots, q_n) = E_0, \quad E_0 \in [0, 1], \quad (2)$$

$$T(q_1, q_2, \dots, q_n) = T_0, \quad T_{min} \leq T_0 \leq T_{max}. \quad (3)$$

Pranešime bus pristatomas uždavinio sprendimas dviem keturių šviestukų konfigūracijoms: RGBY ir RGBW. Taip pat aptarsime mūsų naudotus optimizavimo algoritmus jam spręsti: tiesiojinio perrinkimo, gradientinio kopimo ir Lagranžo daugiklių.

LITERATŪRA

- [1] M. Aldrich, N. Zhao, and J. Paradiso. Energy efficient control of polychromatic solid-state lighting using a sensor network. *Proc. of SPIE*, **7784**, 778408, 2010.
- [2] A. Žukauskas. *Puslaidininkiniai šviestukai*. Progretus, Vilnius, 2008.

Moduliuoto intensyvumo radioterapijos švitinimo kampų parinkimo optimizacija

Ieva Daužickaitė¹, dr. Jonas Venius²

¹ *Vilniaus universitetas*

Universiteto g. 3, LT-01513, Vilnius, Lithuania

² *Nacionalinis vėžio institutas*

Santariškių g. 1, LT-08660, Vilnius Lithuania

El-paštas: ieva.dauzickaite@mif.stud.vu.lt

Radioterapija yra vienas iš pagrindinių vėžinių susirgimų gydymo būdų. Jos metu dėl jonizuojančiosios spinduliuotės poveikio sutrinka naviko ląstelių dauginimosi funkcija ir dėl to navikas nebeauga bei pradeda nykti. Tačiau per didelę spinduliuotės dozę gavusios sveikos ląstelės taip pat neatsinaujina ir dėl to gali kilti tolesnio gyvenimo kokybę prastinančių komplikacijų. Siekiant išgydyti susirgimą bei išvengti šių komplikacijų, planuojant gydymą iškyla vienas kitam prieštaraujantys tikslai – apšvitinti taikinį homogeniška bei pakankama doze ir maksimaliai apsaugoti greta esančius sveikus organus.

XX a. dešimtajame dešimtmetyje pasaulyje pradėjusi populiarėti moduliuoto intensyvumo radioterapija leidžia formuoti spinduliuotės lauką ir plokštumoje, ir gylyje bei taip priartėti prie gydymo tikslus tenkinančio dozės pasiskirstymo audiniuose. Tačiau kartu su techninėmis galimybėmis atsiranda ir būtinybė parinkti optimalius parametrus – spinduliuotės stiprius kiekviename lauko taške bei švitinimo kampus, t.y. linijinio greitintuvo pozicijas, iš kurių švitinama.

Jeigu A yra visų galimų švitinimo kampų aibė, $\mathcal{P}^N(A)$ – visi N elementų turintys A poaibiai, o $f : \mathcal{P}^N(A) \rightarrow \mathbb{R}_+^*$ ($\mathbb{R}_+^* = \{x | x \in \mathbb{R}, x \geq 0\} \cup \{\infty\}$) – funkcija, įvertinanti dozės pasiskirstymą audiniuose švitinant iš duotų kampų, tai švitinimo kampų parinkimo optimizavimo (ŠKO) uždavinys

$$\min_{B \in \mathcal{P}^N(A)} f(B).$$

ŠKO yra daugiakriterio optimizavimo uždavinys [1]. Jam spręsti naudojami globalaus optimizavimo algoritmai, vienas iš jų – atkaitinimo modeliavimas (AM) [2]. Pranešime aptariami bandymai išspręsti ŠKO uždavinį su AM.

LITERATŪRA

- [1] M. Ehrgott, A. Holder and J. Reese. Beam selection in radiotherapy design. *Linear Algebra and Its Applications*, **428**: 1272–1312, 2008.
- [2] D. M. Aleman, A. Kumar, R. K. Ahuja, H. E. Romeijn and J. F. Dempsey. Neighborhood search approaches to beam orientation optimization in intensity modulated radiation therapy treatment planning. *Journal of Global Optimization*, **42** (4):587-607, 2008.

N-KŪNŲ PROBLEMOS TAIKYMAI IR JOS SPRENDIMO ALGORITMŲ ANALIZĖ

AUDRIUS GRIKIETIS

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

Saulėtekio al. 11, 10223 Vilnius, Lietuva

El-paštas: audrius.grikielis@stud.vgtu.lt

Pateikiame magistro baigiamajame darbe nagrinėjamos N -kūnų problemos apibrėžimą:

Duota taškinių kūnų sistema, kurioje kūnai tarpusavyje sąveikauja fundamentaliomis sąveikomis. Darant prielaidą, kad jie niekada nesusidurs, kiekvienam šios sistemos kūnui reikia surasti funkciją, kuri nusakytų jo koordinatas, bet kuriuo laiko momentu.

Matematinis modelis, kuriuo aprašoma N -kūnų problema, sudaromas remiantis jėgos ir potencinės energijos sąryšiu:

$$\vec{F}_i = -\nabla_{\vec{r}_i} V_{TOT}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N), \quad (1)$$

čia $\vec{F}_i$ - i -ąjį kūną veikianti atstojamoji jėga; V_{TOT} - visos sistemos potencinė energija; $\vec{r}_i$ - i -ojo kūno padėties vektorius.

Darbe daug dėmesio skiriama N -kūnų problemos taikymams molekulinėje dinamikoje. Apžvelgiamas molekulinės sistemos potencinės energijos skaičiavimams plačiai naudojamas modelis:

$$V_{TOT} = V_{LJ} + V_{EL} + V_{BS} + V_{AB} + V_{PT} + V_{IT}. \quad (2)$$

čia V_{LJ} - Lenardo Džonso; V_{EL} - elektrostatinis; V_{BS} - ryšių tempimo; V_{AB} - lenkimo kampo; V_{PT} ir V_{IT} - sukimo kampo potencialai.

Molekulinės dinamikos simuliacija yra iteracinė procedūra, kurios tiesioginio algoritmo sudėtingumas yra $O(N^2)$ eilės. Siekiant sumažinti skaičiavimų laiką tyrinėjami apytiksliai algoritmai:

- dalelių tinklo: $O(f(r)N)$, r - tinklo taškų skaičius;
- hierarchiniai: $O(N \log(N))$;
- greitieji daugiapoliai: $O(N)$.

LITERATŪRA

- [1] D. C. Rapaport. *The Art of Molecular Dynamics Simulation. Second Edition*. Cambridge University Press, New York, 2004.
- [2] A. Hinchliffe. *Molecular Modelling for Beginners*. Wiley, Manchester, 2003.
- [3] J. H. Grutzelius. *The Three Body Problem*. Karlstad University, 2004.
- [4] S. Plimpton. Fast Parallel Algorithms for Short-Range Molecular Dynamics. *Journal of Computational Physics*, **117** (1):1-19, 1995.

DAMIS ĮRANKIO APŽVALGA IR PAVYZDŽIŲ ANALIZĖ

RIMA KRIAUSIENĖ

Vilniaus universiteto matematikos ir informatikos institutas

Akademijos g. 4, LT-08663 Vilnius, Lietuva

El-paštas: kriauziene@gmail.com

XXI a. gaunami ir apdorojami informacijos kiekiai yra dideli ir kaupiamų duomenų apimtys sparčiai didėja. Nėra tokios srities, kurioje nebūtų susiduriama su daugiamačiais duomenimis, todėl svarbu mokėti šiuos duomenis suvokti ir teisingai interpretuoti [1]. Šiems tikslams pasiekti gali būti naudojamas įrankis DAMIS.

DAMIS – yra internetinė sistema, prie kurios galima prisijungti per internetinę naršyklę. Ši sistema skirta duomenų analizei, tyrėjams sudaryta galimybė atlikti pagrindinius duomenų analizės tyrimus (klasifikavimą ir grupavimą), vizualios analizės priemonėmis tirti daugiamačių duomenų projekcijas į plokštumą, duomenų tarpusavio panašumus, atskirų daugiamačių duomenų požymių įtaką ir tarpusavio priklausomybes. Galima naudoti lygiagrečiųjų ir paskirstytųjų skaičiavimo išteklius (VU MII klasteris – VU MIF superkompiuteris). Gautus rezultatus galima išsaugoti naudotojo kompiuteryje arba MIDAS saugykloje [2]–[3].

DAMIS įrankiui pritaikyti buvo naudojamos trys duomenų aibės. *Italiskų vynu* duomenų aibė sudaryta iš tame pačiame Italijos regione gaminamų trijų skirtingų vynu rūšių cheminės analizės rezultatų. Visos trys vynu rūšys vertinamos pagal 13 skirtingų cheminės sudėties kriterijų, todėl sudaryti 13-mačiai taškai. Kita testams naudojama duomenų aibė – *Fišerio irisų* duomenys. Šie duomenys vadinami klasikiniais testiniais duomenimis, naudojami daugiamačių duomenų analizėje, dažnai vadinami tiesiog irisais arba irisų duomenimis. Yra išmatuoti trijų veislių gėlių (Iris Setosa (I klasė), Iris Versicolor (II klasė) ir Iris Virginica (III klasė)) šie požymiai: vainiklapių pločiai (angl. *petal weight*), vainiklapių ilgiai (angl. *petal height*), taurėlapių pločiai (angl. *sepal weight*), taurėlapių ilgiai (angl. *sepal height*). Iš viso išmatuota 150 gėlių žiedų. Trečioji nagrinėjama duomenų aibė – dalyko „Diskrečioji matematika 1“ vieno semestro rezultatai. Analizuojami 94 studentų atsiskaitymų rezultatai: pirmas namų darbas, pirmas kontrolinis darbas, antras kontrolinis darbas, kolokviumas, egzaminas. Matuojamos 4 VGTU informatikos specialybės studentų grupės: IIf, PRIf1, PRIf2 ir VISf. Norėta išnagrinėti, ar bent vienos iš grupių rezultatai iš esmės skiriasi nuo kitų grupių rezultatų.

LITERATŪRA

- [1] G.Dzemyda, O. Kurasova ir J. Žilinskas. *Daugiamačių duomenų vizualizavimo metodai*. Mokslo aidai, Vilnius, 2008.
- [2] O. Kurasova. Duomenų analizės įrankio DAMIS panaudojimas. *Kompiuterininkų dienos – 2015*, Panevėžys.
- [3] www.damis.lt

BOLIUSO PAVIRŠIAUS MATEMATINIS MODELIS SPINDULINIAM VĖŽIO GYDYMUI ELEKTRONŲ SRAUTAIS

Aidas Medžiūnas¹, Jonas Venius²

¹VU Matematikos ir informatikos fakultetas, Naugarduko g. 24, Vilnius 03225, Lietuva

²Nacionalinis Vėžio Institutas, Santariškių g. 1, Vilnius 08660, Lietuva

El-paštas: aidas_medziunas@hotmail.com

Vėžiniai susirgimai yra antra pagal dažnumą mirties priežastis Europos regione. Šiems susirgimams gydyti naudojamos chirurginės, spindulinės terapijos, chemoterapinės priemonės ir įvairūs šių priemonių deriniai. Iki 60% ligonių bent viename iš gydymo etapų yra skiriamas spindulinis gydymas. Šiuo metu šiam gydymui plačiausiai yra naudojami elektronų ir fotonų spinduliai. Elektronų srautų spindulinis gydymas (ESSG) pasižymi unikaliomis savybėmis gydant paviršinius (5-6 cm gylyje esančius) navikus. Patekę į organizmą elektronų srautai, priklausomai nuo savo energijos, pasiekę tam tikrą gylį itin sparčiai praranda jonizuojantį poveikį, taip mažiau pažeidžiant giliau esančius sveikus audinius.

Tačiau ESSG turi vieną pagrindinį trūkumą - dėl tam tikrų elektronų savybių nėra įmanoma moduluoti srauto intensyvumo atsižvelgiant į naviko formą ir lokalizaciją. Dėl šios ESSG savybės dažnai jonizuojantį poveikį patiria sveiki audiniai esantys aplink naviką. Šiam trūkumui minimalizuoti medicinos praktikoje naudojami boliusai - nepageidaujamą jonizuojančią spinduliuotę sugeriantys ir srauto formą koreguojantys standartinių formų skydai, uždedami ant paciento odos paviršiaus. Vis dėl to tokio tipo boliusai yra primityvūs ir neefektyvūs. Todėl atsiradus 3D spausdintuvų technologijai egzistuoja, kiekvienam pacientui individualizuotų, boliusų poreikis.

Tokio boliuso sukūrimą galima suformuluoti, kaip daugiakriterinio optimizavimo problemą:

$$\begin{cases} D_{Naviko} \longrightarrow \max, & \text{navikas turi gauti maksimalią spinduliuotės dozę;} \\ D_{Kritinis} \longrightarrow \min, & \text{kritiniai audiniai turi gauti minimalią spinduliuotės dozę;} \\ D_{Kita} \longrightarrow \min, & \text{likę sveiki audiniai turi gauti dozę vadovaujantis ALARA principu.} \end{cases} \quad (1)$$

Šio darbo tikslas yra sukurti kompiuterinį optimizavimo metodą, kuris suformuoja boliuso paviršiaus modelį tenkinantį 1 kriterijus.

Tikslas pasiekiamas dviem etapais. Pirmiausia, programiškai yra įgyvendinamas Hogstrom modelis ESSG dozės pasiskirstymui [1], kuris remiasi Fermi-Eyges pieštukinio spindulio modeliu [2]. Po to, pasitelkus atkaitinimo imitavimo metodą [3] modeliuojamas boliuso paviršius tenkinantis 1 kriterijus, kurių reikšmės kiekvienos iteracijos metu įvertinamos Hogstrom modeliu.

LITERATŪRA

- [1] K. Hogstrom ir kiti. Electron beam dose calculations. *Physics in medicine and biology*, **26** (3):445, 1981.
- [2] X. Yang. *Engineering Optimization. An Introduction with Metaheuristic Applications*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey., 2010.
- [3] P. Mayles, A. Nahum, J. Rosenwald. *Handbook of Radiotherapy Physics: Theory and Practice*. CRC Press, 2007.

ŠAKŲ IR RĖŽIŲ LYGIAGREČIŲJŲ ALGORITMŲ ANALIZĖ IR TAIKYMAI

Heorhii Stalbovskiy

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

Saulėtekio al. 11, LT-10223, Vilnius, Lietuva

El-paštas: georgijstalbovskij@gmail.com

Šiame darbe analizuojamas *Šakų ir rėžių* metodas [1] skirtas spręsti globaliojo optimizavimo uždavinius. Kaip žinome iš gyvenimo patirties, daugelis taikomųjų optimizavimo uždavinių yra *NP* sudėtingumo uždaviniai, tokie kaip:

- Diskretusis kuprinės užpildymo uždavinys;
- Keliaujančio pirklio uždavinys;
- Darbų tvarkaraščio sudarymas.

Kuriuos negalime išspręsti atlikus polinominį skaičių veiksmų. Besiplėčiant informacinėms technologijoms, atsirado galingas skaičiavimo įrenginys – lygiagretusis kompiuteris, kurio dėka galima pagreitinti skaičiavimo algoritmą N kartų, o tai reiškia, kad taip pat galime spręsti N kartų didesnius uždavinius.

Šiame darbe ištirti trys *Šakų ir rėžių* metodo lygiagretieji šablonai [2]:

- Statinės dekompozicijos lygiagretusis šablonas;
- Statinės dekompozicijos lygiagretusis šablonas su geriausio sprendinio apsigalvėjimu;
- Valdytojas-vykdytojo (angl. *Master-Slave*) lygiagretusis šablonas.

Išnagrinėti šių šablonų privalumai ir trūkumai. Jie buvo pritaikyti keliaujančio pirklio uždaviniui [3] ir ištirtas jų efektyvumas. Šablonai buvo paimti iš *GridGlobOpt* projekto rėmuose realizuotų šablonų. Programa parašyta C++ programavimo kalba, panaudotas MPI lygiagrečiųjų algoritmų realizavimo įrankis.

LITERATŪRA

- [1] R. Čiegis . *Duomenų struktūros, algoritmai ir jų analizė* . Technika, Vilnius , 2007 .
- [2] М. А. Посыпкин . Архитектура и программная организация библиотеки для решения задач дискретной оптимизации методом ветвей и границ на многопроцессорных вычислительных комплексах . Труды ИСА РАН , 2006, 18–25 .
- [3] Дж. Литтл , К. Мурти , Д. Суини , К. Кэрел . Алгоритм для решения задачи о коммивояжере . Экономика и математические методы , 1965, 18–25 .

Matematika telekomunikacijų uždaviniuose – daiktų internetas

Ramūnas Šablinskas

UAB Omnitel

Ševčenkos 25, Vilnius, Lietuva

El-paštas: ramunas.sablinskas@omnitel.net

„Master-slave“ schemas jau daugelį metų taikomos sudėtingų uždavinių sprendimui lygiagrečiais kompiuteriais. Mažėjant mikroprocesorių kainai, vis daugiau žmonių gali nusipirkti „daiktus“, kurie turi tiesioginį ryšį su internetu (internetinėmis duomenų platformomis). Šie nauji dariniai kuria „daiktų internetą“, kuriame „master-slave“ bendradarbiavimo schema perkeliama į fizinį pasaulį siekiant spręsti paprastus kasdienes uždavinius, pagerinant žmonių gyvenimo kokybę. Realiai „daiktai“ yra sensoriai ir „vergai“ (tam tikri „robotai“ arba daiktai, atliekantys paprastą veiksmą), todėl naują schemą derėtų vadinti „sensor-master-slave“ paradigma, kuri per ateinančią dešimtmetį smarkiai pakeis mūsų gyvenamąją aplinką.

Šiame straipsnyje bandysime pagrįsti teiginį, jog „sensor-master-slave“ paradigma taps viena iš pagrindinių „daiktų interneto“ variklių ir kad matematikos sritys, užsiimančios sistemų modeliavimu, prognozavimu bei optimizavimu, turės geras galimybes prisidėti prie šio naujo tinklo vystymo ir plėtros.

LITERATŪRA

- [1] Günter Külzhammer, VDI/VDE-IT (konsorciumo koordinatorius), Dr. Alessandro Bassi, Hitachi, UK (techninis koordinatorius). . *Portalas „IoT Architecture“*, <http://www.iot-a.eu/public/public-documents/documents-1> .
- [2] Luke Harrison. „The Internet of Things (IoT) Vision“. , <http://www.networkworld.com/article/3021820/internet-of-things/google-ubiquity-summit-iot.html> .
- [3] Jacob Kastrenakes. „Samsung’s grand vision for the Internet of Things“. , <http://www.theverge.com/2015/1/5/7497537/samsung-iot-internet-of-things-vision-presented-at-ces-2015-keynote> .
- [4] Steven Max Patterson. Network World | Jan 12, 2016. , „Google details its vision for the IoT“, <http://www.iot-a.eu/public/public-documents/documents-1> .

APIE NESTANDARTINES ALGEBRINES OPERACIJAS REALIŲJŲ SKAIČIŲ AIBĖJĖ

EDGARAS ŠIMKUS

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

Saulėtekio al. 11, LT-10223, Vilnius, Lietuva

El-paštas: `edgaras.simkus@stud.vgtu.lt`

Įvairiose mokslo srityse išskylantys uždaviniai diktuoja poreikį įvesti jų sprendimui tinkamas, efektyvias ir patogias matematines struktūras. Jau ilgą laiką naudojamos klasikinės algebrinės struktūros, matematinė logika bei matematinė analizė suvaidino lemiamą vaidmenį civilizacijos raidoje. Tačiau pastaraisiais dešimtmečiais vykstanti revoliucinė mokslo ir technologijos pažanga skatina ieškoti naujų galimybių išskylančių problemų formalizavimui, atsiranda poreikis įvesti naujas matematines operacijas bei unifikuoti ir iš naujo peržiūrėti tradiciškai naudojamą matematines struktūras. Pastaraisiais dešimtmečiais tokie darbai vykdomi įvairiomis kryptimis. Čia galima paminėti vaizdų algebrą ir analizę, geometrinę algebrą, tropinę matematiką, nestandartinę analizę ir kt.

Pranešime pristatomi kai kurių anksčiau minėtų, santykinai naujų, matematikos sričių pavyzdžiai, o taip pat paprastas ir lengvai realizuojamas būdas generuoti naujas algebrines struktūras, izomorfines iš anksto pasirinktai „motininei“ struktūrai. Čia apsiribojama realiųjų skaičių aibės izomorfiniais vaizdais, bet šiuo būdu galima pasinaudoti ir bet kurių kitų aibių su algebrinėmis operacijomis atvejais.

Parodoma, kaip naudojant šį priėjimą, galima užrašyti kai kuriuos žinomus fizikos dėsnius ir matematikos formules, svarstomos galimybės pritaikyti tai netiesinių uždavinių sprendimui.

LITERATŪRA

- [1] Klemperer, Paul. *The Product-Mix Auction: a New Auction Design for Differentiated Goods*. Journal of the European Economic Association, 8, 2010.
- [2] Kuipers, J.B. *Quaternions and rotation sequences: a Primer with Applications to orbits, aerospace and virtual reality*. Princeton University Press, 1999.
- [3] Litvinov G. L. *Maslov dequantization, idempotent and tropical mathematics: a brief introduction*. Journal of Mathematical Sciences, 2007.

Rodyklė

Belovas I., 1
Bezaras J., 2
Bugajev A., 3
Bulba I., 4

Dapšys I., 5
Daužickaitė I., 6

Grikietis A., 7

Karaliūnas M., 5
Kriauzienė R., 8

Medžiūnas A., 9

Šablinskas R., 11
Šimkus E., 12
Stalbovskyi H., 10

Venius J., 2, 6, 9